# Влияние дисперсии распределения зерен по размерам на прочность и пластичность нанокристаллических металлов

### © Г.А. Малыгин

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук, 194021 Санкт-Петербург, Россия E-mail: malygin@ga@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 12 ноября 2007 г.)

Теоретически рассмотрено влияние дисперсии распределения зерен по размерам на предел текучести, предел прочности и величину равномерной деформации нанокристаллических металлов. Анализ показывает, что с ростом величины дисперсии степень зернограничного упрочнения (эффект Холла-Петча) нанокристаллического материала снижается, а начало его зернограничного разупрочнения (обратный эффект Холла-Петча) смещается в диапаон меньших размеров нанозерен, при этом величина равномерной деформации до начала образования шейки возрастает.

PACS: 62.25.+g, 62.20.Fe, 61.72.Cc

#### 1. Введение

В настоящее время существует несколько методов изготовления нанокристаллических (НК) металлов с размерами зерен меньше 100 nm. Наиболее распространенными являются методы осаждения на подложку из газовой фазы или раствора электролита, а также консолидации нанопорошков, полученных распылением расплава или размолом исходного материала в шаровых мельницах. Ввиду высокой прочности НК-металлов изготовленные из них микро- и наноизделия находят применение в микро- и наномеханических устройствах и системах. Этим обстоятельством объясняется большой интерес исследователей к факторам, от которых зависят прочность и деформационные свойства рассматриваемых материалов [1-6].

К таким факторам кроме собственно размеров нанозерен относятся свойства их границ, а именно способность границ испускать и поглощать дислокации [4-6] и служить барьерами, ограничивающими перемещение дислокаций [2,5,6]. Другая группа факторов включает в себя характер распределения нанозерен по размерам в унимодальных [7] или бимодальных [8–11] нанозеренных структурах. Как сейчас экспериментально установлено [8,9] и проверено на теоретических моделях [10,11], включение в наноматериал нескольких десятков процентов объемных долей зерен микронного размера заметно улучшает пластические характеристики (величину равномерной деформации  $\varepsilon_u$ ) бимодальной зеренной структуры. В [7] теоретически проанализировано влияние дисперсии размеров нанозерен на характер зависимости предела текучести  $\sigma_v$  НК-материала от среднего размера зерна. Найдено, что увеличение дисперсии распределения зерен по размерам в унимодальной зеренной структуре снижает коэффициент Холла-Петча (ХП) и замедляет эффект зернограничного разупрочнения НК-металла. В качестве механизма зернограничного разупрочнения в [7] рассматривается механизм вакансионной ползучести Кобла (Coble).

В настоящей работе детально анализируется влияние дисперсии распределения нанозерен по размерам не только на предел текучести НК-металла (раздел 2), но и на его предел прочности  $\sigma_u$  и величину равномерной деформации до начала образования шейки є в условиях деформации растяжения (раздел 3). В качестве механизма зернограничного разупрочнения материала рассматривается механизм аннигиляции дислокаций в границах нанозерен [5,6]. В количественном отношении он лучше согласуется с экспериментом, чем механизм вакансионной ползучести Кобла.

#### 2. Предел текучести

Как и в [7], будем предполагать, что размеры нанозерен L в унимодальной зеренной структуре распределены по лог-нормальному закону:

$$f(L,s) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} sL} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln(L/L_M)}{s}\right)^2\right], \quad (1)$$

где *s* — дисперсия распределения, т.е. стандартная величина отклонения числа зерен с размером L от их средневзвешенного числа,  $L_M$  — медианный размер распределения. На рис. 1 для иллюстрации приведены относительные плотности распределения зерен по размерам  $L_M f(L, s)$  при нескольких значениях дисперсии s. Видно, что с ростом дисперсии кроме "расплывания" распределения имеет место сдвиг его в сторону диапазона меньших размеров зерен. Далее при расчете усредненных по распределению (1) прочностных и деформационных характеристик нанозеренных структур нам понадобятся численные оценки средних значений вида

$$\langle L^n \rangle = \int_0^\infty L^n f(L, s) dL = L_M^n \exp\left(\frac{1}{2} (ns)^2\right).$$
(2)

В частности, из (1) при n = 1 следует соотношение для среднего размера зерна  $\langle L \rangle = \tilde{L} = L_M \exp(s^2/2).$ 



**Рис. 1.** Плотость распределения зерен по размерам согласно (1) при разных значениях стандартного отклонения *s* числа зерен с размером *L* от их средневзвешенного числа. s = 0.1 (1), 0.3 (2), 0.8 (3).

Максимуму плотности распределения (1) соответствует размер зерна  $L_m = L_M \exp(-s^2)$ .

Согласно [5,6], напряжение течения НК-металлов в диапазоне размеров зерен L < 100 nm описывается уравнением

$$\sigma(\varepsilon, L) = m\alpha\mu \left(\frac{b}{L}\right)^{1/2} \left[\beta_0 \exp\left(-mk_b(L)\varepsilon\right) + \frac{\beta}{k_b(L)} \left[1 - \exp\left(-mk_b(L)\varepsilon\right)\right]\right]^{1/2}, \quad (3)$$

где *є* — величина пластической деформации, *α* — постоянная взаимодействия дислокаций в соотношении для дислокационного упрочнения кристалла  $\sigma = m \alpha \mu b \rho^{1/2}$ ,  $\mu$  — модуль сдвига, b — вектор Бюргерса,  $\rho = \rho(\varepsilon)$  плотность дислокций, *т* — ориентационный фактор Тейлора для поликристалла. Коэффициент β<sub>0</sub> в (3) зависит от плотности ступенек (ledges) в границах нанозерен, которая определяет плотность испущенных из границ дислокаций [7,12]; коэффициент β контролирует скорость накопления дислокаций в объеме зерен вследствие ограничения длины свободного пробега дислокаций размером зерна ( $\beta \approx 1$  [13]). Фигурирующий в (3) коэффициент аннигиляции дислокаций в границах нанозерен  $k_h(L)$  определяет зернограничное разупрочнение наноматериала и зависит от коэффициента зернограничной самодиффузии  $D_{gb}(T)$  и скорости пластической деформации  $\dot{\varepsilon}$  в соответствии с выражением [5]

$$k_b(L) = 4\eta_b \, \frac{D_{gb}}{m\dot{\varepsilon}L^2},\tag{4}$$

где  $\eta_b \approx \mu b^3/k_{\rm B}T$ , T — температура,  $k_{\rm B}$  — постоянная Больцмана. Далее коэффициент аннигиляции (4) используется в виде соотношения  $k_b(L) = (L_b/L)^2$ , где

 $L_b = (4\eta_b D_{gb}/m\dot{\epsilon})^{1/2}$  — зависящий от температуры и скорости деформации характерный размер зерна.

Далее, как и в [7], будем считать, что в условиях изодеформации нанозерен напряжение течения  $\tilde{\sigma}(\varepsilon)$  поликристалла с распределением зерен по размерам вида (1) есть сумма напряжений течения средневзвешенных объемов зерен  $V_g \approx L^3$ :

$$\tilde{\sigma}(\varepsilon) = \frac{1}{\langle L^3 \rangle} \int_0^\infty L^3 \sigma(\varepsilon, L) f(L, s) dL,$$
 (5)

где, согласно (2),  $\langle L^3 \rangle = L_M^3 \exp(9s^2/2)$ . Поскольку в эксперименте, как плавило, определяют зависимость напряжения течения от среднего размера зерна  $\tilde{L} = L_M \exp(s^2/2)$ , интеграл (5) подстановкой  $z = L/L_M$  $= (L/\tilde{L}) \exp(s^2/2)$  удобно преобразовать к виду

$$\tilde{\sigma}(\varepsilon, \tilde{L}, s) = \exp(-17s^2/4) \int_0^\infty z^3 \sigma(\varepsilon, \tilde{L}, s, z) f(z, s) dz. \quad (6)$$

Соотношение (6) служит в дальнейшем основой для анализа влияния дисперсии размеров зерен на прочностные и деформационные характеристики НК-металлов.

Известно, что на практике в качестве предела текучести материала рассматривается напряжение течения, соответствующее деформации  $\varepsilon_v = 0.2\%$ . В нашем случае  $\sigma_v(\tilde{L}, s) = \tilde{\sigma}(\varepsilon_v, \tilde{L}, s)$ . На рис. 2, *а* приведены полученные согласно (6) зависимости предела текучести от среднего размера зерна в координатах ХП  $\sigma_{\rm v} - \tilde{L}^{-1/2}$  для трех значений дисперсии зерен по размерам s. Расчет производился применительно к данным для НК-меди [5]: b = 0.256 nm,  $\mu = 48$  GPa,  $\alpha = 0.38$ ,  $\beta_0 = 2.8 \cdot 10^{-2}, \beta = 1, L_b = 220$  nm, m = 3.05. Видно, что рост дисперсии приводит к снижению коэффициента ХП  $K_{\rm v} = d\sigma_{\rm v}/d\tilde{L}^{-1/2}$  и смещению начала зернограничного разупрочнения НК-меди в диапазон меньших размеров нанозерен. При *s* = 0.1 (практически отсутствие дисперсии), *s* = 0.5 и 0.8 получаем для критических средних размеров зерен  $\tilde{L}_c$  начала зернограничного разупрочнения соответственно значения 22, 13 и 6 nm. Величина зерна 13 nm близка к экспериментальному значению  $L_c = 16 - 18 \,\mathrm{nm}$  [5,7]. Согласно анализу [7], для большинства ГЦК- и ОЦК-НК-металлов стандартная дисперсия *s* лежит в пределах 0.4-0.5.

На рис. 2, *b* приведены в обратных координатах XII  $\sigma_y - \tilde{L}^{1/2}$  зависимости пределов текучести от размера зерна при разных значениях дисперсии *s*. Видно, что в отличие от обычного коэффициента XII  $K_y$  обратный коэффициент XII  $K'_y = d\sigma_y/d\tilde{L}^{1/2}$  с ростом величины дисперсии возрастает. Из выражения (3) следует, что при  $mk_b\varepsilon_y \gg 1$  и  $mk_b\varepsilon_y \ll 1$ , т.е. при относительно больших и относительно малых размерах зерен, предел текучести зависит от величины зерна соответственно как  $\sigma_y \sim L^{-1/2}$  и  $\sigma_y \sim L^{1/2}$ . С учетом этих соотношений и (5), (6) получаем следующие зависимости прямого и

(8)

обратного коэфициентов XП от величины дисперсии s:

$$K_{y}(s) = K_{y}(0) \exp\left(-\frac{9}{8}s^{2}\right),$$

$$K_{y}(0) = m\alpha\mu b^{1/2}(\beta_{0} + \beta m\varepsilon_{y})^{1/2},$$

$$K_{y}'(s) = K_{y}'(0) \exp\left(\frac{11}{8}s^{2}\right),$$
(7)

где 
$$K_y(0)$$
 и  $K'_y(0)$  — прямой и обратный коэффициенты  
XII в отсутствие дисперсии зерен по размерам. На рис. 3  
приведены полученные согласно (7), (8) зависимости  
от *s* коэффициентов XII, отнесенных к их значениям

 $K_{\boldsymbol{y}}'(0) = m\alpha\mu(\beta b/L_{h}^{2})^{1/2},$ 



**Рис. 2.** Зависимости предела текучести НК-меди от среднего размера зерна  $\tilde{L}$  в прямых (*a*) и обратных (*b*) координатах Холла-Петча при различных значениях величины дисперсии распределения зерен по размерам: *s*=0.1 (*1*), 0.5 (*2*), 0.8 (*3*).



**Рис. 3.** Зависимость прямого (1) и обратного (2) коэффициентов XII от величины дисперсии распределения нанозерен по размерам *s* согласно соотношениям (7), (8).

В целом рост дисперсии зерен по размерам, как видно из рис. 2, несколько снижает максимальное значение предела текучести НК-материала, но заметно уменьшает критический размер зерен  $\tilde{L}_c$ , когда НК-материал начинает испытывать зернограничное разупрочнение.

# 3. Равномерная деформация и предел прочности

Рис. 4 демонстрирует кривые деформации НК-меди согласно соотношениям (5), (6) при постоянном значении средней величины зерна  $L = 20 \,\mathrm{nm}$  и четырех значениях дисперсии зерен s. Видно, что с ростом дисперсии предел текучести наномеди снижается в соответствии с выражением (7), а способность ее к деформационному упрочнению увеличивается. В результате величина равномерной деформации  $\varepsilon_u$  до начала образования шейки на растягиваемых образцах также существенно возрастает. На рис. 4 ее значения, рассчитанные численно в соответствии с критерием шейкообразования Консидера  $d\tilde{\sigma}/d\varepsilon < \tilde{\sigma}$ , отмечены темными кружками. Более полные данные по зависимости деформации  $\varepsilon_u$ от среднего размера нанозерен в координатах  $\varepsilon_u - \tilde{L}^{-1/2}$ при разных значениях дисперсии зерен *s* приведены на рис. 5. Хорошо виден пластифицирующий эффект большой дисперсии зерен в диапазоне их средних величин от 10 до 100 nm.

Стрелкой на рис. 5 отмечен средний размер зерна 20 nm. При таком его размере и s = 0.1, т.е. практически в отсутствие дисперсии зерен, локализация деформаци, как видно из рис. 4 (кривая *I*), наступает сразу же с началом пластической деформации. Коэффициент деформационного упрочнения при этом отрицателен, что, согласно [5], является результатом того, что начальная плотность дислокаций  $\rho_0$  из-за



**Рис. 4.** Кривые напряжение–деформация согласно соотношениям (5), (6) при разной степени дисперсии распределения зерен по размерам: s=0.1 (1), 0.5 (2), 0.7 (3), 0.9 (4). Темными кружками отмечена деформация начала образования шейки на образце.



**Рис. 5.** Зависимость величины равномерной деформации от среднего размера нанозерен при разных значениях дисперсии распределения зерен по размерам: s=0.1 (1), 0.5 (2), 0.8 (3).

эмиссии их из границ зерен больше, чем равновесная плотность дислокаций  $\rho_{\infty}$  при больших деформациях. С ростом дисперсии размеров зерен и вовлечением в деформацию зерен бо́льшего, чем 20 nm, размеров соотношение между  $\rho_0$  и  $\rho_{\infty}$  изменяется на противоположное. В результате деформационное упрочнение начинает доминировать над разупрочнением, связанным с аннигиляцией дислокаций в границах нанозерен.

Из приведенных на рис. 4 результатов расчетов следует, что условные пределы прочности  $\sigma_u$  (темные кружки) существенно не изменяются с ростом дисперсии размеров зерен *s* в отличие от величины равномерной деформации  $\varepsilon_u$ . Это обстоятельство особенно заметно на рис. 6, на котором показаны зависимости этих характеристик от *s* при постоянном значении среднего размера зерна 20 nm. Видно, что вплоть до s = 0.5 равномерная деформация отсутствует, предел прочности практически совпадает с пределом текучести и несколько снижается с ростом дисперсии размеров зерен в соответствии с зависимостью коэффициента XП  $K_y$  от *s* (рис. 3, кривая *I*). Но при дальнейшем росте дисперсии (выше s = 0.5) предел прочности начинает расти и приближается к значениям, характерным для предела текучести в отсутствие дисперсии зерен. При этом величина равномерной деформации, как видно из рис. 6, сильно возрастает и достигает приемлемых для практического применения НК-металлов значений 5-10%.

На рис. 6 обращает на себя внимание скачкообразный рост величины равномерной деформации в узком интервале дисперсий размеров зерен 0.5-0.55. Из приведенных на рис. 4 данных видно, что при s = 0.5 (кривая 2) напряжение  $\tilde{\sigma}(\varepsilon)$  неоднозначно зависит от деформации: имеются верхний и нижний пределы текучести. Такая неоднозначность обычно сопровождается неоднородным распределением деформации в материале, появлением площадки текучести и деформации типа Людерса [14]. Действительно, неоднородный характер деформации в виде системы микрополос сдвига шириной  $w \approx 60L$ наблюдался в НК-железе [15], а в НК-алюминии неоднородная деформация протекала в виде перемещения по образцу фронта Людерса [16]. Расчет величины деформации начала шейкообразования в этих условиях требует отдельного рассмотрения.

Таким образом, на основании сделанного в работе анализа можно заключить, что увеличение дисперсии зерен по их размерам, не снижая существенно прочности НК-материала, заметно улучшает его деформационные характеристики, повышая устройчивость наноматериала к шейкообразованию в условиях деформации растяжения.



**Рис. 6.** Зависимости предела прочности  $\sigma_u$  и величины равномерной деформации  $\varepsilon_u$  от дисперсии распределения зерен по размерам.

## Список литературы

- Z. Shan, E.A. Stach, J.M. Wiezorek, J.A. Knapp, L.M. Follstaedt, S.X. Mao. Science 305, 654 (2004).
- [2] S. Cheng, E. Ma, Y.M. Wang, L.J. Kecskes, K.M. Youssef, C.C. Koch, U.P. Trociewitz, K. Han. Acta Mater. 53, 1521 (2005).
- [3] Kh. Youssef, R.O. Scattergood, K.L. Murty, J.A. Horton, C.C. Koch. Appl. Phys. Lett. 87, 091 904 (2005).
- [4] M.A. Meyers, A. Mishra, D.J. Benson. Progr. Mater. Sci. 51, 427 (2006).
- [5] Г.А. Малыгин. ФТТ 49, 961 (2007).
- [6] Г.А. Малыгин. ФТТ 49, 2161 (2007).
- [7] M.P. Phaniraj, M.J. Prasad, A.H. Chokshi. Mater. Sci. Eng. A 463, 231 (2007).
- [8] D. Witkin, Z. Lee, R. Rodriguez, S. Nutt, E. Lavernia. Scripta Mater. **49**, 297 (2003).
- [9] T.T. Sasaki, T. Mukai, K. Hono. Scripta Mater. 57, 189 (2007).
- [10] J. Gil Sevillano, J. Aldzabal. Scripta Mater. 51, 795 (2004).
- [11] Г.А. Малыгин. ФТТ 50, 990 (2008).
- [12] J.C.M. Li, T. Chou. Metal. Trans. 1, 1143 (1970).
- [13] H. Conrad. Acta Met. 11, 75 (1963).
- [14] Г.А. Малыгин. ФТТ 47, 632 (2005).
- [15] D. Jia, K.T. Ramesh, E. Ma. Acta Mater. 51, 3495 (2003).
- [16] C.Y. Yu, P.W. Kao, C.P. Chang. Acta Mater. 53, 4019 (2005).