

01

## Комбинированная нелокально-гидродинамическая модель высокоскоростного проникания металлических струй в прочные преграды

© Г.Г. Савенков,<sup>1</sup> Т.А. Хантулева<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Специальное конструкторско-технологическое бюро „Технолог“, 192076 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: sav-georgij@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 27 марта 2013 г.)

Предложена новая математическая модель процесса высокоскоростного проникания металлических струй, которая позволяет описать две стадии (упругую и гидродинамическую) их внедрения в прочные преграды. Предложенная модель единообразно описывает обе стадии проникания и дает хорошую сходимость с экспериментальными результатами.

### Введение

В задачах высокоскоростного проникания тела/струи в металлическую преграду обычно считается, что большая часть процесса проникания осуществляется в гидродинамическом режиме и описывается на основе уравнения Бернулли для идеальной жидкости. Свойства материалов тела и преграды учитываются посредством введения неких параметров в уравнение Бернулли, связанных с прочностными или вязкими свойствами этих материалов. Это уравнение Алексеевского–Тейта и его модификации [1]. Однако, как подбирать эти параметры, как они связаны со свойствами материалов в общем случае неясно.

В работе [2] было установлено, что независимо от прочности материала преграды его микроструктура в области каверны состоит из двух зон различного строения. В первой протяженностью 0.1–0.3 от глубины каверны не наблюдается заметных изменений зеренной и субзеренной структур. Как показали дальнейшие исследования [3], в низкопластичных металлах и сплавах эта зона может доходить до половины каверны. Во второй видны коллективные развороты зерен с одновременным изменением их геометрических размеров. По совокупности экспериментальных результатов был сделан вывод о том, что при внедрении высокоскоростной струи в первой зоне происходит раскалывание металла преграды с полным выносом очень мелких его частиц. Дальнейшее проникание струи сопровождается развитой пластической деформацией, когда одновременно могут происходить процессы деформирования отдельных структурных элементов, их перемещение и поворот как целого.

В работе [4] процесс внедрения длинных стержней разбивается на четыре стадии (фазы). И первая фаза проникания, названная скоротечной (Transient), имеет длину в несколько диаметров внедряющегося стержня. Согласно указанной работе, напряжение сопротивления

в той фазе проникания резко возрастает от нуля до максимального значения и затем уменьшается до стационарного значения во второй фазе, которая соответствует гидродинамической стадии процесса.

Таким образом, следует считать, что начальная стадия процесса проникания, как и любого динамического процесса, характеризуется упругой реакцией преграды с последующим развитием пластической волны, движущейся некоторое время вместе с телом. Затем волна убегает вперед, а тело начинает двигаться в гидродинамическом режиме. Тогда параметры в уравнении Алексеевского–Тейта оказываются связанными с той скоростью, которую приобрело тело до момента отделения волны. На самом деле процесс протекает в переходном режиме, в котором свойства материалов тела и преграды быстро меняются в ходе взаимодействия. При этом в динамических процессах реакция среды на внешнее воздействие определяется скорее характеристиками самого воздействия, чем квазистатическими свойствами среды. Такой динамический процесс не может быть описан с помощью общепринятых моделей механики сплошной среды.

В настоящей работе для корректного описания переходных процессов используется самосогласованная нелокально-гидродинамическая теория переноса, которая предлагает гибкие модели, охватывающие весь диапазон режимов [5]. Разработка упрощенного варианта модели применительно к процессу высокоскоростного проникания металлической струи в преграду полубесконечной толщины и является целью настоящей работы.

### 1. Начальная стадия в рамках нелокальной теории переноса

Нелокальная теория переноса, разработанная на основе неравновесной статистической механики и теории

адаптивного управления, позволяет описывать неравновесные процессы одновременно на нескольких масштабных уровнях с учетом обратных связей между макроскопической реакцией системы и динамикой ее структуры [5–7]. Внутреннее управление через обратные связи на основе метода скоростного градиента определяет траектории эволюции системы в фазовом пространстве масштабных параметров в зависимости от начального состояния среды, скорости и длительности ее деформирования. Цель управления — минимизация интегрального производства энтропии внутри фронта — достигается при различных сценариях эволюции для разных масштабных мод. За счет обратных связей возможно переключение с одного сценария на другой. Если нет потери амплитуды волны, возникающие в ней турбулентные пульсации обратимы. Аномальное затухание волны в переходном режиме, которое не может быть объяснено диссипацией, является признаком синергетического структурообразования за фронтом волны, где уже необратимые пульсации превращаются в новые структуры среды с измененными свойствами.

На основе такого подхода решена задача о распространении плоской нестационарной волны, инициированной ударом по поверхности конденсированной среды [6,7]. Однако для задач проникания получить достаточно простые решения с выходом на гидродинамическую стадию пока не удалось. В частности, для привязки модели проникания к конкретным материалам требуется экспериментальная информация о торможении тела в переходной области, которую в настоящее время получить невозможно. Поэтому в качестве первого шага можно использовать решение, полученное в рамках нелокальной теории для упруго-пластической волны, на начальной стадии процесса проникания и просто гладко сшить его с давно известным гидродинамическим решением.

## 2. Начальная стадия проникания на основе решения для нестационарной упруго-пластической волны

В рамках нелокальной теории переноса рассмотрим задачу о распространении фронта плоской нестационарной волны, индуцированной ударом по твердому материалу, и опишем эволюцию формы фронта волны. Распространение импульса умеренной интенсивности за счет более быстрой релаксации сдвиговых степеней свободы сопровождается процессами формирования двухволновой структуры, состоящей из релаксирующего упругого предвестника и пластического фронта, который движется со скоростью, меньшей продольной скорости звука, и отстает от упругого предвестника.

Процесс распространения волны характеризуется масштабными параметрами: временем релаксации напряжений  $\tau$  и временем запаздывания пластического фронта по отношению к упругому предвестнику  $\theta$ . В физической акустике принято вводить следующие переменные:  $\xi = t - x/C$ ,  $\xi = x$ , где  $x$  — расстояние, пройденное волной от поверхности удара. Если в процессе распространения форма волны меняется не очень быстро, можно считать, что  $\partial/\partial\xi \gg \partial/\partial\xi'$ . Для коротких импульсов на небольших расстояниях это условие выполняется. Разделение характерных масштабов следует считать неотъемлемым признаком сильно неравновесного процесса, а также необходимым условием самоорганизации структур.

В рамках нелокальной теории переноса в первом приближении по параметру  $v/C = \rho'/\rho_0 \ll 1$  ( $v$  — массовая скорость,  $C$  — продольная скорость звука в среде,  $\rho'$  — возмущение плотности) уравнение переноса импульса относительно массовой скорости как функции быстрой переменной принимает интегральный вид [6,7]

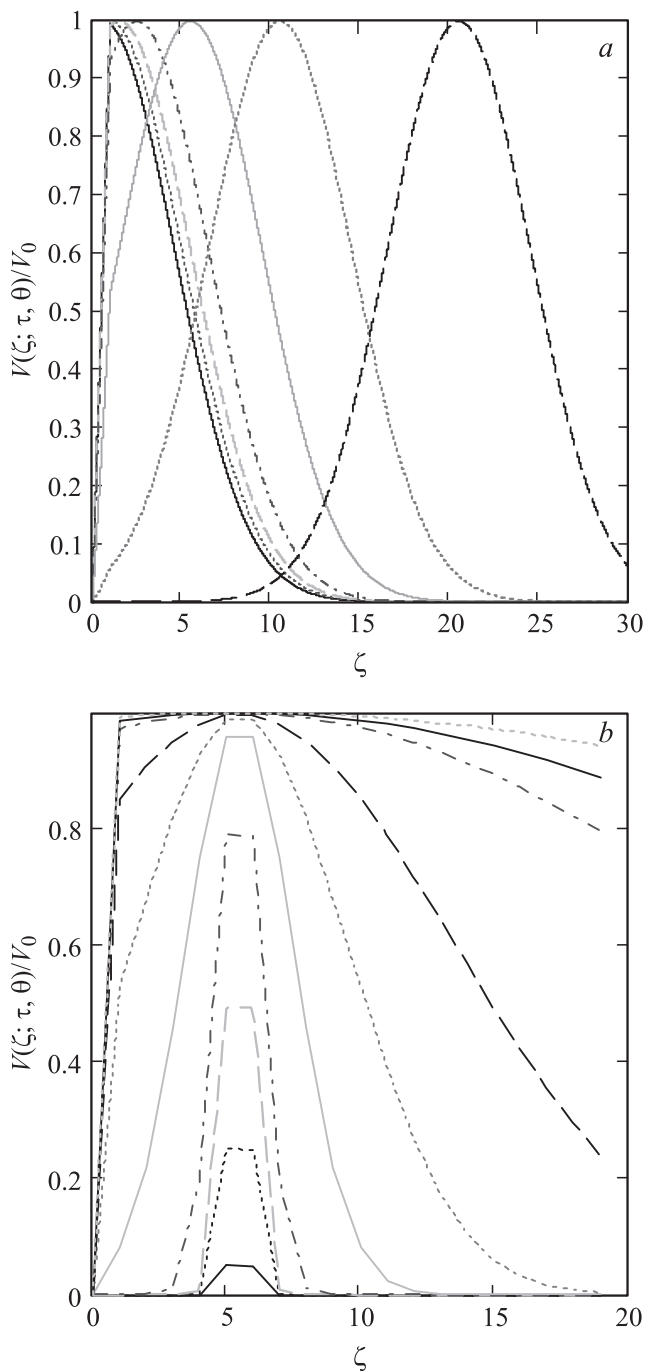
$$v(\xi, x) = \int_0^{\omega} d\xi' \exp\left\{-\frac{\pi(\xi - \xi' - \theta(x))^2}{\tau^2(x)}\right\} \frac{\partial v}{\partial \xi'}(\xi, x_0),$$

$$\omega(\xi) = \begin{cases} \xi, & \xi < t_R \\ t_R, & \xi \geq t_R \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $t_R$  — время нагружения. Продольное напряжение в волне при этом имеет вид  $\Pi = \rho_0 C v$ , соответствующий упругому напряжению, тогда как уравнение (1) связывает скорости на разном расстоянии  $x$  через параметры модели  $\tau(x)$ ,  $\theta(x)$ . Уравнение (1) при разделении масштабов описывает релаксацию напряжения посредством интегрального ядра памяти, тогда как зависимость от пространственной координаты входит в него только через параметры. Считая ускорение при ударе постоянным  $(\partial v/\partial \xi)(\xi, x_0) = V_0/t_R$  и подставляя его в уравнение для массовой скорости, получаем явный вид профиля скорости распространяющейся волны

$$v(\xi, \tau, \theta) = \begin{cases} \frac{V_0 \tau}{2t_R} \left( \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\pi}(\xi - \theta)}{\tau} + \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\pi}\theta}{\tau} \right), & \xi < t_R, \\ \frac{V_0 \tau}{2t_R} \left( \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\pi}(\xi - \theta)}{\tau} + \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\pi}(t_R - \xi + \theta)}{\tau} \right), & \xi \geq t_R. \end{cases} \quad (2)$$

Построенное приближенное решение задачи описывает весь спектр режимов распространения импульса от упругой волны до гидродинамического режима. Продольное напряжение, вычисленное на основе полученного решения, зависит не только от деформации, но и от скорости деформации, а также от начального состояния, длительности и формы начального импульса. В работе [8] проведено исследование зависимости решения (2) от параметров состояния среды в нелокальной



**Рис. 1.** *a* — зависимость профиля массовой скорости в волне от параметра  $\theta/t_R$  при фиксированном отношении  $\tau/t_R = 10$  (максимум скорости пропорционален  $\theta/t_R$ ), *b* — зависимость профиля массовой скорости в волне от параметра релаксации  $\tau/t_R$  при фиксированном отношении  $\theta/t_R = 5$  (с уменьшением отношения  $\tau/t_R$  амплитуда падает от 1 до 0.)

модели: времени релаксации  $\tau/t_R$  и времени запаздывания  $\theta/t_R$ . На рис. 1, *a* представлена зависимость скорости от параметра запаздывания  $\theta/t_R$  при фиксированном значении  $\tau/t_R = 10$ . Параметр запаздывания определяет отставание максимального значения скорости от макси-

мума нагружения. На рис. 1, *b* представлена зависимость скорости от времени релаксации  $\tau/t_R$  при фиксированном значении  $\theta/t_R = 5$ . Время релаксации характеризует длительность импульса.

При больших скоростях удара, когда время нагружения много меньше длительности фронта  $\theta \gg t_R$ , полученное решение для пластического фронта приближенно можно описать функцией

$$v(\xi; \tau, \theta) \approx V_0 \exp \left\{ -\frac{\pi(\xi - \theta)^2}{\tau^2} \right\}. \quad (3)$$

Амплитуда пластического фронта растет с  $\tau$ , пока не достигнет максимального значения, определяемого скоростью удара, а ее максимум отстает от упругого предвестника на время запаздывания  $\theta$ . Полученное решение позволяет получать информацию о состоянии среды, записанную в форме нестационарного волнового фронта. Обработка экспериментов по ударному нагружению твердых материалов качественно подтверждает обнаруженные закономерности [7].

Поскольку корректно описать процесс проникания в переходном режиме с учетом обратных связей между изменением свойств среды и прониканием тела очень сложно, используем комбинированную модель, построенную на основе гладкой шивки решений для скорости проникания, полученных в двух предельных режимах. В простейшем случае, полагая  $\xi = t$ , на начальной волновой стадии возьмем скорость проникания в виде

$$u_1(t; \vartheta, \tau) = V_0 \exp \left\{ -\frac{\pi(t - \theta)^2}{\tau^2} \right\}, \quad (4)$$

где  $V_0$  — скорость удара на поверхности преграды, которая соответствует  $x = 0$ . Параметры материала преграды  $\tau, \theta$  считаем постоянными на начальной стадии и заранее неизвестными.

### 3. Гидродинамическая стадия проникания

Запишем соотношение для глубины проникания кумулятивной струи  $h$  [9]

$$h = \frac{l}{\alpha}, \quad (5)$$

где  $l$  — длина израсходованной части струи,  $\alpha = (\rho_b/\rho_j)^{0.5}$ ,  $\rho_{b,j}$  — плотность материала преграды и струи соответственно. Однако проникающей способностью обладает не вся струя, а лишь некоторая ее часть, которая называется эффективной длиной струи  $l_{\text{эф}}$  [9]. Величина  $l_{\text{эф}}$  определяется характером распределения скоростей вдоль кумулятивной струи и свойствами материала преграды. Для каждой пары: материал струи, материал преграды существует критическая скорость струи  $V_{\text{кр}}$ , при которой прекращается ее проникание.

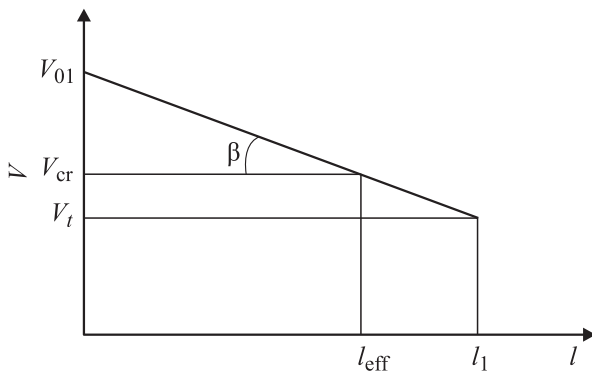


Рис. 2. Линейная зависимость скорости элементов струи по ее длине.

Примем в качестве допущения, что распределение скорости вдоль струи линейное (рис. 2), тогда обозначим

$$-\operatorname{tg} \beta = \frac{V_{01} - V_{cr}}{l_{\text{eff}}}, \quad (6)$$

где \$V\_{01}\$ — скорость головной части струи в начальный момент удара. Значение этого тангенса величина известная из экспериментов для большинства практически значимых пар: материал струи — материал преграды. Из уравнения Бернулли следует соотношение для скорости проникания \$u\$

$$u = \frac{V}{\alpha + 1}. \quad (7)$$

Подставляя в (6) вместо \$V\_{cr}\$ и \$l\_{\text{eff}}\$ значения \$V\$ и \$l\$, получим (с использованием (5) и (7))

$$u = A - bx, \quad (8)$$

где \$A = V\_{01}/(\alpha + 1)\$, \$\gamma = -\operatorname{tg} \beta\$, \$b = \gamma\alpha/(\alpha + 1)\$, \$x\$ — текущая глубина проникания. Для сшивки скоростей проникания в двух предельных режимах нужна зависимость скорости проникания от времени. Используя соотношение

$$x = \int_0^t u dt,$$

из уравнения (8) дифференцированием по \$t\$ получаем уравнение

$$\frac{du}{dt} + bu = 0, \quad (9)$$

решение которого принимает вид

$$u_2 = u^* \exp\{-b(t - t^*)\}. \quad (10)$$

Момент времени \$t^\*\$ принимается за точку сшивки решений.

#### 4. Комбинированная модель проникания

Хорошо известно, что при сшивке решений результат существенно зависит от места сшивки. Пользуясь

экспериментальными данными [2], примем, что волновая часть занимает приблизительно 1.3 часть глубины проникания. В общем случае доля этой части может быть любой и для ее определения следует провести дополнительные экспериментальные и теоретические исследования. Кроме того, считаем профиль скорости проникания на начальной стадии симметричным, а сшивку гладкой. Гладкая сшивка дает условия на скорости и их производные при \$t = t^\*\$:

$$u_1(t^*) = u_2(t^*) : V_0 \exp\left\{-\frac{\pi(t^* - \theta)^2}{\tau}\right\} = u^*, \quad (11)$$

$$\frac{du_1}{dt}(t^*) = \frac{du_2}{dt}(t^*) : -\frac{2\pi(t^* - \theta)}{\tau^2} V_0 \times \exp\left\{-\frac{\pi(t^* - \theta)^2}{\tau}\right\} = -bu^*. \quad (12)$$

Под \$V\_0\$ в настоящем случае (учитывая данные, приведенные в разд. 2) (см. (3)) понимается эффективная скорость соударения [1,10], найденная из закона сохранения струи по соотношению

$$V_0 = V_{\text{eff}} = V_{01} \left(\frac{1 + V_t/V_{01} + V_t^2/V_{01}^2}{3}\right)^{0.5}.$$

Здесь \$V\_t\$ — скорость хвостовых элементов струи.

Из (11) и (12) следует соотношение \$t^\* - \theta = \frac{bt^2}{2\pi}\$, откуда с учетом условия симметрии начальной стадии имеем \$\theta = t^\*/2 = \frac{bt^2}{2\pi}\$. Расстояние, пройденное телом со скоростью \$u\_2\$,

$$x_2 = \int_{t^*}^{\infty} u_2(t) dt = u^* \int_{t^*}^{\infty} e^{-b(t-t^*)} dt = \frac{u^*}{b}. \quad (13)$$

Согласно принятому допущению, на начальную стадию приходится половина этого расстояния

$$x_1 = \frac{u^*}{2b}. \quad (14)$$

Из условия (11)

$$u^* = V_0 e^{-\frac{bt^2}{4\pi}}. \quad (15)$$

С другой стороны, на начальной стадии

$$x_1 = \int_0^{t^*} u_1(t) dt = V_0 \int_0^{t^*} \exp\left\{-\frac{\pi(t - \theta)^2}{\tau}\right\} dt = \frac{V_0}{2} \left(\operatorname{erf} \frac{\sqrt{\pi}(t^* - \theta)}{\tau} + \operatorname{erf} \frac{\sqrt{\pi}\theta}{\tau}\right) = V_0 \tau \operatorname{erf} \frac{bt}{2\sqrt{\pi}}. \quad (16)$$

Приравняв (14) и (16) с учетом (15), получаем трансцендентное уравнение относительно неизвестного

параметра  $\tau$

$$2b\tau \operatorname{erf} \frac{b\tau}{2\sqrt{\pi}} = e^{-\frac{b^2\tau^2}{4\pi}}, \quad (17)$$

где  $\operatorname{erf} y = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-x^2} dx$  — интеграл вероятностей (функция ошибок).

Уравнение (17) имеет для аргумента  $b\tau$  единственное решение, зависящее от величины  $b$ , которая в свою очередь зависит от соотношения плотностей материалов тела и преграды, критической скорости и эффективной длины струи. Численное решение уравнения (17) дает значение  $b\tau = 2.865$ .

## 5. Экспериментальная проверка модели и обсуждение результатов

Для экспериментальной проверки предлагаемой модели использовались результаты внедрения кумулятивных струй удлиненных кумулятивных зарядов УКЗ-9/4 [1,11] в преграды из металлических сплавов (стали марок 40X и 65Г, титановый сплав ВТ-6 и алюминиевый сплав В95) с очень низкими пластическими свойствами. Пластические свойства материалов оценивались по их деформационным характеристикам: относительному удлинению ( $\delta_5$ ) и относительному сужению ( $\psi$ ). Стандартные механические характеристики приведены в табл. 1.

Глубина внедрения  $h$  определялась по соотношению, которое следует из (14), принятых допущений и найденного значения  $b\tau = 2.865$ :

$$h = \frac{1}{b} V_0 e^{-\frac{b^2\tau^2}{4\pi}} \approx 0.52 \frac{1}{b} V_0.$$

Результаты экспериментов (методика и погрешность результатов приведены в [1]) и расчетов как по предлагаемой модели, так и по классической гидродинамической модели (знаменатель последнего столбца) приведены в табл. 2.

В целом можно отметить неплохую сходимость полученных по предлагаемой модели расчетных и экспериментальных результатов. Заметим, что экспериментальная глубина внедрения КС в преграду из стали 65Г с очень высокими прочностными свойствами оказалась необычно большая. Такой результат может быть связан

**Таблица 1.** Механические характеристики материалов преград

Материал преграды	$\sigma_B$ , МПа	$\sigma_{0.2}$ , МПа	$\delta_5$ , %	$\psi$ , %
Сталь 40X	680	415	8	9
Сталь 65Г	1960	2015	4	5
Титановый сплав ВТ-6	750	650	15.5	16.0
Алюминиевый сплав В95	550	453	6.5	8

**Таблица 2.** Параметры струй и материалов преград и глубина внедрения в преграды

$V_{01}$ , m/s	$V_t$ , m/s	$l_{\text{эфф}}$ , mm	$h_{\text{exp}}$ , mm	$h_{\text{cal}}$ , mm
3230	900	10	40X: 10.6	9.6/10.7
		5	65Г: 7.8	9.6/5.4
		6.5	ВТ-6: 7.7	7.6/9.1
		10	В95: 13.0	13.6/18.2

с расклинивающим эффектом КС и образованием перед ее головной частью магистральной трещины, которая облегчает продвижение КС [10].

По сравнению с классической гидродинамической моделью проникания (исключение составляет преграда из стали 40X) для низкопластичных материалов преград расчеты глубины внедрения кумулятивных струй по данной модели ближе к экспериментальным значениям. Однако модель, несомненно, нуждается в дальнейшей доработке и уточнении. В основном это касается уточнения определения длины и параметров модели на начальной стадии, а также учета прочностных свойств материала преграды на гидродинамической стадии процесса.

## Заключение

В рамках нелокально-гидродинамического подхода получено новое решение задачи высокоскоростного внедрения металлических (кумулятивных) струй в прочностные преграды, которое учитывает начальную фазу проникновения.

Анализ полученного решения, сравнение с экспериментальными результатами показали, что такое решение правильно описывает процесс проникания в преграды из низкопластичных металлических материалов.

Полученное в настоящей работе решение задачи высокоскоростного проникания кумулятивной струи в металлическую преграду открывает, при соответствующей доработке предложенного решения, перспективу создания аналитической модели многостадийного высокоскоростного процесса проникания удлиненных ударников в преграды любого типа.

## Список литературы

- [1] Савенков Г.Г., Мещеряков Б.И., Диваков А.К., Макаревич И.П. // ФГВ. 2010. Т. 46. № 6. С. 125–129.
- [2] Барактин Б.К., Прус А.А., Савенков Г.Г. // ПМТФ. 1989. № 5. С. 155–158.
- [3] Савенков Г.Г. Автореф. докт. дис. СПб.: ИПМаш РАН, 2003.
- [4] Orphal D.I. // Int. J. Impact Eng. 1997. Vol. 20. P. 601–616.
- [5] Хантулева Т.А. // Химическая физика. 2005. Т. 24. № 11. С. 36–47.

- [6] Хантулева Т.А., Серебрянская Н.А. // Изв. вузов. Физика. 2009. Т. 52. № 2/2. С. 165–171.
- [7] Хантулева Т.А., Мещеряков Б.И., Диваков А.К. // Proc. Intern. Conf. „Shock waves in condensed matter“. St. Petersburg, Novgorod, 5–10 Sept. 2010. P. 275–279.
- [8] Литвинов А.В., Хантулева Т.А. // Вестн. Нижегородского ун-та. Механика деформируемого твердого тела. 2011. № 4. (4). С. 1834–1836.
- [9] Физика взрыва / Под ред. К.П. Станюковича. М.: Наука, 1975. 702 с.
- [10] Савенков Г.Г. // Проблемы прочности. 1992. № 8. С. 45–48.
- [11] Ефанов В.В., Кузин Е.Н., Тимофеев В.Н., Челышев В.П. // Полет. 2003. № 10. С. 42–49.