

07

© 1992

УСТОЙЧИВЫЙ К ШУМАМ МЕТОД ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФАЗЫ СВЕТОВОГО ПОЛЯ

В.В. К о т л я р, П.Г. С е р а ф и м о в и ч,
В.А. С о й ф е р

Известны итеративные алгоритмы восстановления фазы когерентного светового поля по измеренным распределениям интенсивности света в плоскости пространственного Фурье спектра: алгоритм Герцберга-Секстона (ГС) [1] и его модернизация Фиенапа [2]. Основным недостатком, который препятствует широкому практическому применению этих алгоритмов, является нестабильность их работы в присутствии шумов данных измерения. То есть, если при измерении распределения интенсивности пространственного спектра допущены неизбежные на практике случайные ошибки, связанные, например, с внутренним шумом фотоприемника, то применение алгоритмов [1, 2] для обработки измеренной интенсивности может приводить к существенным ошибкам в восстановленной фазе.

В последнее время появились предложения по стабилизации указанных алгоритмов. Так, в работе М.А. Воронцова [3] предлагается с целью повышения устойчивости алгоритма ГС осуществлять измерения интенсивности не только в плоскости Фурье спектра, но и на ряде дополнительных плоскостей, расположенных в зоне дифракции Френеля. Однако при этом приходится увеличивать объем требуемой машинной памяти, в которой нужно разместить все зарегистрированные распределения интенсивности.

В работе [4] предложена процедура усреднения промежуточных оценок фазы, которые получают на специальным образом выбранных шагах итеративного процесса. Эта процедура повышает качество восстановленной фазы по зашумленной интенсивности, но требует для своей реализации существенного увеличения машинного времени, по сравнению со стандартным вариантом алгоритма ГС.

В данной работе предложена новая процедура стабилизации итеративного алгоритма восстановления фазы, которая на порядок точнее восстанавливает ее, чем алгоритм ГС, не требует дополнительных затрат машинной памяти и времени.

Пусть требуется найти фазу $\varphi(x)$ когерентного светового поля с функцией комплексной амплитуды $\exp[i\varphi(x)]$ по известной интенсивности Фурье спектра $I(\xi)$. При этом предполагается, что имеет место интегральное нелинейное уравнение

$$I(\xi) = \int_{-a}^a \exp[i\varphi(x) - ikx\xi f^{-1}] dx^2, \quad (1)$$

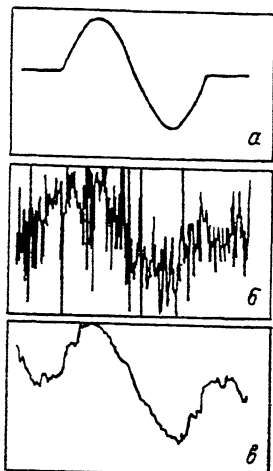


Рис. 1. Оригинальная (а) и восстановленные за 10 итерации фазы ($Q=0.1$): при $\alpha=0$ (б) и при $\alpha=10^{-5}$ (в).

где k – волновое число света, f – фокусное расстояние линзы, формирующей Фурье спектр, $[-a, a]$ – размер ограничивающей поле диафрагмы.

На n -ом шаге итеративного решения уравнения (1), согласно стандартному варианту алгоритма ГС [1], рассчитанную функцию комплексной амплитуды $F_n(\xi)$ в плоскости пространственного спектра следует заменить на функцию $F'_n(\xi)$ по правилу:

$$F'_n(\xi) = \sqrt{I'(\xi)} F_n(\xi) |F_n(\xi)|^{-1}, \quad (2)$$

где $I'(\xi) = I(\xi) + N(\xi)$, $I'(\xi)$ – измеренная интенсивность спектра, которая является суммой истинной интенсивности $I(\xi)$ и шумовой составляющей $N(\xi)$. С целью стабилизации алгоритма предлагается вместо замены (2) использовать на каждом шаге итераций следующую замену:

$$F'_n(\xi) = \frac{I'^{m+1/2}(\xi) F_n(\xi) |F_n(\xi)|^{-1}}{(I'(\xi) + \alpha \xi^{2k})^m}, \quad (3)$$

где α – параметр регуляризации, который пропорционален уровню шума и находится подбором или растет с ростом числа итераций. При $\alpha=0$ замена (3) переходит в замену (2). Оптимальные значения показателей k и m также находятся подбором, но на практике достаточно их выбрать равными единице. Замена (3) аналогична регуляризации решения уравнения типа свертки с помощью оптимального фильтра Винера [5]. На n -ом шаге итераций в плос-

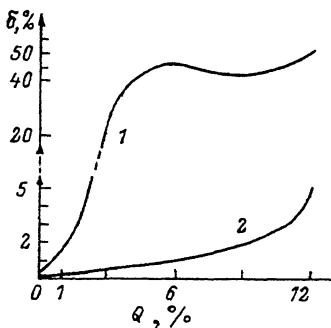


Рис. 2. Зависимость ошибки восстановления фазы от величины шума данных: 1 - $\alpha=0$, 2 - $\alpha=10^{-5}$.

кости объектного поля рассчитанная функция $f_n(x)$ заменяется на функцию $f'_n(x)$ обычным образом:

$$f'_n(x) = \begin{cases} f_n(x) |f_n(x)|^{-1}, & x \in [-a, a] \\ 0, & x \notin [-a, a]. \end{cases} \quad (4)$$

Предложенный регуляризованный алгоритм с заменой (3) апробировался численно. В качестве фазы $\varphi(x)$ выбиралась функция

$$\varphi(x) = \begin{cases} \pi/2, & -a < x < -b \\ (\pi/2) \sin(x/T), & -b < x < b \\ \pi/2, & b < x < a, \end{cases} \quad (5)$$

где T - период синусоиды. Общее число отсчетов для выполнения быстрого преобразования Фурье было равно 512, число отсчетов, на которых задавался объект (5), было равно 160. К рассчитанной интенсивности спектра $I(\zeta)$ от объекта (5) добавлялась реализация белого шума $N(\zeta)$, который генерировался датчиком псевдо-случайных чисел, равномерно заполняющих отрезок значений

$$[0, QI_{max}],$$

где I_{max} - максимальное значение интенсивности спектра $I(\zeta)$, Q - коэффициент, задающий уровень шума. Начальная оценка фазы в итеративном процессе была число случайной.

На рис. 1 показаны оригинальная фаза (а), (б), восстановленная за 10 итераций по алгоритму ГС с заменой (2) при уровне шума данных равном 10% от I_{max} ($Q=0.1$) и фаза (в), восстановленная также за 10 итераций, но с заменой (3) при $k=m=1$ и при $\alpha=10^{-5}$. При этом относительное среднеквадратичное отклонение восстановленной фазы от оригинальной составило 36% (для рис. 1б) и 3% (для рис. 1в).

Регуляризующее свойство замены (3) иллюстрируется также графиком на рис. 2. На этом рисунке показаны зависимости относительной среднеквадратичной ошибки δ при восстановлении фазы (5) в зависимости от уровня шума Q . Кривая 1 на рис. 2 получена для случая $\alpha=0$, а кривая 2 - для $\alpha=10^{-5}$. Число итераций равно 10.

Итак, в работе предложен и численно апробирован стабилизированный алгоритм итеративного восстановления фазы светового поля по данным измерения зашумленной интенсивности Фурье спектра. Предложенная процедура регуляризации позволяет при определенных параметрах более чем на порядок точнее восстанавливать фазу, чем это можно сделать с помощью стандартного алгоритма Герцберга-Секстона.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] G e r g h b e r g R.W., S a x t o n W.D. // Optik. 1972. V. 35. N 2. P. 237-246.
- [2] F i e n u p J.R. // Opt. Eng. 1980. V. 19. N 3. P. 297-305.
- [3] В о р о н ц о в М.А., М а т в е е в А.И., С и в о к о н ь В.П. // ДАН СССР. 1987. Т. 296. № 4. С. 842-845.
- [4] M c C a l l u m B.C., B a t e s R.H.T. // J. Mod. Opt. 1989. V. 36. N 5. P. 619-648.
- [5] В а с и л е н к о Г.И., Т а р а т о р и н А.М. Восстановление изображения. М.: Радио и связь. 1986. 302 с.

Поступило в Редакцию
3 июня 1992 г.