# Нелинейные несимметричные волны в симметричной трехслойной структуре, обусловленные генерацией экситонов и биэкситонов в полупроводниках

© О.В. Коровай, П.И. Хаджи

Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко, MD-3300 Тирасполь, Молдова Институт прикладной физики АНМ MD-2800 Кишинёв, Молдова E-mail: fmf nokr@spsu.ru

(Поступила в Редакцию 25 июля 2007 г.)

Построена теория *TE*-поляризованных несимметричных квазиповерхностных волн, распространяющихся в симметричной планарной трехслойной структуре с линейной сердцевиной и нелинейными обкладками. Нелинейность обкладок обусловлена учетом процесса оптической экситон-биэкситонной конверсии. Получены и исследованы законы дисперсии распространяющихся волн.

PACS: 78.20.-e, 73.20.Mf, 78.68.+m

# 1. Введение

Современное развитие интегральной и волоконной оптики стимулировало интерес к исследованию свойств интерфейсных, волноводных и поверхностных мод, направляемых границами раздела нелинейных сред и нелинейными световодами на базе полупроводников [1,2]. В ряде работ были изучены пространственные профили полей нелинейных волноводных мод (HBM) и нелинейных поверхностных волн (HПВ) с различными модельными выражениями для диэлектрических функций нелинейных сред [3–10]. В большинстве работ при исследовании свойств НПВ и НВМ используется выражение для диэлектрической функции  $\varepsilon$  кристалла с керровской зависимостью от поля распространяющейся волны. Тем не менее в некоторых работах изучались свойства НПВ и НВМ для некерровских сред [11–15].

В работе представлены результаты теоретических исследований свойств *TE*-поляризованных квазиповерхностных несимметричных волн, направляемых границей раздела симметричной трехслойной структуры.

# 2. Постановка задачи. Основные уравнения

Изучим распространение нелинейных *TE*-поляризованных квазиповерхностных несимметричных волн в симметричной трехслойной структуре (рис. 1). Световод состоит из линейной пластинки толщиной 2*d*  $(-d \le z \le +d)$ , характеризующейся постоянной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_0$ , и полубесконечных нелинейных обкладок, представляющих собой полупроводники, в которых распространяющаяся световая волна может возбуждать экситоны из основного состояния кристалла и одновременно превращать их в биэкситонной благодаря процессу оптической экситон-биэкситонной конверсии (рис. 1). Это возможно для кристаллов типа

CdS, CdSe, где энергия связи биэкситонов исчезающе мала.

Используем полученное в [11,16] выражение для диэлектрической функции  $\varepsilon$  нелинейной среды, зависящей от частоты  $\omega$  и амплитуды E электромагнитного поля распространяющейся волны,

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} \left[ 1 - \frac{\omega_{LT}}{\Delta} \frac{E_s^4}{(E_s^2 - E^2)^2} \right],\tag{1}$$

где  $E_s^2 = 2\Delta^2/\sigma^2$ ,  $\Delta = \omega - \omega_0$  — расстройка резонанса для частоты  $\omega$  распространяющейся волны относительно частоты  $\omega_0$  экситонного перехода,  $\omega_{LT} = 4\pi\hbar g^2/\varepsilon_{\infty}$  — частота продольно-поперечного расщепления экситонного состояния,  $\varepsilon_{\infty}$  — фоновая диэлектрическая постоянная,  $\sigma$  — константа оптической экситон-биэкситонной конверсии, g — константа экситон-фотонного взаимодействия.

Изучим закономерности стационарного распространения *TE*-поляризованных квазиповерхностных несимметричных волн в геометрии рис. 1. Считаем, что электромагнитная волна распространяется вдоль оси *x* 



Рис. 1. Геометрия задачи и направления компонент полей.



**Рис. 2.** Связь между полями  $E_b$  и  $E_0$  на обеих границах световода.

и характеризуется волновым вектором k. Поле TE-поляризованной волны содержит поперечные электрическую E (параллельную оси y) и магнитную  $H_z$  компоненты, а также продольную компоненту магнитного поля  $H_x$ . Из уравнений Максвелла получаем следующие волновые уравнения, описывающие пространственное распределение электрического поля электромагнитной волны в стационарном режиме:

$$\frac{d^2 E}{dz^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \left[ n^2 - \varepsilon_{\infty} \left( 1 - \frac{\omega_{LT}}{\Delta} \frac{E_s^4}{(E_s^2 - E^2)^2} \right) \right] E, \quad |z| \ge d,$$
(2)

$$\frac{d^2E}{dz^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \left( n^2 - \varepsilon_0 \right) E, \quad |z| \le d, \tag{3}$$

где  $n = ck/\omega$  — эффективный показатель преломления среды, c — скорость света в вакууме. Поскольку мы ищем ограниченные в пространстве квазиповерхностные волны, энергия которых локализована в окрестности границ раздела |z| = d, при решении уравнения (2) необходимо удовлетворить условиям обращения в нуль амплитуды поля и ее производной на бесконечности

$$\lim_{z \to \pm \infty} E \to 0; \quad \lim_{z \to \pm \infty} dE/dz \to 0.$$
 (4)

Вводя переменную  $z = \frac{\omega}{c} x$  и интегрируя (2), (3) с учетом (4), получаем следующие интегралы движения:

$$\left(\frac{dE}{d\bar{z}}\right)^{2} = E^{2}\left(n^{2} - \varepsilon_{\infty} + \varepsilon_{\infty} \frac{\omega_{LT}}{\Delta} \frac{E_{s}^{2}}{E_{s}^{2} - E^{2}}\right),$$
$$|\bar{z}| > D = \frac{\omega}{c}d,$$
(5)

$$\left(\frac{dE}{d\bar{z}}\right)^2 = E^2(n^2 - \varepsilon_0), \quad |\bar{z}| < D = \frac{\omega}{c} d.$$
 (6)

Предположим, что на противоположных границах раздела сред при  $\bar{z} = D$  и -D поле волны имеет амплитуды  $E_{|\bar{z}=D} = E_0$  и  $E_{|_{\bar{z}=-D}} = E_b$  соответственно. Тогда из выражений (5), (6) получим уравнение, которое связывает эти поля с параметрами среды,

$$(E_0^2 - E_b^2) \left[ \varepsilon_0 - \varepsilon_\infty + \varepsilon_\infty \, \frac{\omega_{LT}}{\Delta} \, \frac{E_s^4}{(E_s^2 - E_0^2)(E_s^2 - E_b^2)} \right] = 0.$$
(7)

Анализ уравнения (7) показывает, что в такой структуре возможно существование симметричных  $E_b = E_0$  и антисимметричных  $E_b = -E_0$  НПВ и НВМ [17,18]. Эти решения располагаются на биссектрисах в плоскости переменных ( $E_0$ ,  $E_b$ ) (рис. 2). Кроме того, имеются также и несимметричные волны, для которых выполняется соотношение

$$\left(1 - \frac{E_0^2}{E_s^2}\right) \left(1 - \frac{E_b^2}{E_s^2}\right) = \frac{\varepsilon_\infty \omega_{LT}}{|(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)\Delta|}.$$
(8)

Они представлены замкнутой кривой в плоскости  $(E_0/E_s, E_b/E_s)$  на рис. 2. При малых значениях расстройки резонанса  $\Delta$  замкнутая кривая на рис. 2 является практически окружностью, которая существенно искажается при увеличении расстройки резонанса. Из (8) следует, что решения в виде квазиповерхностных несимметричных волн возможны при  $\Delta < \frac{\varepsilon_{\infty}\omega_{LT}}{(\varepsilon_0 - \varepsilon_{\infty})}$  и для  $n^2 > \varepsilon_{\rm ex} = \varepsilon_{\infty} (1 - \frac{\omega_{LT}}{\Delta})$ ; амплитуда волн *E* может изменяться в пределах

$$\sqrt{1 - \frac{\varepsilon_{\infty}\omega_{LT}}{|(\varepsilon_0 - \varepsilon_{\infty})\Delta|}} \le E \le \sqrt{1 - \sqrt{\frac{\varepsilon_{\infty}\omega_{LT}}{|(\varepsilon_0 - \varepsilon_{\infty})\Delta|}}}.$$
 (9)

Следовательно, нелинейные квазиповерхностные несимметричные волны могут существовать только в длинноволновой области от частоты экситонного перехода, причем  $n^2 \ge \varepsilon_0$  либо  $n^2 \ge \varepsilon^* = \varepsilon_\infty \left(1 - \frac{\omega_{LT}}{\Delta} \frac{E_s^2}{E_s^2 - E^2}\right)$ . Из рис. 2 также следует, что существуют два типа квазиповерхностных несимметричных волн, отщепляющихся от четной и нечетной поверхностных симметричных волн [19] соответственно. Это легко показать, если заменить в уравнении (7)  $E_b$  на  $E_0$ .

Решения уравнения (3) для них запишем в виде

$$E = \frac{C}{q_0} \operatorname{ch}(q_0 \bar{z}), \tag{10}$$

$$E = \frac{C}{q_0} \operatorname{sh}(q_0 \bar{z}), \tag{11}$$

где  $q_0 = \sqrt{n^2 - \varepsilon_0}$ , а *С* — константа интегрирования, определяющая амплитуду поля в центре пластинки. Удовлетворяя условию сохранения тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на границе раздела сред в точке  $\bar{z} = D$ , из (10), (11) и (6) получаем

$$q_{0} \operatorname{th} \left[ 2q_{0}D + \operatorname{arch} \left( q_{0}\sqrt{\frac{E_{s}^{2}}{E_{0}^{2}(\varepsilon_{0} - \varepsilon_{\infty})}} \right) \right]$$
$$= \sqrt{n^{2} - \varepsilon_{\infty} + \varepsilon_{\infty} \frac{\omega_{LT}}{\Delta} \frac{E_{s}^{2}}{E_{s}^{2} - E_{0}^{2}}}, \quad (12)$$

Выражения (12), (13) можно рассматривать как дисперсионные соотношения, определяющие зависимость  $\omega(k)$  или в данном случае эффективного показателя преломления среды *n* от расстройки резонанса  $\Delta$  при фиксированных значениях толщины пленки *d* и параметров  $E_b$  и  $E_0$  — амплитуд поля волны на границах раздела сред в точках  $\bar{z} = D$  и -D.

Отметим, что экпериментально контролируемым является поток энергии P, переносимой распространяющейся волной, а не амплитуды полей  $E_b$  и  $E_0$ . Полный поток энергии в сечении волновода P можно разделить на сумму линейного потока  $P_L$  в сердцевине и нелинейного потока  $P_{NL}$  в обкладках, которые определяются выражениями

$$P_L = \frac{c^2 n}{4\pi\omega} \frac{E_0^2}{4q_0 \operatorname{ch}^2(q_0 D)} \big( \operatorname{sh}(2q_0 D) - 2q_0 D \big), \qquad (14)$$

$$P_L = \frac{c^2 n}{4\pi\omega} \frac{E_0^2}{4q_0 \operatorname{sh}^2(q_0 D)} (\operatorname{ch}(2q_0 D) - 2q_0 D), \qquad (15)$$

$$P_{NL} = \frac{c^2 n}{8\pi\omega} \frac{1}{q} \left\{ E_s E_m + \sqrt{(E_s^2 - E_0^2)(E_m^2 - E_0^2)} + (E_s^2 - E_m^2) \ln \frac{\sqrt{E_s^2 - E_0^2} + \sqrt{E_m^2 - E_0^2}}{E_s - E_m} \right\}.$$
 (16)

Исключая из (12), (13)  $E_0$  с помощью (16), получаем зависимость  $P(n, \Delta)$  либо, иначе, зависимость эффективного показателя преломления нелинейного световода n от потока энергии, переносимой волной.

#### 3. Обсуждение результатов

Далее будем использовать нормированные на величину продольно-поперечного расщепления  $\omega_{LT}$  расстройку резонанса  $\Delta$  и частоту Раби  $\sigma E_0$ :  $\delta = \Delta/\omega_{LT}$ ,  $f_0 = \sigma E_0/\omega_{LT}$ . Рассмотрим сначала закон дисперсии для квазиповерхностных несимметричных мод первого типа, отщепляющихся от симметричной нечетной поверение дисперсионных кривых  $n(\delta, f_0)$ . Из (12) следует, что  $n^2 > \varepsilon_0$ ,  $\varepsilon^*$ , где  $\varepsilon^* = \varepsilon_\infty [1 + |\delta|/(\delta^2 - f_0^2/2)]$ . Нелинейные несимметричные волны существуют только в спектральной области  $\delta < 0$ . Амплитуды поля  $f_0$  и  $f_b$  на границах раздела  $z = \pm d$  изменяются в интервале  $\left[\sqrt{1 - \sqrt{\varepsilon_\infty/\delta(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty)}}; \sqrt{1 - (\varepsilon_\infty/\delta(\varepsilon_0 - \varepsilon_\infty))}\right]$ . Видно, что значения полей на границах раздела существенно зависят от величины расстройки резонанса  $\delta$ . Точки



**Рис. 3.** Закон дисперсии несимметричных *TE*-поляризованных квазиповерхностных волн первого типа при значениях  $\varepsilon_0 = 5.6$ ,  $\varepsilon_{\infty} = 5$  для случаев D = 1 (*a*, *c*) и 1/3 (*b*). Цифры I-4 показывают направление изменения поля.



**Рис. 4.** Законы дисперсии несимметричных *TE*-поляризованных поверхностных волн второго типа при  $\varepsilon_0 = 5.6$ ,  $\varepsilon_{\infty} = 5$ , D = 1. Цифры *1*-4 показывают направление изменения поля.

начала кривых  $\delta(n)$  законов дисперсии соответствуют расстройке резонанса  $|\delta| = |\delta_0| = \varepsilon_{\infty}/(\varepsilon_0 - \varepsilon_b)$ .

Из рис. 3, *а* видно, что закон дисперсии квазиповерхностной несимметричной моды первого типа, отщепляющейся от антисимметричной нечетной поверхностной моды, характеризуется наличием минимума показателя преломления, расположенного в области минимального значения величины поля  $f_b = \sqrt{1 - \varepsilon_{\infty}/\delta|\varepsilon_0 - \varepsilon_{\infty}|}$  на границе z = -d. С ростом поля минимум "подсаживается". Таким образом, закон дисперсии состоит из двух ветвей  $\delta(n)$ , которые с увеличением расстройки резонанса  $\delta$  расходятся. Одна из ветвей характеризуется монотонным убыванием, а другая — резким возрастанием величины эффективного показателя преломления *n* в зависимости от расстройки резонанса  $\delta$ . Каждому значению  $\delta$  соответствуют два значения *n*. Из рис. 3, *a* 

видно, что частотный интервал существования моды очень узкий, однако он может изменяться в зависимости от толщины *d* линейной пластинки: чем уже пластинка, тем шире спектральная область значений расстройки резонанса. При уменьшении толщины линейной пластинки до некоторого критического значения наблюдается возникновение щели между ветвями закона дисперсии (рис. 3, b). Дальнейшее уменьшение толщины пластинки приводит к увеличению ширины щели, при этом ветви закона дисперсии расходятся, отталкиваясь друг от друга, а частотный спектр существования моды существенно уширяется и одновременно смещается в коротковолновую область б. При этом наблюдается существование двух малых интервалов значений показателя преломления, разделенных областью запрещенных значений, при которых невозможно распространение моды в пластинке.

На рис. 3, с представлен график зависимости  $P(n, \delta)$ для квазиповерхностной несимметричной моды первого типа. Видно, что при фиксированном значении  $|\delta|$  поток сначала монотонно убывает с уменьшением *n*, достигает минимума, затем резко возрастает. Величина потока возрастает с ростом  $|\delta|$  при фиксированном значении *n*. Заметим, что одному и тому же значению потока соответствуют два различных значения эффективного показателя преломления *n*.

На рис. 4, а представлены кривые закона дисперсии квазиповерхностной несимметричной моды второго типа, отщепляющейся от поверхностной симметричной четной моды. Кривые закона дисперсии существуют в ограниченной области значений поля на границах раздела. Они также характеризуются монотонной зависимостью эффективного показателя преломления *n* от расстройки резонанса б и величины поля на границах раздела. Кривые  $\delta(n)$  закона дисперсии при незначительном увеличении расстройки резонанса  $|\delta|$  резко убывают и характеризуются наличием слабо выраженного минимума, расположенного в области максимальных значений расстройки резонанса б. При этом в области минимальных значений показателя преломления каждому значению показателя преломления *n* соответствуют два значения полей на границах раздела. Дальнейшее увеличение расстройки резонанса  $|\delta|$  приводит к монотонному возрастанию ветвей закона дисперсии, при этом наблюдается небольшое увеличение значений потока. Поведение кривых потока  $P(n, \delta)$  (рис. 4, b) качественно не отличается от поведения кривых закона дисперсии.

# 4. Заключение

Получены и исследованы законы дисперсии для нелинейных несимметричных квазиповерхностных *s*-поляризованных волн двух типов. Существование волн обусловлено взаимодействием экситонов и биэкситонов со светом. Нелинейная диэлектрическая функция существенно зависит от поля распространяющейся волны. Это приводит к разбиению области существования несимметричных квазиповерхностных волн первого типа на две независимые, отделенные друг от друга подобласти при определенных значениях параметров. Законы дисперсии существенно зависят от потока переносимой энергии.

### Список литературы

- [1] Поверхностные поляритоны / Под ред. В.М. Аграновича, Д.Л. Миллса. Наука, М. (1985). 528 с.
- [2] Н.Л. Дмитрук, В.Г. Литовченко, В.Л. Стрижевский. Поверхностные поляритоны в полупроводниках. Наук. думка, Киев (1989). 375 с.
- [3] A.D. Boardman, T. Twardowski. J. Opt. Soc. Am. B 5, 523 (1988).
- [4] K.M. Leung. J. Opt. Soc. Am. B 5, 571 (1988).
- [5] L. Torner, J.P. Torres. IEEE J. Quant. Electron. 28, 1571 (1992).
- [6] J.P. Torres, L. Torner. IEEE J. Quant. Electron. 29, 917 (1993).
- [7] С.А. Вакуленко, И.А. Молотков. Вестн. ЛГУ. Сер. 4. 11, 21 (1987).
- [8] Х.С. Арутюнян, К.А. Барсуков. Изв. АН АрмССР 20, 125 (1985); Опт. и спектр. 58, 1064 (1985).
- [9] S.J. Al-Bader, H.A. Jamid. IEEE J. Quant. Electron. 24, 2052 (1988).
- [10] H.W. Schürmann, V.S. Serov, Yu.V. Shestopalov. Phys. Rev. E 58, 1040 (1998).
- [11] P.I. Khadzhi, E.S. Kiseleva. Phys. Stat. Sol. (b) 147, 741 (1988).
- [12] П.И. Хаджи. ФТТ 29, 2721 (1987).
- [13] П.И. Хаджи, Л.В. Федоров. ЖТФ **61**, 110 (1991).
- [14] Л.С. Асланян, Ю.С. Чилингарян. Письма в ЖТФ **20**, 1 (1994).
- [15] В.Г. Бордо. Письма в ЖТФ 14, 1172 (1988).
- [16] П.И. Хаджи, К.Д. Ляхомская. Квантовая электрон. 29, 43 (1999).
- [17] О.В. Коровай, П.И. Хаджи. ФТТ 45, 386 (2003).
- [18] О.В. Коровай, П.И. Хаджи. ФТТ 45, 720 (2003).
- [19] П.И. Хаджи. Нелинейные оптические процессы в системе экситонов и биэкситонов в полупроводниках. Штиинца, Кишинев (1985). 231 с.