

Аналитическая модель механизма электрической неустойчивости в мультибарьерных гетероструктурах с туннельно-непрозрачными барьерами

© В.А. Гергель[¶], И.В. Алтухов, А.В. Верховцева^{¶¶}, Г.Б. Галиев⁺, Н.М. Горшкова, С.С. Жигальцов, А.П. Зеленый, Э.А. Ильичев^{*}, В.С. Минкин, С.К. Папроцкий, М.Н. Якупов

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук, 125009 Москва, Россия

⁺ Институт сверхвысокочастотной полупроводниковой электроники Российской академии наук, 117105 Москва, Россия

^{*} ФГУП НИИ Физических проблем им. Ф.В. Лукина, 124460 Зеленоград, Москва, Россия

(Получена 2 апреля 2013 г. Принята к печати 10 июня 2013 г.)

Методами математического моделирования электропроводности мультибарьерных гетероструктур получены статические вольт-амперные характеристики, S -образность которых свидетельствует об электрической неустойчивости. С целью изучения ее динамических параметров с использованием известных приближений физики полупроводниковых приборов построена аналитическая модель исследуемой неустойчивости, которая в статическом варианте дает S -образную форму вольт-амперной характеристики, близкую к результатам численного моделирования. Этот факт рассматривается как подтверждение адекватности развитой аналитической модели, и последняя в малосигнальном варианте обобщена на ситуацию с гармоническим электрическим возмущением. Результирующая формула для частотной зависимости малосигнального импеданса свидетельствует о возможной отрицательности динамического сопротивления вплоть до терагерцовых частот. Предложена наглядная физическая интерпретация исследуемой неустойчивости в терминах положительной обратной связи в элементарной ячейке исследуемых мультибарьерных гетероструктур. Приведены также результаты измерений квазистационарных вольт-амперных характеристик изготовленных тестовых мультибарьерных структур GaAs/AlGaAs с ярко выраженным участком отрицательного дифференциального сопротивления.

1. Введение

В работах [1,2] авторами математическим моделированием электропроводности мультибарьерных гетероструктур с переменным уровнем легирования в рамках квазигидродинамической (тепловой) модели электронного дрейфа [3] впервые был конкретно продемонстрирован бистабильный характер вольт-амперных характеристик (ВАХ) указанных гетероструктур в достаточно широком диапазоне температур и структурных параметров (уровней легирования и изменений состава). Этот результат, который после незначительной доработки алгоритма моделирования мы научились представлять в более традиционной форме непрерывных S -образных вольт-амперных характеристик (рис. 1), свидетельствовал об актуальности дальнейшего исследования, в том числе и экспериментального, соответствующей электрической неустойчивости. Отметим здесь, что впервые предположение о возможности существования подобной неустойчивости было высказано Р.А. Сурисом и В.А. Федирко в работе [4]. В плане подготовки к интерпретации результатов предстоящих экспериментов особую актуальность приобретает обобщение численной модели изучаемого явления, построенной в [1,2], на нестационарную ситуацию для описания реакции исследуемой

системы на переменное во времени электрическое воздействие. Строго говоря, для этого следовало бы просто включить соответствующие временные производные в систему фундаментальных уравнений высокополевого электронного дрейфа [1,2]. Однако исключительно высокая трудоемкость такого прямого подхода в части

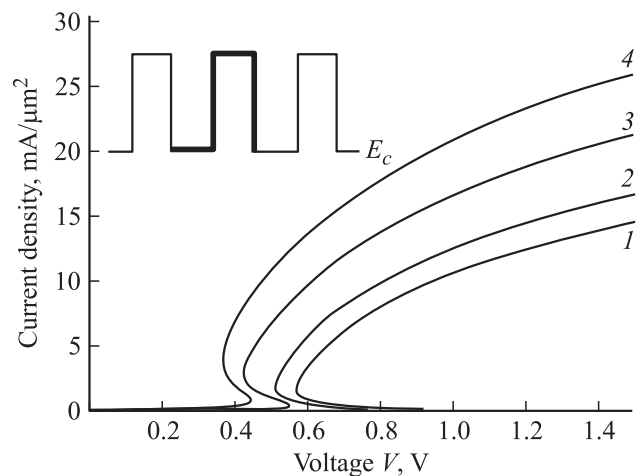


Рис. 1. S -образные вольт-амперные характеристики гетероструктур с различным уровнем легирования барьерных слоев $N, \text{см}^{-3}$: 1 — 0, 2 — 10^{17} , 3 — $3 \cdot 10^{17}$, 4 — $5 \cdot 10^{17}$. В узкозонных слоях $N = 10^{18} \text{см}^{-3}$. На вставке — рельеф дна зоны проводимости в многобарьерной гетероструктуре.

[¶] E-mail: gergel@cplire.ru

^{¶¶} E-mail: alevteena@gmail.com

построения алгоритмов и их программной реализации стимулировала нас к отысканию более простого и прагматичного способа оценки быстродействия соответствующих переходных процессов. Его суть заключается в предварительном построении приближенной аналитической модели рассматриваемой неустойчивости в ее стационарном варианте. При этом будет использован ряд известных аналитических подходов, хорошо апробированных физикой электронных процессов в полупроводниковых приборных структурах. Затем, подтвердив адекватность построенного аналитического описания близостью результирующих стационарных S -образных ВАХ к результатам численной модели, мы стандартным образом (в малосигнальном приближении) преобразуем его к описанию реакции на гармоническое возмущение, т.е. получим соответствующие формулы для высокочастотного импеданса.

2. Пространственная структура и физические механизмы

Будем рассматривать изучаемую структуру как последовательность элементарных звеньев из прилегающих друг к другу слоев узкозонного (долина) и широкозонного (барьер) материалов, достаточно толстых ($\gtrsim 30$ нм), что позволит использовать квазиклассическое описание электронного дрейфа в рамках квазигидродинамической модели с кинетическими коэффициентами (подвижность μ , время энергетической релаксации τ), зависящими локально от электронной температуры (тепловой энергии kT). Узкозонные слои структуры будем считать достаточно сильно легированными (концентрация $N > 10^{17}$ см $^{-3}$), чтобы в них легко могли разместиться области обеднения (пространственного заряда), индуцирующие сравнительно большие электрические поля в широкозонных (барьерных) слоях, которые для простоты будем считать свободными от легирующей (донорной) примеси. Ясно, что в рассматриваемой мультибарьерной гетероструктуре, когда на границах прилегающих слоев существенно изменяются как положение дна зоны проводимости E_c , так и степень легирования, внешнее напряжение будет в основном приложено к барьерным слоям со значительно меньшей в силу болцмановского фактора $\exp(-\Delta E_c/kT)$, где ΔE_c — разрыв зоны проводимости, концентрацией электронов. Соответственно будет существенно различаться и сам характер электронного дрейфа в этих прилегающих друг к другу слоях. В барьерных слоях с большим (но слабо меняющимся) электрическим полем он будет отвечать так называемому сверхскоростному режиму, когда в силу инерционности процесса разогрева электронов актуальная подвижность носителей будет существенно превышать значения, отвечающие ее стандартной зависимости от электрического поля [5]. При этом падение электронной подвижности вследствие джоулевого разогрева компенсируется (для сохранения

плотности тока) соответствующим изменением локальной концентрации электронов. С другой стороны, дрейф в узкозонных (сильно легированных) слоях отвечает режиму квазинейтральности, когда концентрацию электронов n можно считать неизменной и равной концентрации доноров, $n = N$, а температурные изменения подвижности компенсируются локальными изменениями электрического поля.

3. Аналитическая модель неустойчивости

Будем использовать простейший формализм описания квазигидродинамического дрейфа, предложенный Р. Стреттоном [3], со степенной зависимостью кинетических коэффициентов:

$$\mu(T) = \mu(T_0) \left(\frac{T_0}{T} \right)^\alpha, \quad \tau(T) = \tau(T_0) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{1-\alpha}, \quad (1)$$

где T_0 — температура термостата (решетки), а значения коэффициента α ограничены условием $0 \leq \alpha \leq 1$. Более того, главные уравнения модели — уравнения непрерывности электронного потока и потока электронной температуры — запишем для ситуации $\alpha = 1$, когда они выглядят особенно просто:

$$\begin{aligned} \frac{dj}{dx} &= \frac{d}{dx} \left[\mu(T) \left(\frac{d\varphi}{dx} n - T \frac{dn}{dx} \right) \right] = 0; \\ \frac{dj_T}{dx} &= \frac{3}{2} \frac{d}{dx} \left[-\mu(T_0) n T_0 \frac{dT}{dx} + jT \right] = j \frac{d\varphi}{dx} - \frac{3}{2} n \frac{T - T_0}{\tau}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\mu(T) = \mu(T_0) (T_0/T) = D/T$ — подвижность электронов, а время энергетической релаксации τ постоянно (вместо обычной температуры T для простоты записи мы использовали так называемый тепловой потенциал $T \equiv kT/e$).

Полагая исследуемую мультибарьерную гетероструктуру достаточно протяженной, можно считать электронные процессы в каждом из ее элементарных звеньев идентичными и ограничиться рассмотрением системы уравнений (2) в пределах одной элементарной ячейки структуры, состоящей из слоя узкозонного материала и прилегающего к нему слоя широкозонного материала.

Постулируемая идентичность ячеек дает в качестве необходимого граничного условия равенство электронных температур и соответствующих градиентов на внешних границах рассматриваемой ячейки. Разумеется, и на внутренней (инжектирующей) гетерогранице электронная температура одинакова: $T^- = T^+ = T$.¹ Будем считать соответствующие электронные концентрации на этой границе связанными болцмановским множителем,

¹ Здесь и далее индексы „+“ и „-“ указывают принадлежность соответствующих величин к широкозонному и узкозонному слоям ячейки.

$n^+ = n^- \exp(-\Delta E_c/T)$, а электрическое поле в широкозонном слое с малой концентрацией электронов постоянным, $d\phi/dx = V^+/d^+$. Тогда можно связать плотность электронного потока j с напряжением на широкозонном слое простым соотношением:

$$j = n^- \exp\left(-\frac{\Delta E_c}{T}\right) \frac{D}{T} \frac{V}{d^+}, \quad (3)$$

где d^+ — толщина широкозонного слоя, а ΔE_c — высота энергетического барьера в вольтах.

Рассматривая систему уравнений (2) в узкозонном сильно легированном слое, используем так называемое приближение квазинейтральности, суть которого состоит в пренебрежении малыми вариациями концентрации электронов, обусловленными пространственными изменениями электрического поля, по сравнению с исходной электронной плотностью, равной концентрации доноров N . При этом непрерывность электронного потока

$$j = N \frac{D}{T} \frac{d\phi}{dx}$$

дает пропорциональность электрического поля и температуры:

$$\frac{d\phi}{dx} = \frac{j}{ND} T. \quad (4)$$

При подстановке (4) уравнение теплопроводности (2) становится линейным и в безразмерных координатах $x \equiv x/\sqrt{D\tau}$, $j \equiv j/j_1$, $T \equiv T/T_0$ принимает вид

$$\frac{d^2T}{dx^2} - j \frac{dT}{dx} + \frac{2}{3} j^2 T - T + 1 = 0. \quad (5)$$

Здесь нормировочное значение потока $j_1 \equiv N\sqrt{D\tau}$ довольно большая величина, поскольку характерная скорость $\sqrt{D\tau}$ близка к скорости насыщения $v_s \sim 10^7$ см/с в локальных моделях электронного дрейфа [5]. Решение (5), отвечающее охлаждению электронов в узкозонной области, имеет вид

$$T(x) = \left[T - \frac{1}{1 - (2/3)j^2} \right] \exp[K(d^- - x)] + \frac{1}{1 - (2/3)j^2}, \quad (6)$$

где $[1 - (2/3)j^2]^{-1}$ — постоянная компонента поля температур, отвечающая полной компенсации джоулева разогрева терморелаксацией, $K = \sqrt{1 - (5/12)j^2} - j/2$ есть декремент затухания, обусловленный модулированной электрическим полем термодиффузией, а T — интересующая нас температура на внутренней гетерогранице элементарного звена $x = d^-$. Строго говоря, для определения T необходимо решать уравнение теплопроводности (2) и в широкозонном барьерном слое ячейки, где электрическое поле сравнительно велико и практически постоянно. Однако такая аппроксимация $d\phi/dx = \text{const}$ сохраняет нелинейность уравнения (2) и поэтому недостаточно продуктивна даже для качественного анализа соответствующих решений. Вместо этого, воспользовавшись тем обстоятельством, что время

пролета электронами широкозонного слоя, как правило, существенно меньше времени терморелаксации τ , проинтегрируем (2), пренебрегая последним слагаемым. В результате получим интегральное соотношение

$$\frac{3}{2} \left[T - \frac{1}{1 - (2/3)j^2} \right] (K + j) [\exp(Kd^- - 1)] = jV^+, \quad (7)$$

явно свидетельствующее о нелокальности теплового баланса в рассматриваемой системе, а именно о том, что потеря тепловой энергии электронов в сильно легированном узкозонном слое ячейки компенсируется джоулевым разогревом в барьерном нелегированном широкозонном слое. Отметим также, что (7) помогает понять и природу ожидаемой S -образности (участка неустойчивости) вольт-амперной характеристики изучаемой мультибарьерной структуры, показывая, что при уменьшении тепловых потерь в узкозонных слоях с ростом тока (за счет соответствующего уменьшения декремента затухания $K = \sqrt{1 - (5/12)j^2} - j/2$) требованию общего термобаланса отвечают меньшие напряжения V^+ на широкозонных слоях. Подставив в (7) безразмерную величину $V^+ \approx V^+/T_0 = jTd^+ \exp(\Delta/T)$ из (3), получим соотношение

$$\frac{3}{2} (K + j) \left(T - \frac{1}{1 - (2/3)j^2} \right) [\exp(Kd^-) - 1] = d^+ j^2 T \exp \frac{\Delta}{T}, \quad (8)$$

где $\Delta = \Delta E_c/T_0$, в неявном виде связывающее плотность электронного потока и температуру на инжектирующей гетерогранице. В расчетах, отвечающих конкретным значениям толщины слоев, для решения (8) используется соответствующая итерационная процедура. Здесь же приведем и асимптотическую формулу для зависимости тока от температуры, отвечающую разложению (8) при $Kd \ll 1$, когда неявность (8) исчезает сама по себе:

$$j = \left[\frac{3}{2} \frac{T - 1}{T} \frac{1}{1 + (d^+/d^-) \exp(\Delta/T)} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

При этом с учетом падения напряжения на узкозонном слое $V^- \approx d^- jT$

$$V = V^+ + V^- = d^- \left\{ \frac{3}{2} T(T - 1) \left[1 + \frac{d^+}{d^-} \exp \left(\frac{\Delta}{T} \right) \right] \right\}^{1/2}. \quad (10)$$

Довольно простые выражения (9)–(10) параметрически (через T) определяют искомую форму вольт-амперной характеристики в указанной предельной ситуации [6], вольт-амперные характеристики показаны соответствующими штриховыми линиями (рис. 2), они отвечают значениям $d^+ = d = 0.25, 0.5, 0.75, 1.0$. На рис. 2 также представлены кривые, рассчитанные для тех же значений безразмерной толщины d с использованием

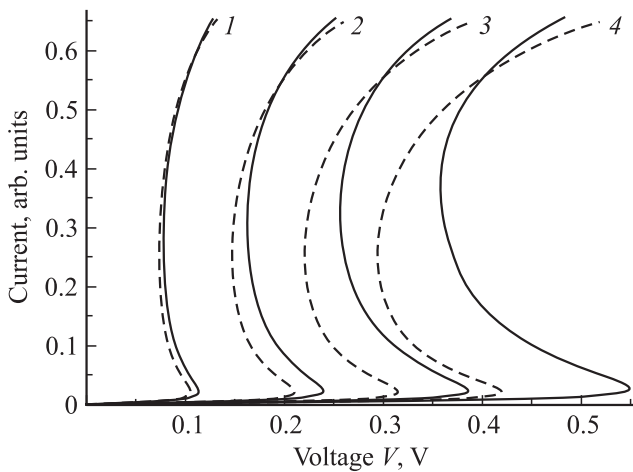


Рис. 2. Расчетные вольт-амперные характеристики элементарного звена: сплошные линии — итерационное решение уравнения (8) для значений безразмерной величины $d = 0.25$ (1), 0.5 (2), 0.75 (3), 1.0 (4); штриховые линии — асимптотика по формулам (9) и (10).

итерации точного выражения (8). Отметим, что для всех зависимостей характерен довольно протяженный участок отрицательного дифференциального сопротивления (ОДС) с ожидаемым ростом напряжения при увеличении толщины слоев.

4. Малосигнальный гармонический анализ устойчивости

Для анализа частотной зависимости малосигнального импеданса дополним уравнение теплопроводности (2) соответствующей временной производной и, разложив его по малым отклонениям физических величин от их значений в соответствующих точках стационарной характеристики, вместо (2) получим для гармонического возмущения

$$\frac{d^2}{dx^2} \delta T - j \frac{d}{dx} \delta T - \left[1 + i\omega\tau - \frac{2}{3} j^2 \right] \delta T = \delta j \frac{dT}{dx} - \frac{4}{3} \delta j \cdot jT. \quad (11)$$

Пренебрегая правой частью (11) в области достаточно малых токов, $j \ll 1$, на интересующем нас участке ВАХ с ОДС, получим для искомой флуктуации электронной температуры

$$\delta T(x) = \delta T \exp[k_\omega(d - x)] \quad (12)$$

с комплексным декрементом

$$k_\omega = -\frac{j}{2} + \sqrt{1 + i\omega\tau - \frac{5}{12} j^2}. \quad (13)$$

Отсюда для флуктуации теплового потока $\delta j_T = (3/2)(k_\omega + j)\delta T$ получим, аналогично (7), условие

нелокального энергобаланса

$$\begin{aligned} \delta j_T(0) - \delta j_T(d) &= \frac{3}{2} d \left[1 + i\omega\tau - \frac{2}{3} j^2 \right] \delta T \\ &= \delta j \cdot \varphi + j \cdot \delta\varphi = j\varphi \left(\frac{\delta j}{j} + \frac{\delta\varphi}{\varphi} \right). \end{aligned} \quad (14)$$

Выразив здесь стационарную джоулеву мощность $j\varphi$ через стационарную же температуру в рассматриваемой точке стационарной ВАХ, с учетом малости $j \ll 1$ получим для флуктуации δT на инжектирующей гетерогранице

$$\delta T = \frac{T - 1}{1 + i\omega\tau} \left(\frac{\delta j}{j} + \frac{\delta\varphi}{\varphi} \right). \quad (15)$$

С другой стороны, линеаризуя формулу (3) для тока термоинъекции, получим для той же величины

$$\delta T = \frac{T^2}{\Delta - T} \left(\frac{\delta j}{j} - \frac{\delta\varphi}{\varphi} \right). \quad (16)$$

Приравняв эти соотношения, легко находим для комплексного сопротивления

$$n \frac{\delta\varphi}{\delta j} \equiv Z(\omega) = R \frac{1 - A(T) + i\omega\tau}{1 + A(T) + i\omega\tau}, \quad (17)$$

где $R = n(\varphi/j)$ (n — число энергетических барьеров в структуре), а

$$A(T) = \frac{(T - 1)(\Delta - T)}{T^2} \quad (18)$$

— эффективный коэффициент положительной обратной связи по току.

Функция $A(T)$, положительная на отрезке (1, Δ), имеет довольно широкий максимум, величина которого растет с увеличением Δ .

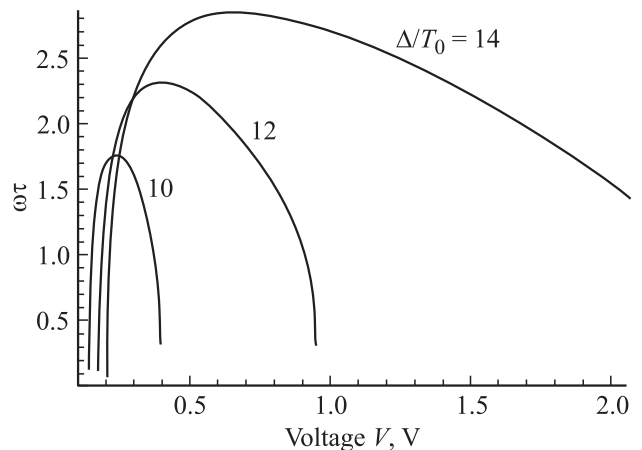


Рис. 3. Зависимости предельной частоты генерации от напряжения при $\Delta E_c/T_0 = 10$ (1), 12 (2) и 14 (3).

Преобразовав (17) к форме с действительным знаменателем, получим

$$Z(\omega) = R_{cm} \frac{1 - A^2 + \omega^2\tau^2 + 2i\omega\tau A}{(1 + A)^2 + \omega^2\tau^2}, \quad (19)$$

откуда следует $\text{Re}Z(\omega) < 0$ при $(\omega\tau)^2 < A^2(T) - 1$ (рис. 3). При этом знак $\text{Im} Z(\omega)$ отвечает емкостному характеру реактивности импеданса. Воспользовавшись выведенным ранее соотношением (10) между температурой T и падением напряжения в широкозонном слое элементарной ячейки φ , можно построить зависимости предельной частоты генерации, определив ее условием $\omega_m = \tau^{-1} \sqrt{A^2(T) - 1}$, от напряжения, отвечающего соответствующей точке участка ОДС стационарной характеристики (рис. 2). Легко видеть, что, как и следовало ожидать, значение $A = 1$ отвечает точкам поворота S-образной ВАХ на оси напряжений (рис. 2).

5. Результаты квазистатических измерений вольт-амперных характеристик тестовых образцов мультибарьерных гетероструктур

Экспериментальные образцы представляли собой мезоструктуры площадью $\sim 1000 \text{ мкм}^2$. Они содержали пять пар чередующихся слоев сильно легированного GaAs ($N = 10^{18} \text{ см}^{-3}$) и нелегированного $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ($x = 0.3$).

На импульсах измерялись временные зависимости напряжения на образце, $V(T)$, и протекающего через образец тока, $I(t)$, в режиме, близком к режиму заданного тока, при комнатной температуре (рис. 4, 5). Для минимизации нежелательного адиабатического джоулева разогрева кристаллической решетки в течение импульса измерения проводились на коротких колоколообразных импульсах напряжения (время нарастания напряжения до максимального значения $\sim 0.2 \text{ мкс}$). С той же целью минимизации электроразогрева в процессе измерений использовалась сравнительно малая частота повторения импульсов (1–10 Гц). Из значений I и V для одного и того же момента времени t из соответствующих временных зависимостей $I(t)$ и $V(t)$ строилась искомая квазистатическая вольт-амперная характеристика, демонстрирующая ярко выраженный участок ОДС в области $1 < V < 4 \text{ В}$ с максимальным током $\sim 1 \text{ А}$ (рис. 6). Следует отметить также, что при напряжениях, близких к напряжению поворота S-образной ВАХ, на временных зависимостях напряжения (рис. 4) наблюдались заметные колебания длительностью $t \approx 40 \text{ нс}$, возможно, связанные с проявлением ожидаемой неустойчивости (ОДС) на паразитных резонансных контурах схемы измерений, которые и проявились в окрестности точки поворота на результирующей ВАХ (рис. 6).

Возможно и альтернативное объяснение этих наблюдаемых особенностей за счет незначительных технологических различий концентрации доноров в различных

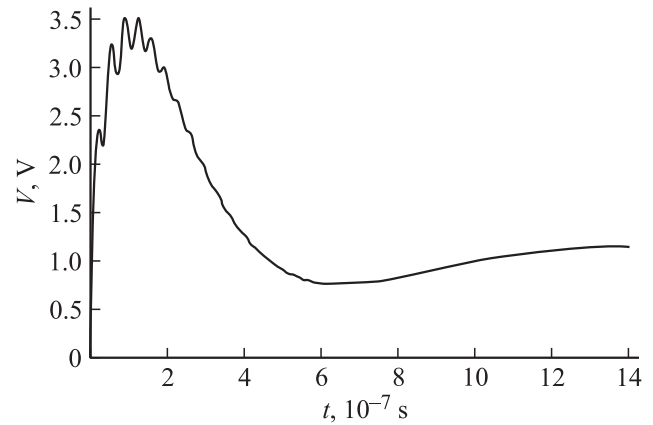


Рис. 4. Динамическая характеристика изменения напряжения на экспериментальном образце при комнатной температуре.

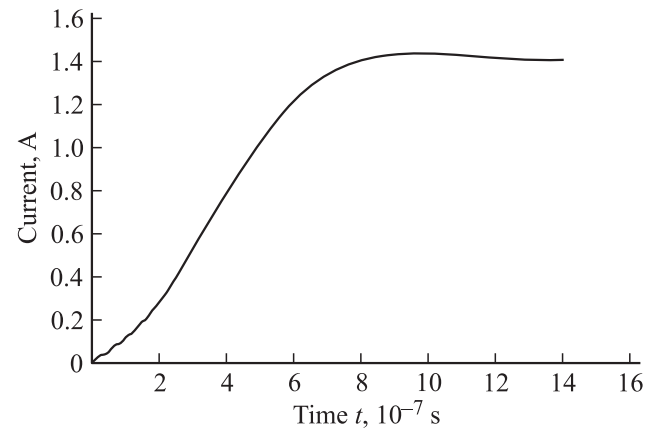


Рис. 5. Динамическая характеристика изменения тока, протекающего через экспериментальный образец, при комнатной температуре.

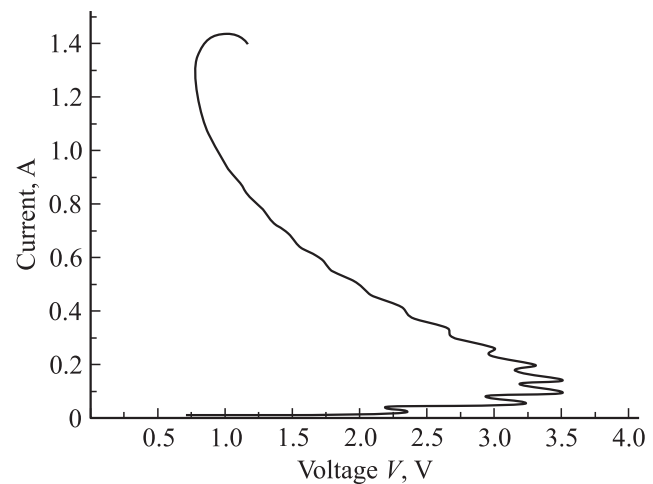


Рис. 6. Квазистатическая вольт-амперная характеристика экспериментального образца.

GaAs-слоях исследуемой мультibarьерной структуры и их толщины. Согласно предложенной модели (8), положение точки поворота гипотетических ВАХ отдельных звеньев структуры довольно остро зависит от их толщины и уровня легирования. При соответствующих отличиях суперпозиция пяти таких элементарных ВАХ также может давать наблюдаемые особенности в окрестности точки поворота результирующей вольт-амперной характеристики.

К сожалению, ограниченное число работоспособных тестовых элементов не позволило нам более подробно изучить природу этих наблюдаемых особенностей, что, однако, не умаляет значения полученного в работе экспериментального подтверждения столь мощной электрической неустойчивости в мультibarьерных гетероструктурах указанного типа.

Авторы считают своим приятным долгом выразить благодарность чл.-корр. РАН А.Ю. Егорову за предоставленную гетероструктуру, на которой были созданы тестовые элементы и проведены измерения их электрических характеристик.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 12-07-00-63 и № 12-07-00-589).

Список литературы

- [1] В.А. Гергель, А.П. Зеленый, М.Н. Якупов. ФТП, **41** (3), 325 (2007).
- [2] В.А. Гергель, А.П. Зеленый, М.Н. Якупов. Радиотехника и электроника, **52** (7), 862 (2007).
- [3] R. Stratton. Phys. Rev., **126** (6), 2002 (1962).
- [4] Р.А. Сурис, В.А. Федирко. ФТП, **12** (6), 1060 (1978).
- [5] М. Грундман. *Основы физики полупроводников. Нанопизика и технические приложения* (пер. с англ. под ред. В.А. Гергеля), 2-е изд. (М., Физматлит, 2012).
- [6] В.А. Гергель, А.В. Верховцева, Н.М. Горшкова, М.Н. Якупов. Радиотехника и электроника, **57** (4), 481 (2012).

Редактор Л.В. Шаронова

The analytical model of the electrical instability mechanism in multibarrier heterostructures with tunnel-opaque barriers

V.A Gergel, I.V. Altuhov, A.V. Verhovtseva, G.B. Galiev⁺, N.M. Gorshkova, S.S. Zhigaltsov, A.P. Zelenji, E.A. Il'ichev*, V.S. Minkin, C.K. Paprotskij, M.N. Jakupov

Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics, Russian Academy of Sciences, 125009 Moscow, Russia

⁺ Institute of UHF Semiconductor Electronics, Russian Academy of Sciences, 117105 Moscow, Russia

* F.V. Lukin Scientific-Research Institute of Physical Problems, 124460 Zelenograd, Moscow, Russia

Abstract Using mathematical modeling of conductivity in multibarrier heterostructures, static current-voltage characteristics with *S*-behavior indicative of electrical instability have been obtained. In order to study its dynamic parameters, using known approximations of physics of semiconductor devices, an analytical model of instability was developed which gives the static embodiment *S*-shape current-voltage characteristics similar to the numerical simulation results. The resulting formula for the frequency dependence of the small-signal impedance demonstrates the possibility of a negative dynamic resistance up to terahertz frequencies. The physical interpretation of the instability in terms of positive feedback in the unit cell of the multibarrier heterostructures is formulated. The results of measurements of quasi-stationary current-voltage characteristics of the fabricated test multibarrier GaAs/AlGaAs structures, having explicit negative differential resistance are presented.