12,03

Зеемановское расщепление состояний легкой дырки в квантовых ямах: сопоставление теории и эксперимента

© М.В. Дурнев

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: durnev@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 5 декабря 2013 г.)

Построенная нами ранее теория зеемановского расщепления состояний легкой дырки сопоставлена с литературными экспериментальными данными, полученными различными группами на образцах с квантовыми ямами GaAs/AlGaAs, InGaAs/InP и CdTe/CdMgTe. Показано, что описание экспериментов возможно с учетом экситонных эффектов, а также особенностей энергетического спектра дырок в яме, определяемого сложной структурой валентной зоны и интерфейсным смешиванием тяжелой и легкой дырок. Для свободной дырки установлены границы применимости линейного по магнитному полю приближения в системах с сильным интерфейсным смешиванием дырок. Показано, что абсолютная величина и знак g-фактора легкой дырки чрезвычайно чувствительны к параметризации гамильтониана Латтинжера.

Работа выполнена при поддержке фонда „Династия", РФФИ, гранта Президента РФ НШ-1085.2014.2 и проектов ЕС SPANGL4Q и POLAPHEN.

1. Введение

Размерное квантование носителей заряда в полупроводниковых наноструктурах приводит к существенной перенормировке g-фактора электронов и дырок [1–5] Так, в теоретической работе [5] была предсказана гигантская перенормировка g-фактора легкой дырки в квантовых ямах за счет магнитоиндуцированного смешивания основного состояния легкой дырки ($lh1$) и первого возбужденного состояния тяжелой дырки ($hh2$). Большие значения g-фактора легкой дырки (g_{lh1}) в квантовых ямах наблюдались также в ряде экспериментов, включающих измерения спектров магнитофотолюминесценции [6–8], квантовых биений между спиновыми подуровнями экситона [9], дифференциальную спектроскопию магнитопропускания [10] и магнитоотражения [11], а также измерения магнитооптического эффекта Керра [12]. Полученные в перечисленных работах значения g_{lh1} (табл. 1) существенно превышают значения g-фактора тяжелой дырки и электрона, наблюдаемые в ямах типа GaAs/AlGaAs. Следует отметить, что экспериментальное определение g-фактора легкой дырки представляет, по всей видимости, непростую задачу, поэтому далее анализируются только абсолютные значения g_{lh1}.

Таблица 1. Экспериментально измеренные величины g-фактора легкой дырки, анализируемые в настоящей работе

Материал	Ширина ямы, Å	g_{lh1}
$GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As$	30 [9]	1.4*
	120 [9]	2.9*
	150 [6]	4*
$GaAs/Al_{0.36}Ga_{0.64}As$	20−180 [11]	2−6
	180 [8]	−9.4
$GaAs/Al_{0.33}Ga_{0.67}As$	43−140 [12]	6−9
$In_{0.53}Ga_{0.47}As/InP$	100 [10]	8.9 ± 1.2
$CdTe/Cd_{0.74}Mg_{0.26}Te$	75 [7,13]	−3

* Абсолютное значение g_{lh1}.

В настоящей работе проведен детальный анализ экспериментальных данных по g-фактору легкой дырки в квантовых ямах GaAs/AlGaAs, InGaAs/InP и CdTe/CdMgTe, а также сопоставление этих данных с теорией. Теоретическая модель работы [5], в основе которой лежит резонансное двухуровневое приближение (рассматриваются только подзоны $lh1$ и $hh2$), расширена с учетом магнитоиндуцированного смешивания рассматриваемого состояния со всеми дырочными состояниями как дискретного, так и непрерывного спектра в рамках гамильтониана Латтинжера. В работе также построена теория зеемановского расщепления дырочных состояний вблизи критической ширины (ширина ямы, при которой происходит пересечение уровней $lh1$ и $hh2$) с учетом интерфейсного смешивания тяжелой и легкой дырок, которая предсказывает наличие нелинейного по магнитному полю вклада в эффект Зеемана. Развита теория зеемановского эффекта на экситоне с легкой дыркой с учетом смешивания дырочных состояний на интерфейсах. Показано, что кулоновское взаимодействие между электроном и дыркой приводит к линейному по магнитному полю расщеплению спиновых подзон экситона даже в ямах с критической шириной. Результаты расчетов, учитывающих экситонные эффекты, удовлетворительно описывают данные экспериментов.

2. Модель

Дырочный эффект Зеемана в магнитном поле, направленном вдоль оси роста квантовой ямы $\mathbf{B} \parallel z \parallel [001]$, представляет собой сумму двух вкладов. Первый вклад, соответствующий объемной дырке, описывается гамильтонианом

$$\mathscr{H}_B = -2\varkappa\mu_B \mathbf{J}\cdot\mathbf{B}, \tag{1}$$

где $\varkappa$ — магнитная константа Латтинжера, μ_B — магнетон Бора, $\mathbf{J}$ — псевдовектор, составленный из матриц момента $J = 3/2$ [14–16]. Здесь малые, кубические по $\mathbf{J}$ слагаемые не учитываются. Второй вклад является следствием сложной структуры валентной зоны и отвечает линейному по волновому вектору в плоскости ямы $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ смешиванию состояний тяжелой и легкой дырок недиагональными элементами гамильтониана Латтинжера H и H^*, где $H = -\sqrt{3}\hbar^2\gamma_3/m_0\,(k_x - ik_y)\,\hat{k}_z$ [3,5]. Здесь γ_i $(i = 1, 2, 3)$ — параметры Латтинжера, $\hat{k}_z$ — оператор z-проекции волнового вектора дырки, $\hbar$ — постоянная Планка, m_0 — масса свободного электрона. С учетом этого смешивания волновые функции основных состояний легкой и тяжелой дырок записываются в виде [17]

$$\Phi_\pm^{(l)} = C_l(z)|\pm 1/2\rangle \mp i\,(k_\mp a)\,S_l(z)|\pm 3/2\rangle, \tag{2a}$$

$$\Phi_\pm^{(h)} = C_h(z)|\pm 3/2\rangle \pm i\,(k_\pm a)\,S_h(z)|\pm 1/2\rangle, \tag{2b}$$

где $C_l(z) \equiv |lh1\rangle$ и $C_h(z) \equiv |hh1\rangle$ — волновые функции размерного квантования дырки вдоль оси z при $k = 0$, $|\pm 1/2\rangle$, $|\pm 3/2\rangle$ — блоховские функции, $k_\pm = k_x \pm ik_y$, a — ширина квантовой ямы. Функции $C_{l,h}(z)$ удовлетворяют уравнению Шредингера

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{d}{dz}(\gamma_1 \pm 2\gamma_2)\frac{d}{dz} + V(z)\right]C_{l,h}(z) = \varepsilon_{l,h}C_{l,h}(z) \tag{3}$$

и имеют вид

$$C_{l,h}(z) = \mathscr{N}_{l,h}\begin{cases}\cos k_{l,h}z, & |z| < a/2,\\ \cos(k_{l,h}a/2)e^{-\varkappa_{l,h}(|z|-a/2)}, & |z| > a/2,\end{cases} \tag{4}$$

где

$$k_{l,h} = \sqrt{\frac{2m_0\varepsilon_{l,h}}{\hbar^2(\gamma_1 \pm 2\gamma_2)}}, \quad \varkappa_{l,h} = \sqrt{\frac{2m_0(V_0 - \varepsilon_{l,h})}{\hbar^2(\gamma_1 \pm 2\gamma_2)}}.$$

Здесь $\mathscr{N}_{l,h}$ — нормировочный множитель, $\varepsilon_l \equiv \varepsilon_{lh1}$ и $\varepsilon_h \equiv \varepsilon_{hh1}$ — энергии состояний $|lh1\rangle$ и $|hh1\rangle$, $V(z) = 0$, при $|z| < a/2$ и $V(z) = V_0$ при $|z| > a/2$ — квантующий потенциал ямы. Высота барьера V_0 равна разрыву валентной зоны на гетероинтерфейсе. Для сшивки $C_{l,h}$ и $S_{l,h}$ на интерфейсах используется непрерывность столбцов $\Phi_\pm^{(l,h)}$ и $\hat{v}_z\Phi_\pm^{(l,h)}$, где $\hat{v}_z$ — оператор скорости. Для функции $C_{l,h}$ такие условия с точностью до членов второго порядка по ka дают стандартные граничные условия Бастарда [18].

Нечетные по z функции $S_{l,h}(z)$ удовлетворяют следующему уравнению:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m_0}\frac{d}{dz}(\gamma_1 \mp 2\gamma_2)\frac{d}{dz} + V(z) - \varepsilon_{l,h}\right]S_{l,h}(z) = -\frac{\sqrt{3}\hbar^2}{m_0 a}\left\{\gamma_3\frac{d}{dz}\right\}C_{l,h}(z). \tag{5}$$

Здесь верхний знак соответствует S_l, а нижний — S_h, фигурные скобки обозначают симметризованное произведение $\left\{\gamma_3\frac{d}{dz}\right\} = \frac{1}{2}\left(\gamma_3\frac{d}{dz} + \frac{d}{dz}\gamma_3\right)$. С учетом (4) решения уравнения (5) могут быть представлены в виде

$$S_l = \begin{cases} A_1^{(l)}\sin(k_l z/\sqrt{\nu}) + A_2^{(l)}\sin k_l z, & |z| < a/2,\\ \Big[B_1^{(l)}e^{-\varkappa_l(|z|-a/2)/\sqrt{\nu}} \\ \quad + B_2^{(l)}\cos(k_l a/2)e^{-\varkappa_l(|z|-a/2)}\Big]\operatorname{sign}(z), & |z| > a/2,\end{cases} \tag{6a}$$

$$S_h = \begin{cases} A_1^{(h)}\sin(k_h\sqrt{\nu}z) + A_2^{(h)}\sin k_h z, & |z| < a/2,\\ \Big[B_1^{(h)}e^{-\varkappa_h\sqrt{\nu}(|z|-a/2)} \\ \quad + B_2^{(h)}\cos(k_h a/2)e^{-\varkappa_h(|z|-a/2)}\Big]\operatorname{sign}(z), & |z| > a/2,\end{cases} \tag{6b}$$

где $\nu = (\gamma_1 - 2\gamma_2)/(\gamma_1 + 2\gamma_2)$. Коэффициенты $A_2^{(l,h)}$ и $B_2^{(l,h)}$ находятся непосредственно из уравнения (5) и равны

$$A_2^{(lh)} = -\frac{\sqrt{3}}{2k_{l,h}a}\frac{\gamma_3}{\gamma_2}\mathscr{N}_{l,h}, \quad B_2^{(l,h)} = \frac{\sqrt{3}}{2\varkappa_{l,h}a}\frac{\gamma_3}{\gamma_2}\mathscr{N}_{l,h}, \tag{7}$$

в то время как для поиска $A_1^{(lh)}$ и $B_1^{(l,h)}$ используются условия сшивки $S_{l,h}$ на гетероинтерфейсах. Из непрерывности $\hat{v}_z\Psi_\pm^{(l,h)}$ следует, что (это же условие получается при интегрировании (5) вокруг интерфейса)

$$\left[(\gamma_1 \mp 2\gamma_2)\frac{d}{dz}S_{l,h} + \frac{\sqrt{3}}{a}\gamma_3 C_{lh}\right]\Bigg|_{z_i-}^{z_i+} = 0, \tag{8}$$

где z_i — координата интерфейса.

В присутствии магнитного поля циклические компоненты волнового вектора $k_\pm$, входящие в операторы H и H^*, должны быть записаны в виде $k_\pm - |e|/(c\hbar)A_\pm$, где $A_\pm = A_x + iA_y$, $\mathbf{A}$ — векторный потенциал поля, e — заряд электрона, c — скорость света. С учетом этого матричные элементы операторов H и H^*, рассчитанные на состояниях (2), дают линейную по магнитному полю поправку в энергии состояний $\Phi_\pm^{(l,h)}$, которая описывается следующими g-факторами:

$$g_{lh1} = -2\varkappa + 4\sqrt{3}a\left\langle S_l(z)\left|\left\{\gamma_3\frac{d}{dz}\right\}\right|C_l(z)\right\rangle, \tag{9a}$$

$$g_{hh1} = -6\varkappa + 4\sqrt{3}a\left\langle S_h(z)\left|\left\{\gamma_3\frac{d}{dz}\right\}\right|C_h(z)\right\rangle. \tag{9b}$$

Здесь и далее угловые скобки обозначают квантово-механическое усреднение. Примечательно, что матричные элементы в угловых скобках в точности равны сумме следующих рядов теории возмущений (ср. с [4,5]):

$$\left\langle S_l(z)\left|\left\{\gamma_3\frac{d}{dz}\right\}\right|C_l(z)\right\rangle = \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{m_0 a}\sum_\nu\frac{\left|\langle hh,\nu|\{\gamma_3\hat{k}_z\}|lh1\rangle\right|^2}{\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh,\nu}}, \tag{10a}$$

Таблица 2. Значения параметров Латтинжера (γ_i), разрывов валентной зоны (V_0) и магнитной константы ($\varkappa$) для материалов, используемых в расчетах

Параметризация	Материал	γ_1	γ_2	γ_3	V_0, meV	$\varkappa$
A [19]	GaAs	8.5	2.08	3.53	–	1.2
A [19]	$Al_{0.35}Ga_{0.65}As$	7.17	1.52	2.9	168	0.82
B [20]	GaAs	7.5	2.7	3.4	–	1.2
B [20]	$Al_{0.35}Ga_{0.65}As$	6.19	2.04	2.71	168	0.82
C [21]	$In_{0.53}Ga_{0.47}As$	13.7	5.95	5.95	354	4.63
C [21]	InP	5	1.84	1.84	–	0.97
D [22]	CdTe	4.72	1.29	1.85	–	0.47
D [22]	$Cd_{0.74}Mg_{0.26}Te$	4.72	1.29	1.85	133	0.47

Примечание. Величины γ_i для параметризаций *A* и *B* рассчитаны с использованием параметров 14-зонной модели. Для расчета γ_i, $\varkappa$ и ширины запрещенной зоны твердых растворов использовались линейная и параболическая интерполяции соответственно. Параметры раствора CdMgTe взяты такими же, как для CdTe.

$$\left\langle S_h(z)\middle|\left\{\gamma_3\frac{d}{dz}\right\}\middle|C_h(z)\right\rangle = \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{m_0 a}\sum_\nu \frac{\left|\langle hh1|\{\gamma_3\hat{k}_z\}|lh,\nu\rangle\right|^2}{\varepsilon_{lh,\nu}-\varepsilon_{hh1}}, \tag{10b}$$

где индекс ν нумерует состояния как дискретного, так и непрерывного спектра. Здесь и далее используется дырочное представление, в котором энергии размерного квантования $\varepsilon_{lh,\nu}$ и $\varepsilon_{hh,\nu}$ положительны. В рассматриваемом случае симметричной прямоугольной ямы в суммах (10) ненулевые матричные элементы оператора $\{\gamma_3\hat{k}_z\}$ существуют только для четных ν.

Типичной ситуацией в квантовых ямах является близость энергий ε_{lh1} и ε_{hh2}, которая обусловливает наличие „резонансного" вклада в сумме для g_{lh1}[5]. Выражение для g_{hh1}, напротив, такого вклада не содержит, что и обусловливает бóльшие значения g_{lh1}, наблюдаемые в эксперименте. Иллюстрацией может служить расчет для ямы с бесконечно высокими барьерами: для параметров GaAs, взятых из [19] (табл. 2), перенормировка g-фактора по по сравнению с его объемным значением $\Delta g_{lh1} = g_{lh1} + 2\varkappa \approx 22.4$, что существенно больше, чем $\Delta g_{hh1} = g_{hh1} + 6\varkappa \approx 2.6$.

2.1. Роль интерфейсного смешивания. Важным фактором, определяющим значения g_{lh1} в квантовых ямах, является интерфейсное смешивание тяжелой и легкой дырок [23,24]. Оно описывается гамильтонианом

$$\mathcal{H}_{l-h} = \pm t_{l-h}\left(\hbar^2/\sqrt{3}m_0 a_0\right)\{J_x J_y\}\,\delta(z - z_i) \tag{11}$$

с безразмерным параметром t_{l-h} (порядка единицы в квантовых ямах GaAs/AlGaAs [24]). Здесь знаки „плюс" и „минус" относятся к левому и правому интерфейсам ямы, фигурные скобки обозначают симметризованное произведение операторов. Далее предполагается, что энергии ε_{lh1} и ε_{hh2} близки, что позволяет использовать резонансное приближение, учитывающее только состояния дырки $|lh1, \pm 1/2\rangle$ и $|hh2, \mp 3/2\rangle$. Наличие интерфейсного смешивания приводит к тому, что при $k = 0$ состояние дырки в квантовой яме описывается волновыми функциями $\Psi_\pm^{(j)}$ ($j = \pm 1$ — спиновой индекс), являющимися линейными комбинациями $|lh1, \pm 1/2\rangle$ и $|hh2, \mp 3/2\rangle$ с константами C_l и C_h [5]:

$$\Psi_-^{(j)} = C_l|lh1, 1/2j\rangle + ijC_h|hh2, -3/2j\rangle,$$

$$\Psi_+^{(j)} = C_h|lh1, 1/2j\rangle - ijC_l|hh2, -3/2j\rangle. \tag{12}$$

В нулевом магнитном поле состояния $\Psi_\pm^{(j)}$ вырождены по спину и имеют энергии $\varepsilon_+ \equiv \varepsilon_+^{(j)}$ и $\varepsilon_- \equiv \varepsilon_-^{(j)}$ (далее считается, что $\varepsilon_+ > \varepsilon_-$). Зависимости энергий ε_+ и ε_- от ширины ямы $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ приведены на рис. 1, *a*. Учет интерфейсного смешивания приводит к антипересечению дырочных уровней (ср. сплошные и штриховые линии на рис. 1, *a*), которые расщепляются в критической точке $a = a_{cr}$ (ширина ямы, при которой $\varepsilon_{lh1} = \varepsilon_{hh2}$) на величину $\Delta_{lh} = 2|\langle lh1, \pm 1/2|\mathcal{H}_{l-h}|hh2, \mp 3/2\rangle|$, а также существенно влияет на энергетическую дисперсию подзон $\Psi_\pm^{(j)}$ в плоскости ямы (подробнее см. в [25,26]).

Зеемановское расщепление состояний Ψ_+ и Ψ_- в продольном магнитном поле B_z может быть получено в рамках резонансной модели путем диагонализации эффективного гамильтониана 4×4, действующего на столбец $(a_n|n\rangle, b_{n-1}|n-1\rangle, c_n|n\rangle, d_{n-1}|n-1\rangle)^T$, записанного

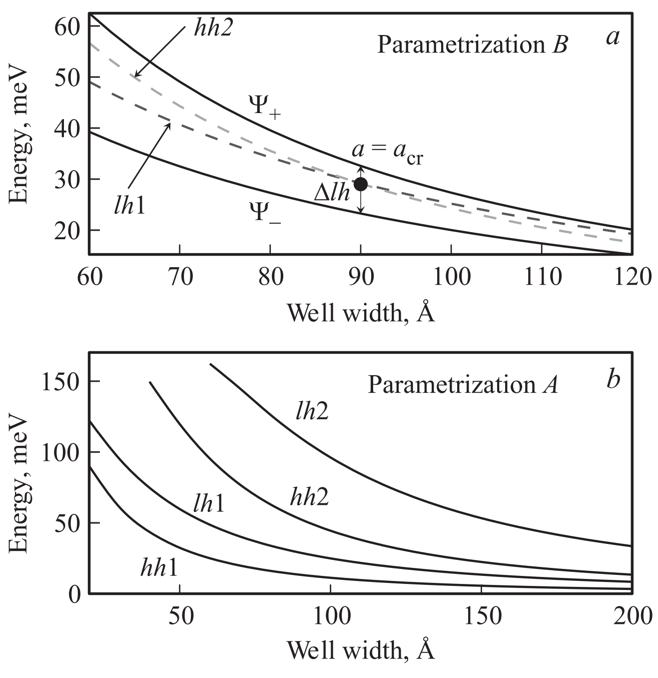

Рис. 1. Энергетический спектр дырок при $k = 0$ в квантовой яме $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$. *a* — расчет с использованием параметризации *B*, показаны только уровни $lh1$ и $hh2$ при $t_{l-h} = 0$ (штриховые кривые) и энергии смешанных состояний $\Psi_\pm$ при $t_{l-h} = 1$ (сплошные кривые); *b* — расчет с использованием параметризации *A*.

в базисе уровней Ландау $|n\rangle$, $n = 0, 1, \dots$ (ср. с [27]),

$$\mathscr{H}_{\mathrm{B}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{hh2} & -i\alpha\sqrt{nB_z} & i\Delta_{lh}/2 & 0 \\ i\alpha\sqrt{nB_z} & \varepsilon_{lh1} & 0 & i\Delta_{lh}/2 \\ -i\Delta_{lh}/2 & 0 & \varepsilon_{lh1} & -i\alpha\sqrt{nB_z} \\ 0 & -i\Delta_{lh}/2 & i\alpha\sqrt{nB_z} & \varepsilon_{hh2} \end{pmatrix}, \tag{13}$$

где

$$\alpha = 2\sqrt{3}\sqrt{\mu_{\mathrm{B}}\hbar^2/m_0}\Big|\langle hh2|\{\gamma_3\hat{k}_z\}|lh1\rangle\Big|.$$

В итоговом ответе для зеемановского расщепления нас будут интересовать только первые два члена разложения по $\sqrt{B_z}$, поэтому в гамильтониане (13) мы не учитываем диагональные циклотронные энергии, дающие вклады $\propto B_z^{3/2}$ и $\propto B_z^2$. Далее мы также пренебрегаем линейным по полю вкладом, описывающим эффект Зеемана на объемной дырке (1), в силу его малости по сравнению с перенормировкой, индуцированной смешиванием валентных подзон. При $n = 0$ собственные энергии (13) равны ε_+ и ε_- и отвечают энергиям состояний $\Psi_+^{(j)}$ и $\Psi_-^{(j)}$ в нулевом магнитном поле. При $n > 0$ вырождение по спину снимается, и диагонализация (13) дает две пары уровней с энергиями

$$\varepsilon_+^{(j)}(n) = \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2})^2 + \left(\Delta_{lh} + 2j\alpha\sqrt{nB_z}\right)^2},$$

$$\varepsilon_-^{(j)}(n) = \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2})^2 + \left(\Delta_{lh} - 2j\alpha\sqrt{nB_z}\right)^2}. \tag{14}$$

Определим зеемановское расщепление n-го уровня Ландау как разность $\Delta E_{z,\pm}(n) = \varepsilon_\pm^{(+1)}(n+1) - \varepsilon_\pm^{(-1)}(n)$, тогда зеемановское расщепление нулевого уровня $\Delta E_{z,\pm} \equiv \Delta E_{z,\pm}(0)$ равно

$$\Delta E_{z,\pm} = \left|\frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2})^2 + \left(\Delta_{lh} \pm 2\alpha\sqrt{B_z}\right)^2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2})^2 + \Delta_{lh}^2}\right|. \tag{15}$$

Как видно из полученной формулы, характер поведения расщепления с магнитным полем зависит от соотношения между энергиями Δ_{lh} и $\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2}$. В частности, в критической точке имеем $\Delta E_{z,\pm} \propto \sqrt{B_z}$. В противоположном пределе $\Delta_{lh} \to 0$, $\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2} \neq 0$ зеемановское расщепление в малых полях линейно по полю и описывается g-фактором (9a), (10a), рассчитанным в резонансном приближении (в сумме (10a) остается только одно слагаемое с $\nu = 2$). В том случае, когда Δ_{lh} и $\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2}$ сопоставимы, эффект Зеемана в малых полях описывается формулой

$$\Delta E_{z,\pm} \approx \frac{\alpha\Delta_{lh}}{\Delta}\sqrt{B_z} + \frac{\alpha^2}{\Delta}B_z, \tag{16}$$

где

$$\Delta = \varepsilon_+ - \varepsilon_- = \sqrt{(\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2})^2 + \Delta_{lh}^2},$$

и представляет собой сумму линейного и корневого вкладов. Наличие не являющегося аналитической функцией магнитного поля корневого вклада объясняется тем, что при учете интерфейсного смешивания в эффективном гамильтониане состояний $\Psi_\pm^{(j)}$ появляются линейные по волновому спектру слагаемые (подробнее см. в [25]). Как было показано в [27], такие слагаемые приводят к корневому спектру уровней Ландау. Переход между корневым и линейным режимами происходит при некотором критическом поле $B^* = \Delta_{lh}^2/\alpha^2$; таким образом, область корневого поведения расширяется с ростом t_{l-h}. Например, для ямы, представленной на рис. 1, *a*, при $a = 70\,\text{Å}$ и $t_{l-h} = 1$ значения $\varepsilon_{lh1} - \varepsilon_{hh2} \approx -3.6\,\text{meV}$, $\Delta_{lh} \approx 15\,\text{meV}$ и $B^* \approx 11\,\text{T}$. Следует отметить, однако, что зеемановское расщепление в таком поле $|\Delta E_{z,\pm}(B^*)| \approx 15\,\text{meV}$ и может быть сравнимо с расстояниями до других уровней размерного квантования — ситуация, когда резонансная модель неприменима. Наличие корневого слагаемого в (16) приводит к тому, что линейная аппроксимакция зеемановского расщепления с использованием эффективного g-фактора $g_\pm = \alpha^2/(\Delta\mu_{\mathrm{B}})$ является корректной только в некотором диапазоне полей при $B_z > B^*$.

2.2. Роль экситонных эффектов. Развитая выше теория Зеемана справедлива для дырок, свободно движущихся в плоскости квантовой ямы. Однако все экспериментальные данные, приведенные в табл. 1, получены методами оптической спектроскопии в области экситонных переходов, поэтому необходим учет кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой [26]. В нашем рассмотрении ограничимся случаем сильного размерного квантования вдоль оси z (боровский радиус трехмерного экситона больше, чем ширина квантовой ямы: $a_{\mathrm{B}} > a$) и резонансным приближением. Тогда с учетом интерфейсного смешивания волновая функция экситона, состоящего из электрона, находящегося на основном уровне размерного квантования ($e1$), и дырки, записывается в виде

$$|X_{\pm,l}(s;j)\rangle = \frac{e^{i\mathbf{KR}}}{\sqrt{S}}\,\psi_l(\mathbf{r})|e1, 1/2s\rangle\Psi_\pm^{(j)}. \tag{17}$$

Здесь $\mathbf{K}$ и $\mathbf{R}$ — волновой вектор и координата центра масс экситона, S — нормировочная площадь, $|e1, 1/2s\rangle$ — волновая функция электрона, $s = \pm 1$ — его спиновой индекс, $\psi_l(\mathbf{r})$ — волновая функция относительного движения электрона и дырки в плоскости квантовой ямы, индекс $l = 1s, 2s, 2p, \dots$ нумерует состояния относительного движения. Далее используется приближение двумерного экситона, которое позволяет получить аналитические выражения для $\psi_l(\mathbf{r})$ и энергетического спектра экситона. Точный расчет функции $\psi_l(\mathbf{r})$ связан с необходимостью учета больших линейных по k членов энергетического спектра дырочных подзон и выходит за рамки настоящей работы [28]. Волновые функции движения вдоль оси z свободной дырки $\Psi_\pm^{(j)}$ определены в (12). В дальнейшем для определенности будем рассматривать нижнее по энергии состояние, описываемое волновой функцией $|X_{-,l}(s; j)\rangle$. Такое состояние оптически активно, когда спиновые индексы электрона и дырки совпадают, т.е. при $s = j = 1$ и $s = j = -1$.

Магнитное поле действует только на относительное движение электрона и дырки, которое при учете кулоновского взаимодействия между ними квантуется. Это приводит к тому, что зеемановское расщепление экситонных состояний линейно по магнитному полю даже при наличии интерфейсного смешивания дырок. Таким образом, расщепление между оптически активными сосостояниями $X_{-,1s}$ описывается g-фактором

$$g(X_{-,1s}) = g^{(e)}(X_{-,1s}) + g^{(h)}(X_{-,1s}), \tag{18}$$

состоящим из электронного и дырочного вкладов. Электронная компонента g-фактора определяется в основном шириной и составом ямы [1,2], и ее перенормировка за счет кулоновских эффектов незначительна.

Перенормировка дырочной компоненты аналогично случаю свободной дырки возникает благодаря смешиванию состояний $X_{-,1s}$ и $X_{\pm,\nu p}$ $(\nu = 2, 3, \dots)$ в рамках гамильтониана Латтинжера. Эти состояния разнесены по энергии, поэтому дырочный вклад в экситонный g-фактор может быть записан в виде следующего ряда теории возмущений:

$$\begin{aligned} g^{(h)}(X_{-,1s}) &= -2\varkappa\big(|C_l|^2 - 3|C_h|^2\big) - 12\,\frac{\hbar^2}{m_0 a^2}\,\xi^2 C_x \\ &\times \sum_\nu \Bigg[4|C_l|^2|C_h|^2\,\frac{\langle\psi_{1s}|k_-|\psi_{\nu p}\rangle\langle\psi_{\nu p}|r_+|\psi_{1s}\rangle}{E(X^-_{1s}) - E(X^-_{\nu p})} \\ &+ \big(|C_l|^2 - |C_h|^2\big)^2\,\frac{\langle\psi_{1s}|k_-|\psi_{\nu p}\rangle\langle\psi_{\nu p}|r_+|\psi_{1s}\rangle}{E(X^-_{1s}) - E(X^+_{\nu p})}\Bigg]. \end{aligned} \tag{19}$$

Здесь параметр $\xi = a|\langle hh2|\{\gamma_3\hat{k}_z\}|lh1\rangle|$, $k_\pm = k_x \pm ik_y$ и $r_\pm = x \pm iy$ — циклические компоненты волнового вектора и координаты относительного движения электрона и дырки в экситоне. Коэффициент $C_x \sim 1$ определяется дисперсией электрон-дырочной пары и строением экситона вблизи $k = 0$. Отметим, что суммирование по ν распространяется как на дискретный, так и на непрерывный спектр двумерной кулоновской задачи. Выражение (19) можно упростить, используя соотношение $\langle\psi_{1s}|k_-|\psi_{\nu p}\rangle = (i\mu/\hbar^2)\langle\psi_{1s}|r_-|\psi_{\nu p}\rangle(E_{1s} - E_{\nu p})$, μ — приведенная масса экситона, $E_{1s} \equiv E(X_{-,1s})$ и $E_{\nu p} \equiv E(X_{-,\nu p})$ и полноту набора ψ_l. С учетом этого $g^{(h)}(X_{-,1s})$ записывается в виде

$$\begin{aligned} g^{(h)}(X_{-,1s}) &= -2\varkappa\big(|C_l|^2 - 3|C_h|^2\big) - 24\xi^2 C_x\,\frac{\hbar^2}{m_0 a^2 E_{1s}} \\ &\times \Bigg[4|C_l|^2|C_h|^2|\langle\psi_{1s}|\bar{r}^2\psi_{1s}\rangle + \big(|C_l|^2 - |C_h|^2\big)^2 \\ &\times \sum_\nu \frac{E_{1s} - E_{\nu p}}{E_{1s} - E_{\nu p} - \Delta}\big|\langle\psi_{1s}|\bar{r}_-|\psi_{\nu p}\rangle\big|^2\Bigg], \end{aligned} \tag{20}$$

где использовалось соотношение $E_{1s} = 2\hbar^2/\mu a_B^2$, а также введены операторы безразмерной координаты $\bar{r}^2 = r^2/a_B^2$, и $\bar{r}_- = r_-/a_B$.

Формула (20) описывает перенормировку g-фактора легкой дырки с учетом кулоновских эффектов. В случае $\Delta_{lh} = 0$ и $E_{1s} \ll \Delta$ (предел „свободной“ дырки) выражение (20) переходит в формулу для g_{lh1} в резонансном приближении (9a), (10a). При $\Delta_{lh} \neq 0$ в критической точке $|C_l|^2 = |C_h|^2 = 1/2$ второе слагаемое в (20) исчезает, и g-фактор принимает простой вид

$$g^{(h)}(X_{-,1s}) = 2\varkappa - \frac{9}{2}\xi^2 C_x\,\frac{\mu}{m_0}\left(\frac{a_B}{a}\right)^2. \tag{21}$$

В квантовой яме $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ при $a = a_{cr}$ (рис. 1, a), $C_x = 1$ и $E_{1s} = 10\,\text{meV}$ второе слагаемое в (21) можно оценить как равное примерно -21.

3. Результаты и обсуждение

Далее проанализируем результаты расчетов зеемановского расщепления тяжелой и легкой дырок в различных приближениях, обсуждавшихся в разделе 2.

3.1. *g*-ф а к т о р т я ж е л о й д ы р к и. Начнем анализ для свободной дырки при $t_{l-h} = 0$. Результаты расчетов g-фактора тяжелой дырки g_{hh1}, проведенные по формуле (9 b), показаны на рис. 2, a сплошными кривыми. Расчет был проведен для двух систем $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ и $CdTe/Cd_{0.74}Mg_{0.26}Te$ с использованием параметров, указанных в табл. 2. Для структур на основе GaAs результаты приведены для двух параметризаций гамильтониана Латтинжера (параметризации A, B в табл. 2), дающих похожие энергетические спектры тяжелой дырки $hh1$ (см. также [25]). Для сравнения штриховыми кривыми на рис. 2, a показаны результаты расчетов в рамках „резонансного“ приближения, когда учитывается магнитоиндуцированное смешивание только для двух ближайших дырочных подзон. Очевидно, что перенормировка g_{hh1} в ненапряженных ямах на основе полупроводников с решеткой цинковой обманки всегда положительна, так как для любого ν разность $\varepsilon_{lh,\nu} - \varepsilon_{hh1}$ положительная (см. (10b)). Рис. 2, a свидетельствует о том, что наиболее существенное различие многоуровневой и резонансной моделей для g_{hh1} наблюдается в области узких ям ($a < 70$ Å): при уменьшении ширины ямы уровень $lh2$ выталкивается вверх по энергии, попадая в достаточно узких ямах в непрерывный спектр. Расхождение двух подходов в широких квантовых ямах связано с локализацией в квантовой яме возбужденных состояний с большими ν, которые не учитываются в рамках резонансной модели. Расчет по формуле (9b) в рамках многоуровневого подхода количественно согласуется с расчетами для этих же систем, проведенными в работе [3] методом численной диагонализации 8-зонного гамильтониана в магнитном поле. Более того, как видно из рис. 2, a, g-фактор тяжелой дырки проходит через нуль, что качественно согласуется с данными экспериментов (см., например, [29]); ширина ямы, при которой происходит смена знака, определяется, однако, выбранной параметризацией.

3.2. Нелинейный эффект Зеемана и g-фактор легкой дырки. Роль параметризации оказывается особенно важной при расчете g-фактора легкой дырки (рис. $2,b$). Это связано с тем, что перенормировка g_{lh1} может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от знака разности „резонансного“ энергетического знаменателя $\varepsilon_{lh1}-\varepsilon_{hh2}$. Для иллюстрации на рис. 1 приведены положения уровеней размерного квантования тяжелой и легкой дырок для ям различной толщины. В частности, для параметризации A уровень $lh1$ лежит ниже по энергии, чем $hh2$ для любой ширины ямы (рис. $1,b$), в то время как для параметризации B (рис. $1,a$) уровни пересекаются при некоторой критической ширине ямы $a_{\text{cr}}\approx 90\,\text{Å}$. В этой точке g_{lh1}, рассчитанный по формуле (9 a), обращается в бесконечность. На рис. $2,b$ штриховыми линиями показаны результаты расчетов эффективного g-фактора легкой дырки, отвечающего линейному по полю слагаемому в (16), полученные по формуле (9a) работы [5]. Расчеты представлены для ям $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ и $CdTe/Cd_{0.74}Mg_{0.26}Te$ при изменении t_{l-h} в диапазоне от 0 до 1. Как видно, включение интерфейсного смешивания приводит к существенному уменьшению абсолютного значения g-фактора за счет увеличения разности $\varepsilon_+-\varepsilon_-$.

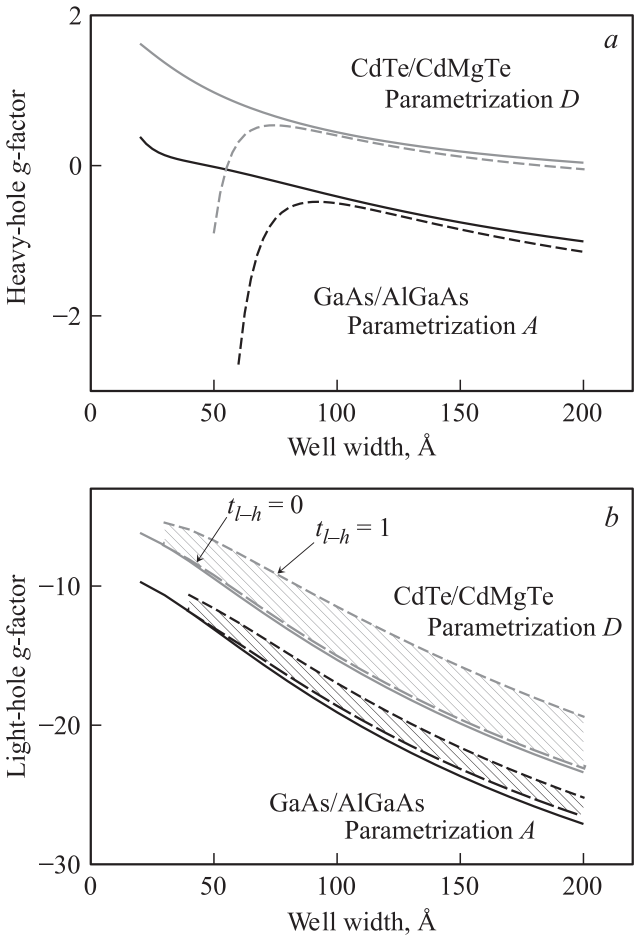

Рис. 2. Рассчитанные зависимости g-фактора тяжелой (a) и легкой (b) дырок от ширины квантовой ямы для материальных систем $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ и $CdTe/Cd_{0.74}Mg_{0.26}Te$. Сплошными линиями показаны зависимости, рассчитанные по формуле (9). Штриховые линии демонстрируют расчет в „резонансном“ приближении для параметра $t_{l-h}=0$ (a) и $t_{l-h}=0{-}1$ (b).

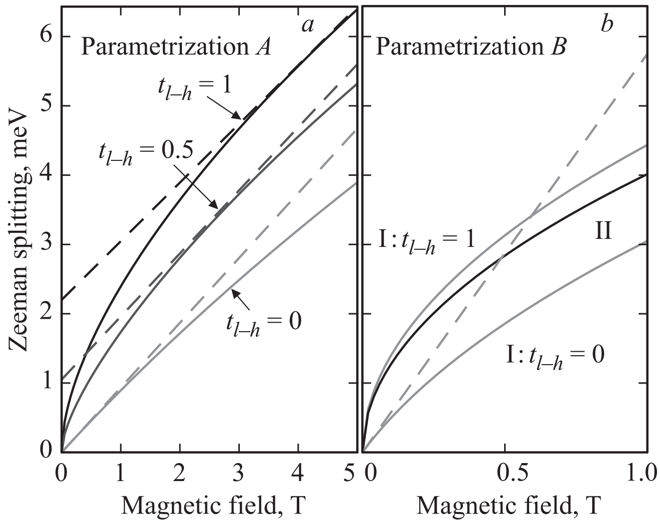

Рис. 3. Зеемановское расщепление состояния Ψ_+, рассчитанное по формуле (15). a — расчет для параметризации A при $a=100\,\text{Å}$. Значения критических полей $B^*\approx 1.1\,\text{T}$ ($t_{l-h}=0.5$) и $B^*\approx 4.6\,\text{T}$ ($t_{l-h}=1$). b — расчет для параметризации B: $a=70\,\text{Å}<a_{\text{cr}}$ (кривая I), $a=a_{\text{cr}}$ (кривая II). Значение критического поля для кривой I ($t_{l-h}=1$) $B^*\approx 11\,\text{T}$. Штриховые кривые — линейная аппроксимация вторым слагаемым (16).

В подразделе 2.1 было указано, что зеемановское расщепление легкой дырки при $t_{l-h}\neq 0$ дается суммой линейного и корневого вкладов (см. (16)). Это означает, что линейная аппроксимация с использованием эффективного g-фактора, приведенного на рис. $2,b$, имеет смысл только в некотором диапазоне полей при $B_z>B^*$. На рис. 3 приведено зеемановское расщепление, рассчитанное по формуле (15). Видно, что с ростом t_{l-h} увеличивается и значение B^* (рис. $3,a$) и соответственно расширяется область, в которой линейная аппроксимация неприменима. В случае параметризации B при наличии интерфейсного смешивания ($t_{l-h}=1$) во всем разумном диапазоне полей, используемых в эксперименте, $\Delta E_{z,\pm}\propto\sqrt{B_z}$ (рис. $3,b$), поэтому использование линейной аппроксимации в этом случае невозможно.

4. Сопоставление теории с экспериментом

Применим теперь теорию, развитую в разделе 2, для описания экспериментальных данных. Результаты экспериментов (табл. 1) и результаты теоретических расчетов для ям InGaAs/InP, CdTe/CdMgTe и GaAs/AlGaAs сведены на рис. 4. Результаты расчетов показаны штриховыми

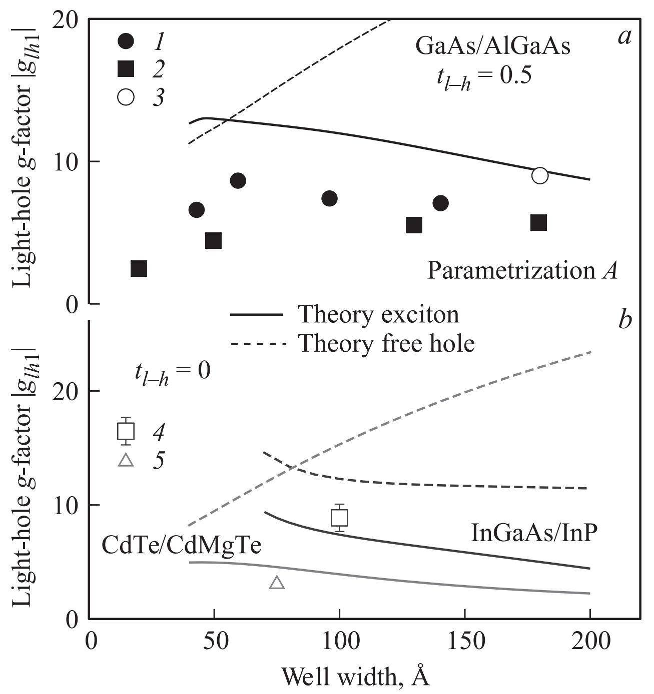

Рис. 4. g-фактор легкой дырки: сравнение эксперимента и теории. Точки — экспериментальные данные работ [12] (*1*), [11] (*2*), [8] (*3*), [10] (*4*) и [7] (*5*). Теоретические расчеты показаны линиями для квантовых ям $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ при $t_{l-h} = 0.5$ (*a*), $In_{0.53}Ga_{0.47}As/InP$ и $CdTe/Cd_{0.74}Mg_{0.26}Te$ при $t_{l-h} = 0$ (*b*). Кривые рассчитаны с учетом (сплошные линии) и без учета (штриховые линии) экситонных эффектов. Энергии связи экситонов, использованные в расчетах, приведены в тексте.

линиями для свободной дырки и сплошными линиями для дырки, связанной в экситоне; g-фактор дырки в экситоне рассчитан по формуле (20) в предположении, что коэффициент $C_x = 1$ и не зависит от ширины квантовой ямы. Строго говоря, в (20) входит энергия связи двумерного экситона E_{1s}, однако в расчете использовались меньшие значения E_{1s}, отвечающие реальным ямам. Отметим, что такой выбор E_{1s} завышает второе слагаемое в (20).

Расчеты по формуле (9a) с использованием параметризации C и $t_{l-h} = 0$ дают для ямы $In_{0.53}Ga_{0.47}As/InP$ $g_{lh1} > 0$ и близкое к эксперименту абсолютное значение. Интересно, что в этой яме уровень $lh1$ лежит выше по энергии, чем $hh2$, поэтому расчет в рамках многоуровневой модели дает заметно меньшие (и более близкие к эксперименту) значения g_{lh1}, чем в резонансном приближении. Учет экситонных эффектов ($E_{1s} = 5\,\text{meV}$ [30]) приводит для этой ямы к уменьшению g-фактора примерно в 1.5 раза. Расчет для ямы $CdTe/Cd_{0.74}Mg_{0.26}Te$ с использованием параметризации D предсказывает большие отрицательные занчения g_{lh1}. Известно, однако, что экситонные эффекты в этой яме велики [31], расчет с использованием $E_{1s} = 20\,\text{meV}$ дает существенно меньшие абсолютные значения g-фактора. На рис. 4, *a* приведены кривые, рассчитанные для ямы $GaAs/Al_{0.35}Ga_{0.65}As$ при $t_{l-h} = 0.5$ для параметризации A. Расчет для свободной дырки выполнен по формуле (9 a) работы [5] и, как видно, дает завышенные значения g-фактора по сравнению с экспериментом. Удовлетворительное согласие с экспериментальными данными в этом случае возможно только при учете экситонных эффектов ($E_{1s} = 10\,\text{meV}$). Отметим, что, поскольку оба расчета для ямы GaAs выполнены в резонансном приближении, они не могут быть продолжены в область достаточно узких ям ($a \leq 40\,\text{Å}$), в которой уровень $hh2$ попадает в непрерывный спектр. Количественное описание экспериментальных данных в приближении свободной дырки требует для ямы GaAs/AlGaAs больших значений параметра интерфейсного смешивания ($t_{l-h} \approx 3$), при которых теория предсказывает корневое поведение зеемановского расщепления во всем диапазоне экспериментально используемых полей. Отметим, что параметризация B не дает качественного согласия с экпериментальными данными ни для свободной дырки, ни для дырки в экситоне.

5. Заключение

Таким образом, в работе были получены аналитические выражения для g-факторов тяжелой и легкой дырок в случае ямы с конечными барьерами с учетом всех уровней размерного квантования дырки в яме. Показано, что интерфейсное смешивание тяжелой и легкой дырок приводит к неаналитической зависимости зеемановского расщепления легкой дырки от магнитного поля. Учет кулоновского взаимодействия между электроном и дыркой восстанавливает линейную зависимость эффекта Зеемана. Развитая теория с учетом экситонных эффектов удовлетворительно описывает экспериментальные данные по g-фактору легкой дырки в квантовых ямах InGaAs/InP, CdTe/CdMgTe и GaAs/AlGaAs.

Автор выражает благодарность М.М. Глазову, Е.Л. Ивченко и С.А. Тарасенко за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Е.Л. Ивченко, А.А. Кисилев. ФТП **26**, 1471 (1992).
[2] I.A. Yugova, A. Greilich, D.R. Yakovlev, A.A. Kiselev, M. Bayer, V.V. Petrov, Y.K. Dolgikh, D. Reuter, A.D. Wieck. Phys. Rev. B **75**, 245 302 (2007).
[3] А.А. Кисилев, Л.В. Моисеев. ФТТ **38**, 1574 (1996).
[4] T. Wimbauer, K. Oettinger, A.L. Efros. Phys. Rev. B **50**, 8889 (1994).
[5] M. Durnev, M. Glazov, E. Ivchenko. Physica E **44**, 797 (2012).
[6] В.Б. Тимофеев, М. Байер, А. Форхел, М. Потемский. Письма в ЖЭТФ **64**, 52 (1996).
[7] D.R. Yakovlev, V.P. Kochereshko, R.A. Suris, H. Schenk, W. Ossau, A. Waag, G. Landwehr, P.C.M. Christianen, J.C. Maan. Phys. Rev. Lett. **79**, 3974 (1997).
[8] П.В. Петров, Ю.Л. Ива́нов. ФТП **47**, 433 (2013).
[9] O. Carmel, H. Shtrikman, I. Bar-Joseph. Phys. Rev. B **48**, 1955 (1993).

[10] D.M. Hofmann, K. Oettinger, A.L. Efros, B.K. Meyer. Phys. Rev. B **55**, 9924 (1997).
[11] Y.H. Chen, X.L. Ye, B. Xu, Z.G. Wang, Z. Yang. Appl. Phys. Lett. **89**, 051 903 (2006).
[12] A. Arora, A. Mandal, S. Chakrabarti, S. Ghosh. J. Appl. Phys. **113**, 213 505 (2013).
[13] A.A. Sirenko, T. Ruf, M. Cardona, D.R. Yakovkev, W. Ossau, A. Waag, G. Landwehr. Phys. Rev. B **56**, 2114 (1997).
[14] Г.Л. Бир, Г.Е. Пикус. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. Наука, М. (1972). 584 с.
[15] L.M. Roth. Phys. Rev. **133**, A542 (1964).
[16] J.M. Luttinger. Phys. Rev. **102**, 1030 (1956).
[17] И.А. Меркулов, В.И. Перель, М.Е. Портной. ЖЭТФ **99**, 1202 (1991).
[18] G. Bastard. Phys. Rev. B **24**, 5693 (1981).
[19] J.-M. Jancu, R. Scholz, E.A. de Andrada e Silva, G.C. Rocca. Phys. Rev. B **72**, 193 201 (2005).
[20] Г.Е. Пикус, В.А. Марущак, А.Н. Титков. ФТП **22**, 185 (1988).
[21] I. Vurgaftman, J.R. Meyer, L.R. Ram-Mohan. J. Appl. Phys. **89**, 5815 (2001).
[22] G. Milchber, K. Saminadayar, E. Molva, H.R. Zelsmann. Phys. Status Solidi B **125**, 795 (1984).
[23] И.Л. Алейнер, Е.Л. Ивченко. Письма в ЖЭТФ **55**, 662 (1992).
[24] E. Ivchenko, A. Kaminski, U. Roessler. Phys. Rev. B **54**, 5852 (1996).
[25] M.V. Durnev, M.M. Glazov, E.L. Ivchenko. Phys. Rev. B **89**, 075430 (2014).
[26] A.A. Toropov, E.L. Ivchenko, O. Krebs, S. Cortez, P. Voisin, J.L. Gentner. Phys. Rev. B **63**, 035 302 (2000).
[27] Э.И. Рашба. ФТТ **2**, 1224 (1960).
[28] М.В. Боев, В.М. Ковалев. Письма в ЖЭТФ **97**, 150 (2013).
[29] M.J. Snelling, E. Blackwood, C.J. McDonagh, R.T. Harley, C.T.B. Foxon. Phys. Rev. B **45**, 3922 (1992).
[30] T. Mozume, J. Kasai, A. Gopal, N. Kotera. Physica E **21**, 703 (2004).
[31] B. Kuhn-Heinrich, W. Ossau, H. Heinke, F. Fischer, T. Litz, A. Waag, G. Landwehr. Appl. Phys. Lett. **63**, 2932 (1993).