

19,07,09

## Модуляционная поляриметрия термоупругости, индуцированной тепловым излучением в стекле

© И.Е. Матяш, И.А. Минайлова, О.Н. Мищук, Б.К. Сердега

Институт физики полупроводников им. В.Е. Лашкарева НАН Украины,  
Киев, Украина

E-mail: bserdega@isp.kiev.ua

(Поступила в Редакцию 1 июля 2013 г.

В окончательной редакции 22 декабря 2013 г.)

В модельном образце из стекла экспериментально исследовано явление радиационной термоупругости, индуцированной внешним тепловым излучением. Детектирование термоупругости производилось оптико-поляризационным методом, используемым для исследований фотоупругого эффекта, модифицированным технической модуляцией поляризации зондирующего излучения. Этот прием позволяет увеличить чувствительность измерительной системы к напряженному состоянию твердого тела настолько, что становится возможной регистрация термоупругости в условиях перепада температуры в образце на доли градуса. Измерены изменения во времени и пространстве величины механических напряжений, индуцированных в образце неоднородным радиационным нагревом и, как следствие, тепловым потоком. С помощью графического интегрирования экспериментальных характеристик получены координатные функции температуры как решения обратной задачи термоупругости. На основе анализа экспериментальных характеристик кинетики и динамики механического напряжения получены характеристические параметры некоторых механизмов теплопередачи.

### 1. Введение

Природа радиационного нагрева как одного из трех механизмов теплопередачи, а также проблема применения его в задачах нагрева или в общем случае теплообмена в твердых телах долгие годы изучаются в различных научных и конструкторско-технологических институтах. Основанием для такого интереса служат как всеобщая распространенность этого явления, так и возможность его использования при решении множества практических задач: от бытовых [1] до космических [2]. Видимо, последнее обстоятельство явилось причиной того, что термин „радиационный“ нагрев используется в очень большом числе исследовательских работ, изобретений и конструкций (в основном материаловедческого или технологического характера) с применением диапазона излучений от корпускулярных до СВЧ. В этих работах в основном используются радиационные сильное, сверхбыстродействующее или одновременно оба воздействия на объект исследования или обработки [3–5]. По этому поводу в [6] отмечено, что локальность и быстротечность лазерного нагрева затрудняют получение достоверной информации о процессах теплопередачи и индуцированных ею эффектах существующими экспериментальными методами, в связи с чем особое значение приобретает создание математических моделей и соответствующих расчетных методов. обстоятельный обзор [7] работ по указанному вопросу содержит исчерпывающую информацию о современном состоянии проблемы, из которого, однако, следуют противоречивые выводы.

Во-первых, математические приемы и моделирование позволяют описывать пространственно-временной процесс радиационного нагрева вещества системой взаимосвязанных нелинейных уравнений, поскольку электрофизические, упругие и тепловые параметры вещества изменяются под влиянием сильных воздействий, которые используются чаще всего. Решение этой задачи, особенно в случае ее связанности, возможно исключительно приближенными методами с применением современной техники численного решения задач математической физики. Учет указанных факторов наряду с повышением точности получаемых результатов приводит также к усложнению математических моделей, которые становятся нелинейными. В итоге сложность таких теорий ограничивает их применение.

Во-вторых, число экспериментальных работ, сопровождающихся согласующимися результатами теоретических расчетов, по некоторым причинам уступает количеству модельных представлений, несмотря на то, что для детектирования термоупругости, индуцированной неоднородным разогревом вещества, используется множество методов, перечень которых приведен в [8]. Видимо, в условиях радиационного нагрева возникающий перепад температур на концах образца или в общем случае в его объеме оказывается недостаточным для детектирования термоупругости отмеченными методами, хотя именно при этом условии оптические и механические константы вещества остаются практически неизменными, что позволяет получать строгие аналитические решения [9]. Такой результат, свидетельствующий о важности проблемы радиационного нагрева прозрачных материалов, приведен в работе [10]. Имеются все основания

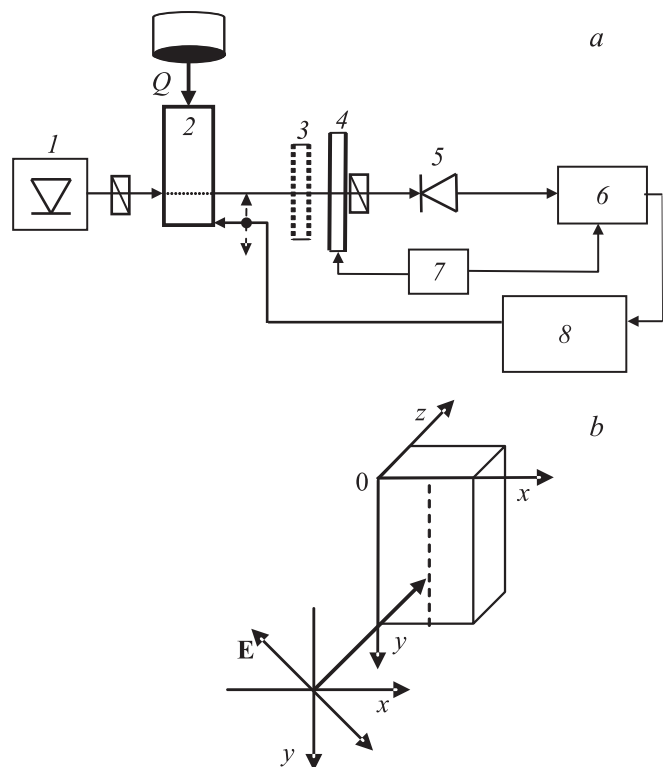
полагать, что сделанный в ней вывод о динамике индуцированной термоупругости в пространстве может быть подтвержден экспериментально. Более сложный случай радиационного нагрева прозрачной слоистой пластины рассмотрен в [11], где также получены пространственно-временные характеристики процесса термонапряженного состояния в аналитическом виде.

В связи с этим представляется обоснованным проведение экспериментальных исследований явления термоупругости в условиях не зависящих от температуры коэффициентов. В этом случае можно ожидать адекватную характеристику его эволюции в рамках аналитического формализма. Решающим стимулом для постановки задачи настоящей работы является то, что при ее выполнении детектирование термоупругости осуществляется чрезвычайно чувствительным методом. Достоверная регистрация эффекта с его помощью оказывается возможной в условиях перепадов температур в пространстве образца, незначительно превышающих температуру окружающей среды. Это обстоятельство позволяет при обсуждении результатов измерения эффекта и его интерпретации исключать температурные зависимости всех коэффициентов, участвующих в процессах его возникновения и регистрации. Речь идет об оптико-поляризационном методе, используемом в исследовании фотоупругого эффекта [12], но модифицированном техникой модуляции поляризации зондирующего излучения.

## 2. Методика эксперимента

В настоящей работе под явлением радиационной термоупругости будем понимать изменение во времени и пространстве величин механических напряжений в твердом теле, индуцированных тепловым излучением, испускаемым внешним нагретым телом. Для этого в качестве источника излучения в эксперименте использован стандартный прибор (абсолютно черное тело), предназначенный для калибровки тепловизоров по радиационной температуре ИТО-1, в котором параметры теплового излучения определялись установкой величины температуры излучателя  $T = 40^\circ\text{C}$ .

Образец представлял собой брусок, вырезанный из стекла ТФ-1, предназначенного для изготовления изделий оптики. Основанием для выбора материала служили два равноценных обстоятельства. Сравнительно малое значение коэффициента теплопроводности материала придает явлению термоупругости медленную динамику теплового потока, при которой допустимо использование методики поляризационной модуляции. Немаловажными также являются его оптическая и механическая однородность. Поэтому все поверхности образца подвергались полировке как ради их оптического совершенства, так и для минимизации остаточных напряжений, обусловленных поверхностным натяжением. Черное тело с излучающей поверхностью в форме круга с площадью, незначительно превышающей размер торцевой



**Рис. 1.** Оптическая схема (а) и геометрия опыта (б) для измерения термоупругого двулучепреломления. 1 — лазерный диод, 2 — образец, 3 — компенсационная фазовая пластинка, 4 — МП, 5 — Si-фотодетектор, 6 — lock-in-нанольтметр, 7 — генератор опорного сигнала и питания МП, 8 — ПК.  $E$  — электрическое поле волны,  $Q$  — тепловой излучатель.

поверхности образца, устанавливалось напротив него на расстоянии 2 см (рис. 1, а). Исходя из этого определялись габариты образца: размер освещаемой поверхности  $l_x \times l_z = 2 \times 2 \text{ cm}$  с учетом расстояния от излучателя позволяет обеспечивать условие ближнего светового поля и, как следствие, однородность радиационного и теплового потока в образце. Его размер вдоль потоков излучения и тепла  $l_y = 3 \text{ cm}$  (рис. 1, б) обеспечивал заметное поглощение энергии при небольших значениях коэффициента поглощения. Измерение пространственных и временных характеристик механического напряжения производилось сканированием образца зондирующим лучом. Для определения координатной зависимости образец закреплялся вместе с излучателем на одном и том же подвижном устройстве, что позволяло сохранять заданное расстояние между ними при их перемещении относительно луча. В качестве его источника использован полупроводниковый лазер с длиной волны  $\lambda = 650 \text{ nm}$  и мощностью  $\sim 1 \text{ mW}$ , а средний диаметр пучка излучения с учетом каустики на длине хода составлял около 0.5 mm.

Необходимость в поляризационной модуляции излучения обоснована следующим обстоятельством. Дело в том, что широко применяемый метод исследования

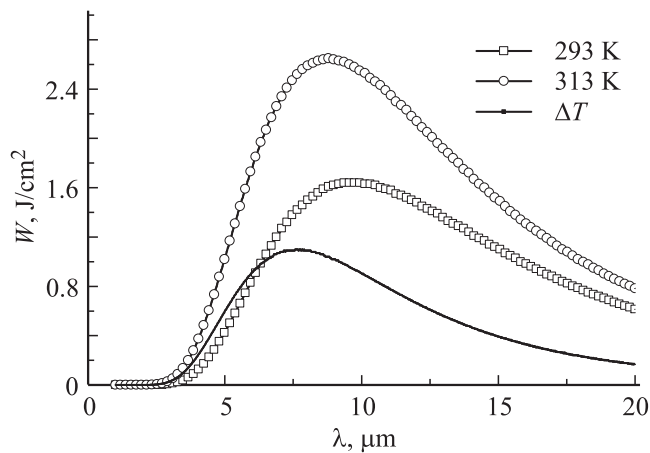
упругих напряжений в твердом теле [12] на основе фотоупругого эффекта принципиально непригоден при измерении малых значений напряжения. Причина этого заключается в неизбежном присутствии в излучении неполяризованной компоненты, которая при измерениях, как правило, модуляцией интенсивности даже при небольшой ее величине создает на фотодетекторе сигнал, не зависящий от деформации (оптической анизотропии). Избавиться от этого ограничения можно единственным способом, который заключается в использовании поляризационной модуляции зондирующего излучения. В этом случае воздействие поляризационного модулятора на световой поток вызывает в фотодетекторе генерацию переменной компоненты сигнала, которая при измерении селективным усилителем отделяется от постоянной составляющей, связанной с неполяризованным излучением. Усложнение эксперимента, вызванное данным усовершенствованием, с избытком компенсируется прежде всего расширенным на несколько порядков динамическим диапазоном измеряемых величин, а также высокой степенью достоверности поляризационной, т.е. анизотропной, природы их происхождения.

Модулятор поляризации (МП) представляет собой динамическую фазовую пластинку [13], в которой оптическая анизотропия сжатия-растяжения создается присоединенным к ней резонатором из кристаллического кварца. Некоторые варианты применения МП рассмотрены ранее в [14]. Там же детально изложено функционирование модулятора, которое, согласно определению [15], состоит в таком воздействии на электромагнитную волну, при котором не изменяется ни один из ее параметров, кроме разности фаз между ее ортогональными компонентами. Задача данного эксперимента заключается в регистрации состояния поляризации зондирующего излучения, степень изменения которого связана с возникшей вследствие термоупругости оптической анизотропией. Для этого по изложенным в [14] соображениям предпочтительным является линейно поляризованное излучение в исходном состоянии (поляризатор, расположенный после лазера, служит для „очистки“ его излучения от других компонент). Этому варианту способствует то, что ориентация индикатрисы показателей преломления заранее известна, поскольку ее азимутальная ориентация определяется направлением теплового потока. Согласно правилам анизотропной оптики, азимут поля волны  $\mathbf{E}$  зондирующего излучения должен быть ориентирован так (рис. 1, *b*), чтобы две его компоненты  $E_x$  и  $E_y$  были равны и параллельны осям образца, относительно которых тепловым потоком ориентированы деформации сжатия-растяжения. При такой геометрии опыта в излучении по мере его распространения сквозь образец возникает разность фаз между ортогональными линейными компонентами, описываемая соотношением  $\Delta = \varphi_x - \varphi_y = 2\pi(n_x - n_y)d/\lambda$ . Здесь  $n_x$ ,  $n_y$  — показатели преломления стекла вдоль осей оптической индикатрисы образца,  $d$  — его толщина в направлении распространения зондирующего луча. Наличие сдвига

фаз, линейно зависящего от величины деформации в пределах закона Гука, приводит к преобразованию излучения в общем случае в эллиптически поляризованное, т.е. к возникновению в его составе циркулярной поляризации. Эта составляющая излучения, появившаяся за счет уменьшения линейно поляризованной, является мерой деформации с некоторыми ограничениями. Одно из этих ограничений учтено в том варианте расположения модулятора в оптической схеме, который отвечает условию задачи.

Так, в случае его расположения после образца (рис. 1, *a*) он совместно с присоединенным к нему линейным поляризатором играет роль динамического анализатора состояния поляризации излучения, прошедшего образец. Под этим действием подразумевается разложение сигнала эллиптической поляризации на линейную и циркулярную составляющие. Таким образом, в величине и знаке циркулярной компоненты на выходе из образца содержится информация о толщине образца, величине и знаке оптической анизотропии и деформации. При известных размерах образца величину оптической анизотропии уместно использовать в качестве меры механического напряжения. Для этого следует измерить интенсивность циркулярно поляризованного излучения  $I_V$ , которая, согласно [16], равна  $I_V = E_x E_y \sin \Delta \sin(\omega t)$ , где  $\omega$  — частота модуляции. Из приведенного соотношения как второе ограничение следует условие  $\Delta < 1$ , необходимость выполнения которого обеспечивает метрологическое достоинство циркулярной компоненты в линейной зависимости  $\Delta = C\sigma$ . Здесь уместно отметить, что указанное условие хорошо выполняется в эксперименте, а коэффициент пропорциональности  $C$  (константа Брюстера) в приведенной зависимости определяется дополнительным измерением анизотропии сжатого внешним контролируемым усилием эквивалентного образца.

Измерялись величины оптической анизотропии, пересчитанные в механические напряжения, в зависимости от времени при фиксированных положениях зондирующего луча в  $y$ -координатах, а также их распределения вдоль теплового потока в определенные моменты времени. Регистрация сигнала фотодетектора производилась lock-in-нанольтметром, в котором значение постоянной интегрирования устанавливалось исходя из определенной иерархии характеристических времен процессов формирования явления термоупругости и его регистрации. Положительный знак разности фаз ортогональных компонент излучения установкой фазы опорного сигнала синхронного усилителя придавался напряжению сжатия вдоль  $y$ -координаты. Успешному использованию модуляционной методики в регистрации кинетики объектов, обладающих по выражению [17] „медленной собственной динамикой“, способствовала ее высокая частота. Действительно, использованное значение частоты модуляции 50 kHz способствует уменьшению помех, связанных с природой  $1/f$ -шума. При этом также обеспечивается быстрое действие в физическом определении разности фаз ортогональных компонент волны, являющейся условием



**Рис. 2.** Спектральные распределения плотностей излучения черного тела и исследуемого образца при температурах 313 и 293 К соответственно, а также их разности.

возникновения циркулярной поляризации. Образец при измерениях находился в среде окружающего воздуха при атмосферном давлении и в условиях естественной конвекции. Последнее обстоятельство вынуждало применять экранирование образца от нестабильностей конвективных потоков в его окружении, являющихся причиной долговременных флуктуаций сигнала фотодетектора.

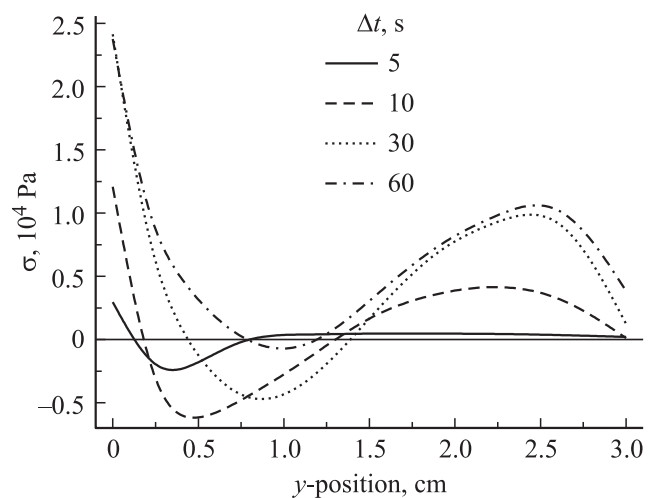
В завершение изложения условий эксперимента следует отметить, что в формировании пространственной функции напряжения решающую роль играет соотношение спектральных диапазонов теплового излучения и коэффициента поглощения материала образца. На рис. 2 приведены спектры плотностей излучений черного тела, из которых следует, что основная энергия излучения, определяемая площадью под разностной кривой, находится в диапазоне длин волн 2–20  $\mu\text{m}$ . Из спектральной характеристики коэффициента поглощения используемого стекла следует, что условие прозрачности образца  $\alpha d \cong 1$  ( $d$  — размер образца в направлении распространения излучения) перестает выполняться при  $\lambda \cong 2 \mu\text{m}$ . Учитывая, что при  $\lambda > 2 \mu\text{m}$  параметр  $\alpha(\lambda)$  возрастает до больших значений, можно считать, что условие сильного поглощения в исследуемом веществе выполняется во всем диапазоне длин волн, испускаемых черным телом.

### 3. Результаты измерений и их обсуждение

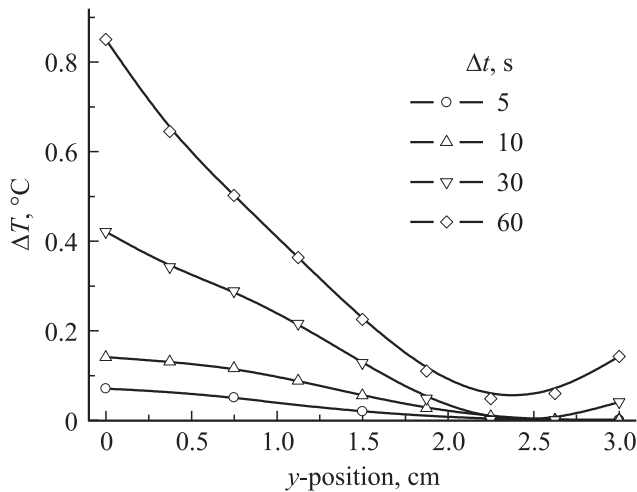
Отметим прежде всего, что реальные вещества практически всегда содержат неконтролируемые неоднородности различного происхождения и связанные с ними остаточные внутренние напряжения произвольных величин и знаков („замороженная“ термоупругость [18]). Как оказалось, оптическое совершенство материала образца является относительным, поскольку при его сканировании используемой измерительной системой возника-

ет соответствующий сигнал фотодиода в отсутствие внешних воздействий. При наличии термоупругости в данном случае из-за внешней причины измеряемый сигнал в первом приближении является суперпозицией двух составляющих. Поэтому координатные зависимости напряжения теплового происхождения, приведенные на рис. 3, были получены как результат вычитания двух характеристик образца, измеренных при наличии нагрева  $\sigma_T(y)$  и в исходном состоянии  $\sigma_0(y)$ . К этому следует добавить, что полезный сигнал ненамного превосходил остаточный, но каждый из них превышал уровень помех на порядок, что обеспечивало достоверность разностной величины.

Обратим внимание на то, что положительный знак кривых относится к механическому напряжению сжатия в направлении  $y$ -оси, что подтверждено дополнительным тестом и соответствует физической модели теплового расширения. Согласно этой модели, расширению более нагретого приповерхностного слоя на облучаемом торце образца препятствуют силы упругости соседней, более холодной части образца, расширяющейся в свою очередь под воздействием поверхностного слоя. Приведенные на рис. 3 кривые можно было бы представить как решение прямой задачи термоупругости, которая заключается в установлении связи между температурными функциями во времени и пространстве образца и индуцированными тепловым потоком напряжениями. Решение этих задач требует совместного рассмотрения уравнения теплопроводности, учитывающего в данном случае все три ее механизма, и уравнения термоупругости. Однако даже при наличии результата в аналитическом виде его применимость всегда будет ограничиваться экспериментальной погрешностью тех констант (теплопроводности, радиационной серости, фотоупругости, конвективной теплоотдачи, модуля Юнга и др.), которые используются в рабочих формулах.



**Рис. 3.** Динамика  $\sigma(y)$  в определенные интервалы времени, отсчитанные от момента открытия затвора, при непрерывном облучении образца со стороны поверхности  $y = 0$ .



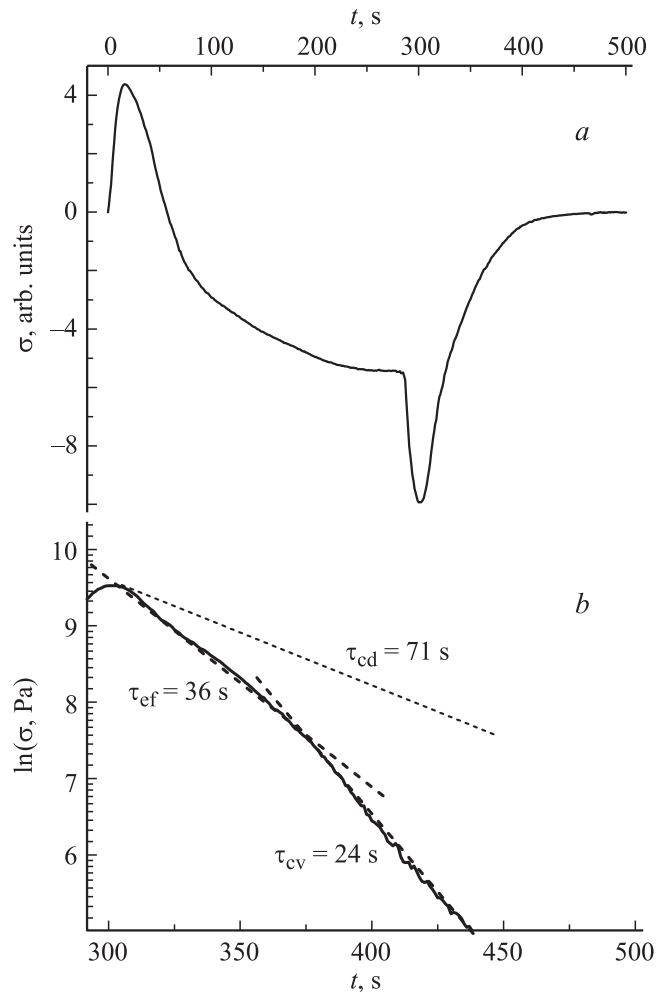
**Рис. 4.** Динамика величины температуры в образце, превышающей комнатную, определенная с помощью кривых рис. 3.

Поэтому мы поступим иначе, основываясь на соотношении  $\text{divgrad}(T) \approx \sigma(y)$ . Поскольку правая его часть является результатом, показанным на рис. 3, представляется возможным с помощью двойного графического интегрирования этой функции получить координатное распределение температуры при выполнении соответствующих граничных условий. Первое из них состоит в определении величины постоянной составляющей температурной функции, исчезающей при ее дифференцировании в процессе решения прямой задачи термоупругости. Для этого методом подгонки определяется такая ее величина, при которой результат, полученный при операции второго интегрирования, соответствует реальным значениям температуры на концах образца. Эти значения, получаемые в данном случае из измерений тепловизором, являются вторым условием, необходимым для придания интегралу свойства определенного.

Результаты двойного графического интегрирования экспериментальных зависимостей показаны на рис. 4, исходя из которого можно сделать несколько выводов. Прежде всего, каждый из экстремумов на кривых рис. 3 отражается соответствующей кривизной функций на рис. 4, как и должно быть в результате использованных процедур. Этим радиационная термоупругость отличается от своего аналога, индуцированного контактным нагревом [19], при котором координатная функция температуры в однородном веществе является монотонной и имеет вид однозначной экспоненты. Далее, на фоне температурной динамики радиационного происхождения в значительной степени проявляется кондуктивная компонента, являющаяся причиной замедленного изменения величины деформации и повышения температуры вдоль распространения теплового потока. О характере теплового потока диффузионной природы также свидетельствует движение вдоль  $y$ -оси экстремумов отрицательного знака кривых, приведенных на рис. 3, происхождение которых связано с точкой

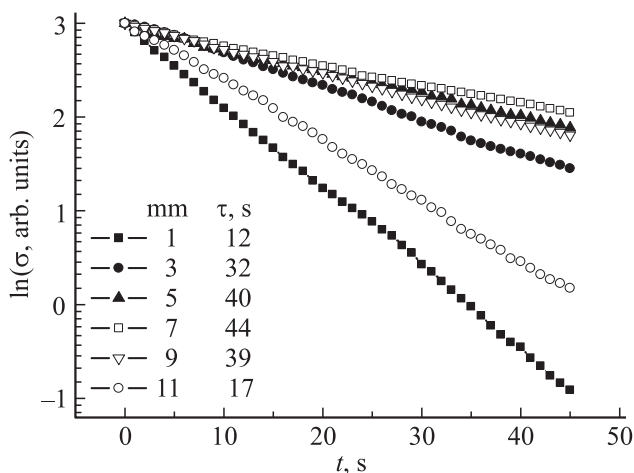
максимальной кривизны температурной функции. Кроме того, имеется внутренняя радиационная теплопередача, проявляющаяся в опережении кондуктивного потока тепла. Вследствие этого, у нижнего торца со временем возникает градиент температуры противоположного знака (повышенная температура края образца) за счет внутреннего отражения излучения от его полированной поверхности.

Совместное проявление кондуктивной, радиационной и конвективной компонент теплопередачи наблюдается в кинетике механического напряжения, фиксируемой в положении зондирующего луча  $y = 0.3 \text{ cm}$ . На рис. 5, *a* показано изменение величины напряжения при непрерывном излучении постоянной интенсивности на протяжении времени, необходимого для установившегося состояния потока тепла, а также релаксация напряжения при естественном охлаждении образца. Свидетельством участия всех трех механизмов теплопередачи является не только асимметрия частей зависимости  $\sigma(t)$ , характеризующих процессы нагрева и охлаждения, но и их



**Рис. 5.** Кинетика  $\sigma(t)$ , регистрируемая зондирующим лучом в положении  $y = 0.3 \text{ cm}$  при воздействии черного тела в течение  $t = 0-280 \text{ s}$  и при его отсутствии  $t > 280 \text{ s}$  (*a*); часть кривой  $\sigma(t)$  при  $t > 280 \text{ s}$  в полулогарифмических координатах (*b*).





**Рис. 6.** Кинетика  $\sigma(t)$ , наблюдаемая в указанных позициях зондирующего луча (значения слева).  $\tau$  — характеристическое время соответствующих экспоненциальных зависимостей.

параметры. Так, анализ зависимости прямого процесса показал, что его невозможно выразить элементарными функциями, особенно на участке возрастания напряжения от нуля до первого экстремума. Видимо, причиной этого является изменяющееся во времени соотношение интенсивностей всех трех механизмов с учетом участвующей в тепловом балансе конвективной составляющей. Иначе обстоит дело с той частью кривой на рис. 5, *a*, которая описывает процесс охлаждения. Кинетика этого процесса приведена на рис. 5, *b*, из которого следует, что он состоит из двух экспонент, различающихся характеристическими временами. Есть основания предполагать, что в процессе с временем  $\tau_{cf} = 36$  s принимают параллельное участие две составляющие: кондуктивная и конвективная. Что же касается процесса с  $\tau_{cv} = 24$  s, то его можно связать с конвекцией как более скоростным теплоотводом, судя по реакции образца на флуктуации воздушных потоков в его окрестности. В таком случае не составляет труда вычислить из суммы обратных времен с учетом их противоположных знаков, определяющих параллельный процесс, параметр кондуктивной составляющей. Графическое выражение этого параметра показано на рис. 5, *b* линией с наклоном  $\tau_{cd} = 71$  s как гипотетический случай единственного механизма теплопередачи. Величина наклона является хорошей иллюстрацией предположения [17], что медленная динамика напряжения адекватно отображается методом на основе непрерывной модуляции излучения. Уместно также приписать происхождение экстремумов, следующих после включения внешнего излучения и его выключения, радиационной компоненте, время установления которой несравнимо с остальными двумя. Дополнительный аргумент в пользу этого факта дает кривая  $\sigma(y)_{\Delta t=5\text{ s}}$  на рис. 3, из которой видно, что на протяжении первых секунд облучения образца напряжение локализуется в области поглощения излучения, т. е. в приповерхностном слое.

Время релаксации напряжения связано с координатой наблюдения, о чем свидетельствует рис. 6. Здесь в нормированном на одну и ту же исходную ординату виде приведены в полулогарифмическом масштабе зависимости  $\sigma(t)$  в начальные моменты релаксации, зарегистрированные при указанных значениях  $y$ -координаты. Из рисунка следует, что первые три координаты находятся в близкой к линейной зависимости от времени, на протяжении которого точка максимальной крутизны температурной функции продвинулась вдоль теплового потока. Как видно, эта точка в неустановившемся состоянии смещается со временем вдоль  $y$ -координаты. Построенная на основе этих пространственно-временных параметров характеристика есть не что иное, как скорость этого смещения, т. е. динамика теплового фронта.

#### 4. Заключение

Экспериментально исследованы динамические и кинетические особенности явления термоупругости, индуцированной тепловым излучением в модельном образце из стекла. Детектирование явления производилось оптико-поляризационным методом, модифицированным техникой модуляции поляризации зондирующего излучения. Вследствие этого усовершенствования чувствительность регистрирующей системы возрастает настолько, что достоверная регистрация величин механического напряжения становится возможной при незначительных перепадах температур. Это условие исключает необходимость учета зависимостей от температуры всех коэффициентов, участвующих в процессах, сопровождающих возникновение явления. Из анализа экспериментальных результатов следует, что в генерации и протекании явления термоупругости принимают участие при неопределенном соотношении интенсивностей все три составляющие теплопередачи при единственном внешнем физическом воздействии. С помощью двойного графического интегрирования экспериментальных функций механического напряжения получены координатные зависимости температуры в разные моменты времени экспозиции, что является решением обратной задачи термоупругости. Показано, что смещение в пространстве координат экстремума функции механического напряжения  $\sigma(y)$  отражает динамику теплового фронта. Анализ релаксации величины напряжения позволил определить иерархию характеристических времен установления компонентов, т. е. механизмов, участвующих в теплопередаче.

#### Список литературы

- [1] Е.Г. Малявина. Теплопотери здания. Справочное пособие. Авакс-Пресс, М. (2007). 143 с.
- [2] М.А. Аргучинцева, Н.Н. Пилюгин. Прикладная механика и техническая физика **43**, 5, 55 (2002).
- [3] Н.Н. Рыкалин, А.А. Углов, А.Н. Кокора. Лазерная обработка материалов. Машиностроение, М. (1975). 296 с.

- [4] Н.В. Вовненко, Б.А. Зимин, Ю.В. Судьенков *ЖТФ* **81**, 7, 69 (2011).
- [5] T.Q. Qiu, C.L. Tien. *Int. J. of Heat and Mass Transfer* **37**, 17, 2789 (1994).
- [6] А.И. Губин, Ю.А. Малая. *Технічна теплофізика та промислова теплоенергетика* **3**, 72 (2011).
- [7] О.Р. Гачкевич, Р.Ф. Терлецкий, М.Б. Брухаль. *Мат. методи та фіз.-мех. поля* **51**, 3, 202 (2008).
- [8] К.Л. Муратиков. *ЖТФ* **69**, 7, 59 (1999).
- [9] M. Svanadze. *Techn. Mechanik* **32**, 2-5, 564 (2012).
- [10] А.Л. Бурка, П.М. Лиханский. *Прикладная механика и техническая физика* **42**, 3, 101 (2001).
- [11] Р.Ф. Терлецкий, О.П. Турий. *Мат. методы и физ.-мех. поля* **49**, 3, 177 (2006).
- [12] А.Я. Александров, М.Х. Ахметдзянов. *Поляризационно-оптические методы механики деформированного тела*. Наука, М. (1973). 256 с.
- [13] S.N. Jasperson, S.E. Sahnatterly. *Rev. Sci. Instr.* **40**, 6, 761 (1969).
- [14] Е.В. Никитенко, Б.К. Сердега. В сб.: *Оптоэлектроника и полупроводниковая техника*. Наук. думка, Киев (1998). В. 33. С. 102.
- [15] К.Г. Гусев, А.Д. Филатов, А.П. Сополев. *Поляризационная модуляция*. М.: Сов. радио, М. (1974). 288 с.
- [16] A. Gerard, J.M. Burch. *Introduction to matrix methods in optics*. Wiley-Interscience Publ., London–NY–Sydney–Toronto (1975). 355 p.
- [17] Я.А. Фофанов, И.В. Плешаков, И.М. Соколов. *Науч. приборостроение* **20**, 2, 3 (2010).
- [18] А.Д. Коваленко. *Введение в термоупругость*. Наук. думка, (1965). 308 с.
- [19] И.Е. Матяш, И.А. Минайлова, О.Н. Мищук, Б.К. Сердега. *ФТТ* **55**, 5, 1003 (2013).