

05.4

© 1992

## ЭКРАНИРОВАНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЖОЗЕФСОНОВСКОЙ СРЕДОЙ СО СЛУЧАЙНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ ТОЧЕЧНЫХ КОНТАКТОВ

Ю.И. Кузьмин

Открытие ВТСП-материалов возродило интерес к электромагнитным свойствам гранулированных сверхпроводников, исследовавшихся ранее в качестве композиционных материалов с низкотемпературной сверхпроводимостью [1-5]. Первостепенное значение при этом имеет вопрос о проникновении магнитного поля в джозефсоновскую среду. В настоящей работе проведен анализ экранирования магнитного поля джозефсоновской средой со случайной ориентацией слабых связей и показано, что при превышении весьма малого критического поля внешнее поле проникает в объем материала на неограниченное расстояние, т.е. критическое состояние для рассматриваемой системы не реализуется.

Для слабосвязанных гранулированных сверхпроводников явилась плодотворной концепция псевдофазы, сформулированная в работах [1-3]. Рассматривается трехмерный ансамбль сверхпроводящих гранул, связанных друг с другом точечными джозефсоновскими контактами. Размеры гранул значительно превосходят длину когерентности и лондоновскую глубину для самих гранул, так что фаза параметра порядка для каждой гранулы является хорошо определенной величиной и ее изменения происходят на межгранульных контактах. При отсутствии джозефсоновских связей параметры порядка отдельных гранул не коррелированы и образуют на комплексной плоскости множество случайно ориентированных векторов (паракогерентное состояние). При включении джозефсоновских связей происходит переход в когерентное состояние и параметры порядка всех гранул стремятся сориентироваться вдоль одного направления на комплексной плоскости. В когерентном состоянии корреляция фаз отдельных гранул  $\varphi$  описывается псевдофазой  $\tilde{\varphi} = a\tilde{\varphi}$ , где  $\tilde{\varphi} = \nabla\varphi - 2\pi\mathbf{A}/\Phi_0$  — калибровочно-инвариантный градиент фазы для гранулированного сверхпроводника, параметр порядка которого имеет вид:  $\Psi = \langle |\Psi| e^{i\varphi} \rangle = e^{i\tilde{\varphi}}$ . Здесь  $a$  — размер гранулы,  $\Phi_0$  — квант потока,  $\Psi = |\Psi| e^{i\varphi}$  — параметр порядка отдельной гранулы, а угловые скобки означают тепловое среднее.

Магнитное поле в сверхпроводнике  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \vec{h}$  является результатом усреднения локального поля  $\vec{h}$  по объему, содержащему много гранул, но малому по сравнению с размерами образца.

Псевдофаза для описанной выше джозефсоновской среды является векторным аналогом джозефсоновской разности фаз для одиночного точечного контакта.

Варьирование по вектор-потенциалу функционала свободной энергии, усредненной по всем ориентациям джозефсоновских связей, равновероятно направленных в трехмерном пространстве по отношению к приложенному статическому полю, приводит к нелинейному уравнению для псевдофазы [1]:

$$\nabla^2 \gamma = \gamma \frac{3(\sin \gamma - \gamma \cos \gamma)}{\lambda_c^2 \gamma^3}, \quad (1)$$

где  $\lambda_c \equiv (3c\Phi_0 a / (4\pi^2 \mu z I_J))^{1/2}$  — глубина проникновения в пределе малых полей,  $\mu$  — эффективная магнитная проницаемость материала,  $z$  — координационное число. Уравнение (1) получено при условии, что все гранулы имеют одинаковый размер и все межгранульные контакты — одинаковый критический ток  $I_J$ .

Пусть полубесконечный образец, поверхность которого совпадает с плоскостью  $x=0$ , занимает полупространство  $\{x>0\}$ , а магнитное поле напряженностью  $H$ , направленное параллельно поверхности (по оси  $z$ ), проникает в объем со стороны отрицательных  $x$ . В этом случае псевдофаза имеет лишь  $y$  — составляющую  $\gamma_y \equiv \gamma_y(x)$  и интегрирование (1) дает:

$$\frac{d\gamma_y}{dx} = -\frac{\sqrt{6}}{\lambda_c} \left(1 - \frac{\sin \gamma_y}{\gamma_y} + G\right)^{1/2}, \quad G = \text{const.} \quad (2)$$

Вне вихрей выполняется соотношение:

$$\nabla \times \vec{q} = -2\pi \frac{\vec{B}}{\Phi_0}, \quad (3)$$

следовательно, магнитное поле с точностью до множителя равно производной псевдофазы:  $B = -\Phi_0 / (2\pi a) d\gamma_y / dx$ . Отсюда вытекает граничное условие, связывающее псевдофазу на поверхности сверхпроводника с приложенным внешним полем:

$$\frac{d}{dx} \gamma_y(0) = -\frac{2\pi a}{\Phi_0} \mu H. \quad (4)$$

Магнитное поле  $B(0+0) = \mu H$  в правой части (4) равно оставшемуся от приложенного внешнего поля  $B(0-0) = H$  после его частичного экранирования поверхностными токами, возникающими из-за однородной намагнитченности за счет собственного диамагнетизма сверхпроводящих гранул. Именно поле  $\mu H$  возбуждает в объеме сверхпроводника межгранульные джозефсоновские токи, распределение которых мы ищем.

Таким образом, уравнение (2) с граничным условием (4) определяет распределение псевдофазы, а вместе с ней — магнитного поля и джозефсоновского тока:

$$\vec{j} = \frac{c}{4\pi\mu} \nabla \times \vec{B} = \frac{zI_J}{2a^2} \vec{r} \frac{\sin\gamma - \gamma \cos\gamma}{\gamma^3}.$$

Заметим, что множитель  $zI_J/(2a^2)$  имеет физический смысл средней плотности критического тока ансамбля одномерных джозефсоновских цепочек. Варьирование функционала свободной энергии для одного измерения дает выражение, аналогичное случаю одиночного контакта:  $\vec{j} = zI_J \vec{r} \sin\gamma/(2a^2 \gamma)$ , где  $\gamma = a\varphi$  равна набегу фазы между двумя соседними гранулами, а  $z/(2a^2)$  — плотности контактов на единицу площади.

При  $H < H_{c1}$ , где

$$H_{c1} = \frac{\Phi_0 \sqrt{6}}{2\pi a \mu \lambda_c} \max_{\gamma_y(0)} \left( 1 - \frac{\sin \gamma_y(0)}{\gamma_y(0)} \right)^{1/2} = \frac{1.10328 \sqrt{6} \Phi_0}{2\pi a \mu \lambda_c},$$

магнитное поле полностью экранируется в глубине образца:  $B(x \rightarrow \infty) = 0$ . При этом в формуле (2)  $G=0$  и граничная псевдофаза определяется из уравнения:

$$\frac{2\pi a}{\Phi_0} \mu H = \frac{\sqrt{6}}{\lambda_c} \left( 1 - \frac{\sin \gamma_y(0)}{\gamma_y(0)} \right)^{1/2}. \quad (5)$$

Характерные распределения магнитного поля и экранирующих джозефсоновских токов, полученные в результате численного интегрирования уравнения (2) при  $H \leq H_{c1}$ , представлены на рис. 1. Здесь использованы следующие безразмерные переменные:

$$\xi \equiv \frac{x}{\lambda_c}, \quad \beta \equiv \frac{2\pi a \lambda_c}{\sqrt{6} \Phi_0} B, \quad \eta \equiv \frac{2\pi a \lambda_c}{\sqrt{6} \Phi_0} H, \quad \delta \equiv \frac{2a^2}{zI_J} j.$$

На рисунке заметны увеличение глубины проникновения поля  $\beta \equiv \beta(\xi)$  и изменение профиля тока  $\delta \equiv \delta(\xi)$  по мере формирования экранирующего токового слоя при росте внешнего поля  $\eta$ . На вставке приведена полевая зависимость эффективной глубины проникновения магнитного поля:

$$\Lambda \equiv \frac{1}{\lambda_c B(0)} \int_0^\infty B(x) dx = -\frac{1}{\lambda_c} \gamma_y(0) \left( \frac{d}{dx} \gamma_y(0) \right)^{-1}.$$

В пределе малых полей  $H \approx 0.1 H_{c1}$  глубина проникновения совпадает с характерной длиной  $\lambda_c$  (см. уравнение (1)). При увеличе-

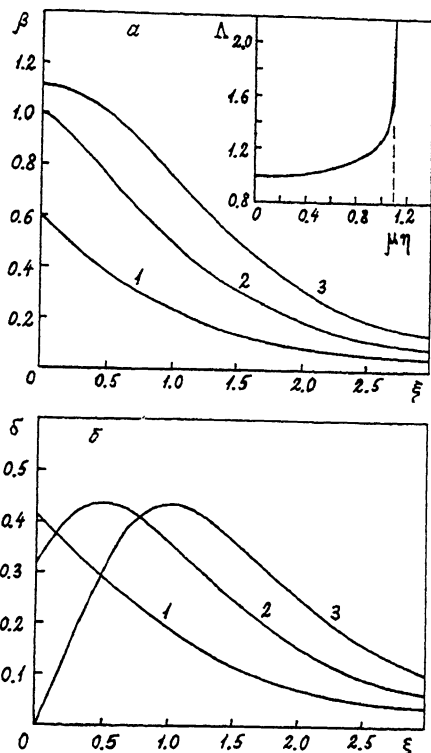


Рис. 1. Распределение магнитного поля (а) и джозефсоновского тока (б) при  $H \leq H_{c1}$ : 1 -  $\mu\eta = 0.6$ , 2 -  $\mu\eta = 1$ , 3 -  $\mu\eta = \mu\eta_{c1} = 1.10328$ . На вставке - полевая зависимость эффективной глубины проникновения.

нии внешнего поля  $\Lambda$  растет вплоть до достижения критического поля. При  $H = H_{c1}$  экранирующий токовый слой полностью сформирован (кривая 3 на рис. 1);  $H_{c1}$  - это максимальное внешнее поле, которое еще может быть заэкранировано межгранульными джозефсоновскими токами. Граничная псевдофаза  $\gamma_y(0)$  подстраивается под внешнее поле вплоть до его значения  $H_{c1}$ , т.е.  $\eta_{c1} \cong \cong 1.10328$  ( $\mu$ ). При превышении критического поля  $H_{c1}$  никакие значения граничной псевдофазы уже не удовлетворяют условию полного затухания внешнего поля и оно проникает неограниченно глубоко в объем сверхпроводника, экранируясь лишь частично.

При  $H > H_{c1}$  константа  $G$  в уравнении (2) отлична от нуля:

$$G = \frac{1}{6} \left( \lambda_c \frac{d}{dx} \gamma_y(0) \right)^2 - 1 + \frac{\sin \gamma_y(0)}{\gamma_y(0)},$$

причем производная псевдофазы по-прежнему задается внешним полем в соответствии с уравнением (4), но для  $f_y(0)$  соотношение (5) уже не выполняется.

Найдем граничную псевдофазу  $f_y(0)$  из условия максимального экранирования, т.е. наибольшего затухания магнитного поля на минимальной длине:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{B(0)} \int_0^{\mathcal{L}} B(x) dx = \frac{f_y(\mathcal{L}) - f_y(0)}{\frac{d}{dx} f_y(0)} \rightarrow \min \\ \frac{d}{dx} f_y(0) = \text{const} \end{aligned} \right\},$$

что достигается при минимальном набеге псевдофазы  $f_y = f_y(x)$  на длине  $\mathcal{L}$ . Это соответствует метастабильному состоянию с минимальной свободной энергией. Таким образом, поиск граничной псевдофазы сводится к решению вариационной задачи с естественным граничным условием, т.е. к задаче о минимизации функционала

$$f_y(\mathcal{L}) - f_y(0) = -\frac{\sqrt{6}}{\lambda_c} \int_0^{\mathcal{L}} dx \left( 1 - \frac{\sin f_y(x)}{f_y(x)} + G(f_y(0)) \right)^{1/2} \quad (6)$$

на траектории  $f_y(x) + \delta f_y(x)$  с незакрепленной граничной точкой  $f_y(0) + \delta f_y(0)$ .

В результате оказывается, что минимуму функционала (6) соответствует наибольший отрицательный корень уравнения  $f_y(0) = -\text{tg} f_y(0) : f_y(0) = -4.493409$ .

Заметим, что уравнение (2) описывает распределение псевдофазы вне вихрей, т.е. вне особенностей вида  $\vec{\nabla} \times \vec{q} = 2\pi \left( \sum_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \vec{B} / B - \vec{B} / \Phi_0 \right)$  в точках  $\vec{r}_i$ , где  $\vec{r}_i$  - координаты вихрей. Таким образом, проведенный анализ справедлив при малой плотности вихрей, когда существуют такие траектории, для которых при движении вдоль профиля распределения псевдофазы выполняется соотношение (3) (т.е. траектория не содержит точек  $\vec{r}_i$ ).

Распределения магнитного поля и плотности тока для  $H > H_{c1}$  представлены на рис. 2. Из рисунка видно, что джозефсоновские точки лишь частично экранируют внешнее магнитное поле, в то время как в глубь сверхпроводника проникает остаточное поле:

$$B(\infty) = \sqrt{1 + G} = \sqrt{\beta^2(0+0) + 1 - (\mu\eta_{c1})^2}.$$

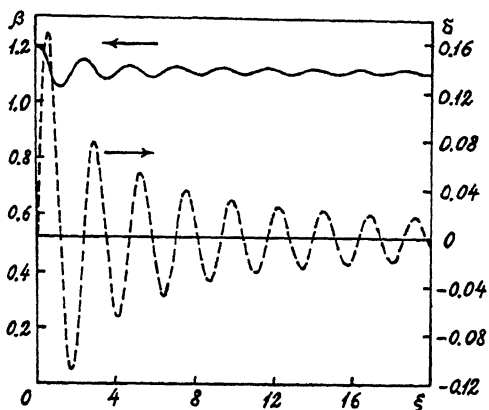


Рис. 2. Распределение магнитного поля (сплошная линия) и джозефсоновского тока (пунктир) при  $H > H_{c1}$  :  $\mu\eta = 2$ .

Это эквивалентно отсутствию пиннинга и означает, что в рассматриваемой джозефсоновской среде критическое состояние не реализуется. Таким образом, данная система кардинально отличается от неоднородного джозефсоновского контакта, рассмотренного в работах [6, 7].

По мере увеличения внешнего поля джозефсоновские связи между гранулами подавляются; при высокой плотности вихрей, когда макроскопическая когерентность будет полностью нарушена, экранирование магнитного поля осуществляется лишь за счет собственного диамагнетизма сверхпроводящих гранул:  $B(H \rightarrow \infty) = \mu H$  — сверхпроводник переходит в паракогерентное состояние.

В заключение сделаем оценки величин  $I_J$  и  $H_{c1}$ , характерных для гранулированных ВТСП-материалов. Температура перехода в паракогерентное состояние  $T_0$  определяется соотношением  $k_B T_0 = E_J$ , где  $E_J \equiv \Phi_0 I_J / (2\pi c)$  — энергия джозефсоновской связи. В общем случае  $T_0 < T_c$ , где  $T_c$  — температура сверхпроводящего перехода отдельной гранулы. Для температуры паракогерентного перехода, равной температуре жидкого азота, величина критического тока одного межгранульного контакта составит  $I_J \approx 3$  мкА. При характерных для ВТСП-керамик  $\mu = 0.8$ ,  $a = 10$  мкм,  $z = 6$  имеем  $H_{c1} \approx 35$  мГс. Глубина проникновения при этом:  $\lambda_c \approx 30$  мкм. Полученные значения согласуются с результатами экспериментов по намагничиванию ВТСП [8–11].

Таким образом, в настоящей работе проанализированы особенности экранирования магнитного поля ансамблем точечных джозефсоновских контактов, ориентированных случайным образом в трехмерном пространстве. Показано, что при превышении некоторого критического поля внешнее поле не может быть полностью заэкранировано межгранульными джозефсоновскими токами, хотя макроскопическая когерентность при этом не нарушается. Критическое состояние в рассматриваемой системе не реализуется.

- [1] R o s e n b l a t t J., P e y r a l P., R a -  
b o u t o u A. Inhomogeneous Superconductors  
Ed. by D.U. Gubser, T.L. Francavilla,  
S.A. Wolf, J.R. Leibowitz. AIP, N.Y., 1980. P. 33-  
41.
- [2] R a b o u t o u A., R o s e n b l a t t J.,  
P e y r a l P. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45,  
N 12. P. 1035-1039.
- [3] R o s e n b l a t t J. Percolation, Localization  
and Superconductivity, NATO ASI Series / Ed.  
by A.M. Goldman and S.A. Wolf. Plenum Press,  
N.Y., 1984. P. 431-451.
- [4] P a t t o n B.R., L a m b W., S t r o u d D.  
Inhomogeneous Superconductors Ed. by D.U. Gub-  
ser, T.L. Francavilla, S.A. Wolf, J.R. Leibowitz.  
AIP, N.Y., 1980. P. 13-22.
- [5] D e u t s c h e r G. Percolation, Localization  
and Superconductivity, NATO ASI Series / Ed. by  
A.M. Goldman and S.A. Wolf. Plenum Press, N.Y.,  
1984. P. 95-113.
- [6] B r y k s i n V.V., G o l t s e v A.V., D o r o -  
g o v t s e v S.N., K u z m i n Yu.I., S a m u -  
k h i n A.N. // J. Phys.: Condens. Matter. 1992.  
V. 4. N 5. P. 1791-1798.
- [7] Б р ы к с и н В.В., Г о л ь ц е в А.В., Д о р о г о в -  
ц е в С.Н., К у з ь м и н Ю.И., С а м у х и н А.Н. //  
ЖЭТФ. 1991. Т. 100. № 4 (10). С. 1281-1285.
- [8] C h a u d h a r i P., M a n n h a r t J., D i -  
m o s D., T s u e i C.C., C h i J., O p r y s -  
k o M.M., S c h e u e r m a n n M. // Phys.  
Rev. Lett. 1988. V. 60. N 16. P. 1653-1656.
- [9] D e r s c h H., B l a t t e r G. // Phys. Rev.  
B. 1988. V. 38. N 16. P. 11391-11404.
- [10] К у з ь м и н Ю.И., П л е ш а к о в И.В. // П и с ь м а в ЖТФ.  
1989. Т. 15. № 11. С. 30-35.
- [11] П е т р о в М.П., К р а с и н ь к о в а М.В., К у з ь -  
м и н Ю.И., П л е ш а к о в И.В. // ФТТ. 1990. Т. 32.  
№ 2. С. 379-383.

Физико-технический  
институт им. А.Ф. Иоффе  
РАН, С.-Петербург

Поступило в Редакцию  
15 октября 1992 г.