05,12

Формирование фронта продольной эволюции магнитного момента ферромагнетика при сильном неоднородном возбуждении

© И.А. Ястремский

Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, Киев, Украина

E-mail: yastremsky@ukr.net

(Поступила в Редакцию 16 декабря 2013 г.)

Продольная эволюция начального волнового фронта намагниченности (созданного, например, за счет сверхбыстрого размагничивания части ферромагнетика фемтосекундным лазерным импульсом) к волновому фронту с минимальной скоростью происходит через промежуточный, быстрый волновой фронт. Этот быстрый волновой фронт может существенно увеличить скорость релаксации полной намагниченности в образцах конечных размеров.

Проблема повышения скорости записи и считывания информации в магнитных системах компьютеров требует решения фундаментальных проблем динамической физики магнетизма и прежде всего связана с поиском наиболее быстрых режимов движения магнитного момента. Стандартная динамика намагниченности ферромагнетика (ФМ), отвечающая прецессии намагниченности в эффективном поле $H_{\rm eff}$ с периодом $\gamma H_{\rm eff}$, где у — гиромагнитное отношение, при реальных значениях $H_{\rm eff} \leq 1 \, \text{T}$, характеризуется временами порядка наносекунд. В работе [1] было обнаружено быстрое (за время порядка пикосекунд) изменение модуля намагниченности никеля при воздействии лазерного импульса с длительностью порядка 100 fs. После публикации этой работы сформировалась новая и перспективная область физики магнетизма, получившая название фемтомагнетизма [2] и базирующаяся на возможности манипулирования намагниченностью магнетиков за время порядка пикосекунд с помощью фемтосекундных лазерных импульсов (см. обзоры [3,4]). Было реализовано нетепловое возбуждение спиновых колебаний с частотами до терагерц в прозрачных антиферромагнетиках с использованием обратных магнитооптических эффектов (Фарадея и Коттона-Мутона) [3,4]. Такой метод позволил возбудить спиновые колебания как в магнетиках со слабым магнетизмом (типа ортоферритов [5-7] или бората железа [8,9]), так и в "чистых" антиферромагнетиках типа оксида никеля [10-12], в том числе реализовать нелинейные режимы движения типа спиновой переориентации [13,14]. В этих работах были получены характерные времена порядка пикосекунд, что обусловлено обменным усилением динамических характеристик антиферромагнетика [15-18]. Недавно для ферримагнитного сплава редкоземельных и переходных металлов GdFeCo было обнаружено сверхбыстрое (за время порядка нескольких пикосекунд) изменение направления намагниченностей подрешеток под действием лазерного импульса с длительностью меньше 100 fs [19].

Установлено, что эффект переориентации обусловлен только предельно коротким нагревом образца [20] (см., однако, новый подход к этой проблеме, основанный на спин-зависимом сверхдиффузионном движении электронов при лазерном возбуждении металла [21]). Описание эффекта дано в работе [22] на основе представления о чисто продольной эволюции спинов подрешеток, далее были обнаружены и более сложные режимы динамики [23]. При этом использовались уравнения, выведенные Барьяхтаром [24–28] из соображений динамической симметрии. В этих уравнениях продольная эволюция возникает естественным образом, что проявляется в релаксации солитонов поля намагниченности [29–32], особенно при описании торможения блоховской точки [32].

В указанных выше работах анализ проводился в предположении об однородной эволюции намагниченности. Однако в тех работах, где для сильно сфокусированного пятна света удалось наблюдать реальную картину пространственно-временной эволюции под действием уединенного импульса [14,33,34], авторы сообщали о развитии сильно неоднородных состояний. Наряду с распространением спиновых волн вдали от пятна [34] наблюдалось формирование доменов [14], а также кольцевых структур, локализованных около пятна [33]. Таким образом, анализ неоднородных режимов пикосекундной эволюции намагниченности приобретает большую актуальность.

В настоящей работе рассматривается нелинейная продольная эволюция модуля намагниченности простого ФМ при неоднородном начальном распределении, вызванном сильным (до нуля) подавлением намагниченности в конечной области образца. Поскольку длительность лазерного импульса, используемого в эксперименте (менее 100 fs), значительно короче характерного времени продольной эволюции намагниченности (пикосекунды), анализ можно проводить, рассматривая эволюцию намагниченности вне интервала времени действия импульса. При этом сильно неравновесное состояние, созданное импульсом, играет роль начального условия для уравнения Ландау—Лифшица с релаксационным слагаемым, предложенным Барьяхтаром [24],

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \left[\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} \right] + \gamma \lambda_r M_s \mathbf{H}_{\text{eff}},\tag{1}$$

где М —намагниченность ФМ, у — гиромагнитное отношение, $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\partial F / \partial \mathbf{M}$ — эффективное магнитное поле, *F* —свободная энергия, λ_r — безразмерная релаксационная константа релятивистской природы, $M_s = \mu_0 / a_l^3$ (для спина 1/2) — намагниченность насыщения, μ_0 — магнетон Бора, a_l — постоянная кристаллической решетки. Поскольку движение фронта связано с изменением полной намагниченности ФМ, основной вклад в уравнения движения определяется релятивистскими процессами, и обменное слагаемое $-\gamma \lambda_e M_s \nabla^2 \mathbf{H}_{eff}$, выписанное в работе [24] и сохраняющее полную намагниченность образца, здесь не учитывается. Уместно отметить, что отсутствующие для простого ФМ чисто однородные эффекты обменной релаксации возможны для многоподрешеточных магнетиков [26-28]. Эффекты связаны с обменом спином между подрешетками, что и использовалось в работах при описании ферримагнетиков [22,23], но мы ограничимся случаем простого ФМ.

Поскольку при релаксации намагниченности к равновесному значению \mathbf{H}_{eff} параллельно \mathbf{M} , слагаемое, описывающее поперечную динамику, $-\gamma [\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}] = 0$, и уравнение (1) сводится к одному уравнению для длины намагниченности $M = |\mathbf{M}|$. Считая, что размер лазерного пятна значительно больше ширины формирующегося фронта (детали см. далее), ограничимся анализом одномерного случая. Следуя [22,23,32], используем для свободной энергии простейшее выражение в виде разложения Ландау

$$F = \frac{1}{8\chi_{\parallel}M_0^2} \left(M^2 - M_0^2\right)^2 + \frac{A}{2} \left(\frac{\partial M}{\partial x}\right)^2,$$
(2)

где M_0 — равновесное значение магнитного момента, $A = Ja_l^2/4\mu_0 M_s$ — постоянная неоднородного обмена, $\chi_{\parallel} = dM/dH$ — продольная магнитная восприимчивость, J — обменный интеграл. В приближении среднего поля $\chi_{\parallel} = 6\mu_0 M_s^3/Jz M_0^2$ (для спина 1/2), где z число ближайших соседей. Оба слагаемых в (2) имеют обменную природу: первое определяет энергию однородного распределения намагниченности, второе — энергию неоднородности. Для интересующего нас процесса продольной эволюции учет магнитной анизотропии и других релятивистских взаимодействий в энергии (2) не существен. Однако отметим, что именно константа λ_r с учетом энергии вида (2) определяет релаксацию полной намагниченности образца к равновесному значению (см. подробнее [24–28]).

Подставляя $H_{\text{eff}} = -(M^2 - M_0^2)M/2\chi_{\parallel}M_0^2 + (A/2) \times \partial^2 M/\partial^2 x$ в (1) и вводя безразмерные переменные, получаем для динамики намагниченности нелинейное

уравнение диффузии с источником. Свойства волновых фронтов этого уравнения были исследованы в классической работе [35], и его уместно назвать уравнением Колмогорова-Петровского-Пискунова (КПП); в нашем случае оно имеет вид

$$\frac{\partial m}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2} + m(1 - m^2),\tag{3}$$

где $m(\xi, \tau) = M/M_0$ — безразмерная намагниченность, $\xi = x/x_0$ — безразмерная координата ($x_0 = \sqrt{2A\chi_{\parallel}}$) и $\tau = t/t_0$ — безразмерное время $(t_0 = 2\chi_{\parallel/\gamma\lambda_r}M_s)$. Оценим характерные величины, для чего возьмем параметры никеля ($T_C \approx 630 \,\text{K}, \ z = 8, \ a_t \approx 0.35 \,\text{nm}$). Считаем, что температура немногим выше комнатной, тогда $M_0/M_s = 0.8$. Отсюда характерная дли $x_0 = \sqrt{3/z} a_l M_s / M_0 \approx 0.8 a_l$, характерное время на $t_0 = 3\hbar M_s^2 / (2\lambda_r k T_C M_0^2) \approx 2.7 \text{ ps} \ (\lambda_r = 10^{-2}, J = 4k T_C / z)$ и характерная скорость $x_0/t_0 \approx 0.1 \text{ mm/ps} = 100 \text{ ms.}$ Характерное время t₀ совпадает с экспериментальными оценками времени релаксации намагниченности к равновесному значению, найденному в [1]. При увеличении температуры равновесное значение намагниченности M₀ уменьшается, и значения x_0 и t_0 увеличиваются, однако характерная скорость $x_0/t_0 \propto M_0/M_s$ уменьшается. Отметим, что использование континуального приближения для распределений с характерными размерами порядка постоянной кристаллической решетки не приводит к качественным ошибкам, а уже при характерных размерах порядка 1.5-2 постоянных решетки является достаточно точным, см. сравнение данных анализа континуальных и дискретных расчетов для доменных стенок [36] и двумерных солитонов (вихрей) [37]. Для $M_0/M_s = 0.8$ минимальный размер неоднородности равен $a_m x_0 \approx 4.3 a_l$, где $a_m \approx 5.36$ — ширина фронта с минимальной скоростью (детали см. далее), что и оправдывает использование континуального приближения.

Исследуем предельный случай, при котором в области действия лазерного импульса магнитный порядок полностью разрушен. Это предположение согласуется с оценками для реального эксперимента, в соответствии с которыми пиковое значение эффективной спиновой температуры значительно превышает температуру Кюри [3]. Иными словами, предполагается, что вне области импульса (при $\xi \to -\infty$) намагниченность равна своему равновесному значению m = 1, а в области воздействия импульса (при $\xi \to +\infty$) намагниченность равна нулю. Таким образом, начальное условие $m(\xi, \tau = 0) \equiv m(\xi, 0)$ можно выбрать в виде функции, которая монотонно уменьшается при увеличении координаты. Намагниченность в размагниченной области будет релаксировать к равновесному значению, и начальный фронт будет двигаться вправо. При этом полная намагниченность образца будет увеличиваться. Таким образом, мы приходим к задаче об эволюции фронта намагниченности в одномерном ФМ.

В классических работах Колмогорова, Петровского и Пискунова [35] и Фишера [38] было показано, что для уравнения КПП существуют волновые фронты типа $m(\xi - V\tau)$ с экспоненциально затухающими асимптотиками при $|\xi| \to \infty$ со скоростями $V \ge 2$. В работе [35] была рассмотрена эволюция такого начального распределения: в момент времени $\tau = 0$ при $\xi > b_2$ функция m = 0, а при $\xi < b_1 \le b_2$ m = 1. Для такого распределения было показано, что при $au
ightarrow \infty$ участок кривой $m(\xi, \tau)$ (как функция координаты), на который приходится основная часть падения от 1 до 0, с течением времени перемещается вправо со скоростью, которая приближается к 2 (снизу), а сама форма кривой приближается к решению типа $m(\xi - 2\tau)$ [35]. Аронсон и Вейнберг обобщили этот результат [39] и показали, что для начальных условий, асимптотика которых при $m \ll 1$ спадает быстрее, чем $\exp(-\xi)$, при больших временах $m(\xi, \tau)$ стремится к волновому фронту с V = 2. Таким образом, достаточно узкие начальные условия эволюционируют к фронту с минимально возможной скоростью 2. Исследование этого режима подробно представлено в обзоре [40]. Отметим, что уравнение КПП применялось для описания сверхпредельного движения доменных стенок в ортоферритах [41].

Поскольку размер лазерного пятна много больше, чем ширина фронта с V = 2, интересна эволюция начальных условий с достаточно широкой переходной областью между состояниями с m = 1 и 0. Каметака показал [42], что для начальных условий с асимптотикой $\exp(-\sigma\xi)$ при $\tau \to \infty$ распределение $m(\xi, \tau)$ асимптотически переходит в волновой фронт со скоростью V, которая определяется из условий

$$\sigma = V/2 - \sqrt{V^2/4 - 1}$$
 при $\sigma \le 1$ или $V = 2$ при $\sigma > 1.$ (4)

Мы продемонстрируем, что эволюция достаточно широких волновых фронтов намагниченности к волновому фронту с минимальной скоростью V = 2 проходит через промежуточные волновые фронты типа $m(\xi - V\tau)$, где V > 2, которые уместно назвать быстрыми волновыми фронтами. Определим их свойства.

Подстановка $m(\xi, \tau) = m(\xi - V\tau)$ в (3) приводит к нелинейному дифференциальному уравнению с естественными граничными условиями

$$\frac{d^2m}{dy^2} + V \frac{dm}{dy} + (1 - m^2)m = 0, \ m(-\infty) = 1, \ m(\infty) = 0,$$
(5)

где $y = \xi - V\tau$. Рассмотрим поведение *m* в окрестности неустойчивой точки m = 0 (область справа от фронта). Линеаризуя (5) по $m \ll 1$, получаем $m = Ae^{-\gamma_+ y} + Be^{-\gamma_- y}$, где $\gamma_{\pm} = (V \pm \sqrt{V^2 - 4})/2$. Видно, что экспоненциально затухающие решения при $y \to \infty$ существуют только для $V \ge 2$. В общем случае реализуются решения как с γ_+ так и с γ_- , однако так как $\gamma_- < \gamma_+$, то при $y \gg 1$ можно считать, что $m = Be^{-\gamma_- y}$. Линеаризация (5) около $m = \pm 1$ показывает (область слева от фронта), что соответствующие асимптотики экспоненциально убывают для произвольных значений



Рис. 1. *a*) Форма волнового фронта $m(\xi - V\tau)$ для скоростей V = 2, 5, 10. *b*) Зависимость V(a) и приближение методом наименьших квадратов 0.041 + 0.37a.

скоростей. Итак, уравнение (5) имеет экспоненциально затухающие решения, описывающие распространение волнового фронта для скоростей $V \ge 2$.

Рис. 1, а представляет форму волновых фронтов для V > 2. На рис. 1, *b* рассчитана зависимость скорости *V* (для $V \ge 2$) от ширины *а* волнового фронта, определенного как $a = (dm/dy)^{-1}|_{m=1/2}$. Эти зависимости получены путем численного решения уравнения (5) при различных значениях V. Видно, что скорость фронта волны растет почти линейно с увеличением ширины фронта. Приближение методом наименьших квадратов дает $V(a) \approx 0.041 + 0.37a$. Эта линейная зависимость может быть найдена аналитически. При больших а (или $V\gg2)$ слагаемым $\partial^2 m/\partial\xi^2\propto 1/a^2$ можно пренебречь, и уравнение (3) принимает вид $\partial m/\partial \tau = (1 - m^2)m$. Скорость релаксации намагниченности здесь зависит от локального значения *m*. Найдем скорость точки m = 1/2. В течение небольшого промежутка времени $\Delta \tau$ точка m=1/2 проходит расстояние $\Delta \xi = rac{\partial m/\partial au}{\partial m/\partial \xi}|_{m=1/2} \Delta au$. Имеем, $\partial m / \partial \tau |_{m=1/2} = 3/8$, из определения ширины волнового фронта $\partial m / \partial \xi |_{m=1/2} = 1/2$ и

$$V(a) = \frac{\Delta\xi}{\Delta\tau} = \frac{3}{8}a = 0.375a.$$
 (6)

Рис. 1, *b* показывает, что эта формула справедлива также и при $V \approx 2$.



Рис. 2. Эволюция волнового фронта, полученная с помощью численного решения уравнения (3) на временно́м интервале от $\tau = 0$ до $\tau = T = 60$, изображенная с интервалом времени T/10. Начальная ширина a = 13.33 (a), 26.66 (b), 53.33 (c).



Рис. 3. Зависимость скорости фронта волны от времени для различных начальных ширин *a*.

Чтобы продемонстрировать основные особенности эволюции волнового фронта к решению с минимальной скоростью 2, рассмотрим систему размером *L* и численно решим нелинейное уравнение эволюции (3) для начальных фронтов различной ширины. Начальные условия $m(\xi, 0)$ выберем в виде

$$m(\xi, 0) = \frac{1}{2} \left(1 - \text{th}[2(\xi - \xi_0)/a] \right), \tag{7}$$

1079

где ξ_0 — позиция начального волнового фронта, параметр *a*, определенный выше как $a = (dm/d\xi)^{-1}|_{m=1/2}$, описывает ширину перехода между устойчивым (*m* = 1) и неустойчивым (m = 0) состояниями в начальных условиях. Такие начальные условия моделируют ситуацию, когда при $\xi < \xi_0 \ m(\xi, 0) > 1/2$ и при уменьшении координаты намагниченность стремится к своему равновесному значению 1, а для $\xi > \xi_0 \ m(\xi, 0) < 1/2$ и при увеличении ξ намагниченность стремится к нулю. При этом при $(\xi - \xi_0)/a \gg 1 \; m(\xi, 0) \propto \exp(-4\xi/a)$. Для конкретного численного анализа выберем следующие параметры: L = 1500 и $\xi_0 = 500$. Поскольку характерные ширины перехода между областями с m = 1 и 0 после сверхбыстрого размагничивания много больше, чем ширина фронта с V = 2, ограничимся случаем $a \ge a_m \approx 5.36$, где a_m — ширина фронта с минимальной скоростью V = 2. Рис. 2 представляет эволюцию намагниченности во временной области от au = 0 до $\tau = T = 60$ для начального распределения (7), где ширины a = 13.33, 26.66, 53.33. На рис. 3 показаны зависимости скоростей (точка m = 1/2) различных волновых фронтов от времени.

Данные, приведенные на рис. 2 и 3, показывают, что сценарий релаксации начального распределения к решению уравнения (5) с минимальной скоростью 2 не сводится к простому сценарию выхода на определенный фронт и происходит в три этапа. Первый этап характеризуется достаточно быстрой (по сравнению со временем второго этапа) эволюцией начального распределения к быстрому волновому фронту $m(\xi - V\tau)$, где V > 2. Начальные теоретические скорости $V_i(0)$ волновых фронтов, полученные из формулы (6), и скорости волновых фронтов V(0), найденные из численных данных, представленных на рис. 3, хорошо согласуются: при a = 13.33 $V_t(0) \approx 4.999$, $V(0) \approx 5/001$; при a = 26.66 $V_t(0) \approx 9.97$, $V(0) \approx 10.001$; при a = 53.33 $V_t(0) \approx 19.999, V(0) \approx 20.006;$ при $a = 80 V_t(0) = 30,$ $V(0) \approx 30.011$. Затем скорость (и ширина) волнового фронта уменьшается и быстро переходит к асимптотическому значению, которое определяется из уравнения (4): $\gamma_{-} = (V - \sqrt{V^2 - 4})/2 = 4/a$ (при $(\xi - \xi_0)/a \gg 1$, $m(\xi, 0) \propto \exp(-4\xi/a))$. Приведем скорости быстрых волновых фронтов — теоретические $V_t (\gamma_-(V_t) = a/4)$ и скорости V точки m = 1/2, полученные из численного решения (3) для начальных условий (7) и при $\tau = 25$: при $a = 13.33 V_t \approx 3.63256, V \approx 3.63258;$ при a = 26.66 $V_t \approx 6.81504, V \approx 6.81622;$ при $a = 53.33 V_t \approx 13.4075,$ $V \approx 13.4077$; при a = 80 $V_t \approx 20.05$, $V \approx 20.0534$. Видно, что теоретические и численные значения совпадают с очень высокой точностью, однако V немного больше, чем асимптотическое значение. Это объясняется тем, что, как видно из рис. 3, скорость фронта приближается к своему асимптотическому значению сверху.

На втором этапе этот быстрый фронт $m(\xi - V\tau)$ движется на протяжении времени, много большего времени первого этапа. На третьем этапе быстрый фронт быстро (по сравнению со временем жизни быстрого фронта) эволюционирует к решению $m(\xi - 2\tau)$.

Отметим следующее простое правило: как показывает рис. 3, время жизни быстрых волновых фронтов практически не зависит от ширины *a* (или скоростей). Оценка времени жизни выбранного волнового фронта не может быть проведена в рамках линейной теории устойчивости и требует дальнейших исследований.

Выявленные закономерности позволяют указать сценарий релаксации полной намагниченности $M_{\Sigma}(\tau) =$ $=\int m(\xi - V\tau)d\xi$ к равновесному значению в образце конечных размеров. Пусть в результате действия импульса в образце создана размагниченная область, отделенная от остальной части образца достаточно широкой переходной областью. Эта область быстро преобразуется в движущийся фронт намагниченности (описанный выше первый этап), и увеличение полной намагниченности происходит за счет замещения неустойчивого состояния m = 0 устойчивым m = 1. Понятно, что скорость релаксации $M_{\Sigma}(\tau)$ пропорциональна скорости фронта. Далее сценарий релаксации $M_{\Sigma}(\tau)$ к равновесному значению зависит от того, достигает ли быстрый (промежуточный) волновой фронт границы образца до его эволюции к фронту с V = 2. Если быстрый фронт успевает пройти расстояние порядка размера образца, то скорость релаксации $M_{\Sigma}(\tau)$ существенно увеличивается. Рассмотрим конкретный пример для ФМ размером L = 1000 с положением начального волнового фронта $\xi_0 = 500$ для начальных ширин фронта $a = a_m$, 13.33, 26.66, 53.33. Для выбранных параметров начальное значение полной намагниченности $M_{\Sigma}(0) = 500$, равновесное значение полной намагниченности образца $M_{\Sigma}(\infty) = L = 1000.$ Рис. 4 представляет зависимость полной намагниченность образца от времени, полученную из численного решения уравнения (3) для начальных условий (7) при указанных выше значениях параметров.

Для начальной ширины $a = a_m \approx 5.36$, что соответствует ширине волнового фронта с минимальной скоростью, полная намагниченность растет по линейному



Рис. 4. Зависимость полной намагниченности от времени, полученная из численного решения уравнения (3) для различных начальных ширин *a* фронта волны.

закону $M_{\Sigma}(\tau) \approx 500 + 2\tau$, пока не достигнет своего равновесного значения.

Для ширин a = 13.33, 26.66 релаксация полной намагниченности происходит уже быстрее, чем для $a = a_m$. Пренебрегая относительно быстрыми процессами эволюции начального распределения к быстрому фронту (первый этап), получаем $M_{\Sigma}(\tau) \approx 500 + V\tau$. Затем быстрый волновой фронт эволюционирует к фронту с V = 2 и скорость релаксации намагниченности уменьшается: $dM_{\Sigma}/d\tau = 2$.

Для a = 53.33 быстрый фронт достигает границы образца. Поскольку скорость этого фронта $V \gg 2$, скорость релаксации M_{Σ} существенно увеличивается: $dM_{\Sigma}/d\tau = V \gg 2$.

Таким образом, в приближении релятивистской релаксации в рамках модели Ландау продольная динамика намагниченности сводится к уравнению Колмогорова—Петровского—Пискунова. Эволюция начального фронта намагниченности с достаточно широкой переходной областью между областями с равновесным и нулевым значениями намагниченности к фронту с минимальной скоростью V = 2 происходит через режим с быстрым волновым фронтом со скоростью V > 2. Выбор скорости быстрого фронта определяется из условия равенства асимптотик начальных условий и соответствующего волнового фронта (область $m \ll 1$).

Если в результате действия лазерного импульса в образце создана размагниченная область, то скорость продольной релаксации полной намагниченности к равновесному значению временно усиливается за счет формирования быстрого волнового фронта с V > 2, и при достаточно малых размерах образца вклад этого фронта может стать определяющим.

Список литературы

- E. Beaurepaire, J.-C. Merle, A. Daunois, J.-Y. Bigot. Phys. Rev. Lett. 76, 4250 (1996).
- [2] J.-Y. Bigot, M. Vomir, E. Beaurepaire. Nature Phys. 5, 515 (2009).
- [3] A. Kirilyuk, A.V. Kimel, T. Rasing. Rev. Mod. Phys. 82, 2731 (2010).
- [4] A.V. Kimel, A. Kirilyuk, T. Rasing. Laser Photon. Rev. 1, 275 (2007).
- [5] A.V. Kimel, A. Kirilyuk, A. Tsvetkov, R.V. Pisarev, T. Rasing. Nature 429, 850 (2004).
- [6] A.V. Kimel, A. Kirilyuk, P.A. Usachev, R.V. Pisarev, A.M. Balbashov, Th. Rasing. Nature 435, 655 (2005).
- [7] R. Iida, T. Satoh, T. Shimura, K. Kuroda, B.A. Ivanov, Y. Tokunaga, Y. Tokura. Phys. Rev. B 84, 064 402 (2011).
- [8] A.M. Kalashnikova, A.V. Kimel, R.V. Pisarev, V.N. Gridnev, A. Kirilyuk, Th. Rasing. Phys. Rev. Lett. 99, 167 205 (2007).
- [9] A.M. Kalashnikova, A.V. Kimel, R.V. Pisarev, V.N. Gridnev, P.A. Usachev, A. Kirilyuk, T. Rasing. Phys. Rev. B 78, 104 301 (2008).
- [10] А.Ю. Галкин, Б.А. Иванов. Письма в ЖЭТФ **88**, 286 (2008).
- [11] T. Satoh, S.-J. Cho, R. Iida, T. Shimura, K. Kuroda, H. Ueda, Y. Ueda, B.A. Ivanov, F. Nori, M. Fiebig. Phys. Rev. Lett. 105, 077 402 (2010).

- [12] J. Nishitani, T. Nagashima, M. Hangyo. Phys. Rev. B 85, 174 439 (2012).
- [13] A.V. Kimel, B.A. Ivanov, R.V. Pisarev, P.A. Usachev, A. Kirilyuk, Th. Rasing. Nature Phys. 5, 727 (2009).
- [14] J.A. de Jong, I. Razdolski, A.M. Kalashnikova, R.V. Pisarev, A.M. Balbashov, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel. Phys. Rev. Lett. **108**, 157 601 (2012).
- [15] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, М.В. Четкин. УФН 146, 417 (1985).
- [16] Е.А. Туров, А.В. Колчанов, В.В. Меньшенин, И.Ф. Мирсаев, В.В. Николаев. Симметрия и физические свойства антиферромагнетиков. Физматлит, М. (2001). 560 с.
- [17] V.G. Baryakhtar, M.V. Chetkin, B.A. Ivanov, S.N. Gadetskii. Dynamics of topological magnetic solitons. Experiment and theory. Ser. Springer Tract in Modern Physics. Springer-Verlag, Berlin (1994). V. 129. 179 p.
- [18] Б.А. Иванов. ФНТ 31, 841 (2005).
- [19] I. Radu, K. Vahaplar, C. Stamm, T. Kachel, N. Pontius, H.A. Dürr, T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R.W. Chantrell, A. Tsukamoto, A. Itoh, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel. Nature 472, 205 (2011).
- [20] T.A. Ostler, J. Barker, R.F.L. Evans, R. Chantrell, U. Atxitia, O. Chubykalo-Fesenko, S. ElMoussaoui, L.Le Guyader, E. Mengotti, L.J. Heyderman, F. Nolting, A. Tsukamoto, A. Itoh, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A.M. Kalashnikova, K. Vahaplar, J. Mentink, A. Kirilyuk, Th. Rasing, A.V. Kimel. Nature Commun. 3, 666 (2012).
- [21] M. Battiato, K. Carva, P.M. Oppeneer. Phys. Rev. Lett. 105, 027 203 (2010).
- [22] J.H. Mentink, J. Hellsvik, D.V. Afanasiev, B.A. Ivanov, A. Kirilyuk, A.V. Kimel, O. Eriksson, M.I. Katsnelson, Th. Rasing. Phys. Rev. Lett. **108**, 057 202 (2012).
- [23] В.Г. Барьяхтар, В.И. Бутрим, Б.А. Иванов. Письма в ЖЭТФ 98, 327 (2013).
- [24] В.Г. Барьяхтар. ЖЭТФ 87, 1501 (1984).
- [25] В.Г. Барьяхтар. ФТТ 29, 1317 (1987).
- [26] В.Г. Барьяхтар. ФНТ 11, 1198 (1985).
- [27] В.Г. Барьяхтар. ЖЭТФ 94, 196 (1988).
- [28] V.G. Bar'yakhtar. Physica B **159**, 20 (1989).
- [29] В.Г. Барьяхтар, Б.А. Иванов, Т.К. Соболева, А.Л. Сукстанский. ЖЭТФ 91, 1454 (1986).
- [30] V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, K.A. Safaryan. Solid State Commun. 72, 1117 (1989).
- [31] V.G. Bar'yakhtar, B.A. Ivanov, A.L. Sukstanskii, E.Yu. Melekhov. Phys. Rev. B 56, 619 (1997).
- [32] E.G. Galkina, B.A. Ivanov, V.A. Stephanovich. J. Magn. Magn. Mater. 118, 373 (1993).
- [33] Y. Terui, T. Satoh, R. Moriya, B.A. Ivanov, K. Ando, E. Saitoh, T. Shimura, K. Kuroda. Nature Photon. 6, 662 (2012).
- [34] Y. Au, M. Dvornik, T. Davison, E. Ahmad, P.S. Keatley, A. Vansteenkiste, B. Van Waeyenberge, V.V. Kruglyak. Phys. Rev. Lett. **110**, 097 201 (2013).
- [35] А.Н. Колмогоров, И.Г. Петровский, Н.С. Пискунов. Бюл. МГУ. Математика и механика 1, 6, 1 (1937).
- [36] B.A. Ivanov, H.- J. Mikeska. Phys. Rev. B 70, 174409 (2004).
- [37] B.A. Ivanov, A.K. Kolezhuk. G.M. Wysin. Phys. Rev. Lett. 76, 511 (1996).
- [38] R. Fischer. Ann. Eugenics 7, 355 (1937).
- [39] D.G. Aronson, H.F. Weinberger. Adv. Math. 30, 33 (1978).
- [40] U. Ebert, W. van Saarloos. Physica D 146, 1 (2000).
- [41] В.М. Елеонский, Н.Н. Кирова, Н.Е. Кулагин. ЖЭТФ 79, 321 (1980).
- [42] Y. Kametaka. Osaka J. Math. 13, 11 (1976).