

01; 09

© 1992

## Пороговая синхронизация релаксационных хаотических генераторов

А.Р. Волковский, Н.Ф. Рутьков

Известно, что связь, накладываемая на динамические системы с хаотическим поведением, может приводить к установлению синхронизованных хаотических колебаний (см., например, [1-7]). Поскольку для генераторов периодических сигналов известно несколько способов синхронизации (вынужденная синхронизация, ФАПЧ, пороговая синхронизация и т.д.), следует ожидать, что аналогичные виды синхронизации могут быть использованы и для генераторов хаотических сигналов. В настоящей работе приведены результаты исследования пороговой синхронизации хаотических релаксационных генераторов.

Хаотические колебания релаксационного типа наблюдались во многих системах различной природы (см., например, [8-10]). Такие колебания представляют собой последовательность импульсов, интервал времени между которыми изменяется по закону хаотической динамики. В данной работе для исследования синхронизации хаотических режимов использовалась пара идентичных генераторов (рис. 1, а), принцип работы которых состоит в следующем. Возрастание напряжения  $u_2$  при заряде конденсатора  $C$  до значения  $u_2(t_n) = 0$  приводит к срабатыванию компаратора и генерации импульса  $d$  в момент времени  $t_n$ . Этот импульс, управляя устройством выборки, обеспечивает заряд конденсатора  $C$  до напряжения  $u_2 = -\beta u_1(t_n)$  и устанавливает генератор нелинейной функции времени в начальное состояние  $u_1 = 0$ . Далее конденсатор  $C$  заряжается от источника тока  $I_0$  и через интервал времени  $T = \beta C u_1(t_n) / I_0 + T_p$  напряжение на нем вновь достигает порогового значения, что вызывает генерацию следующего импульса  $d$ . В результате электронная схема вырабатывает последовательность импульсов  $d(t)$ , интервал времени между которыми определяется соотношениями

$$T_{n+1} = \alpha u_1(t_n) + T_p, \quad u_1(t_n) = F(T_n), \quad (1)$$

где  $F(T)$  формируется генератором нелинейной функции времени, а параметр  $\alpha = \beta C / I_0$ . Система (1) представляет собой одномерное точечное отображение, динамика которого определяется видом функции  $F(T)$  и параметром  $\alpha$ .<sup>1</sup>

<sup>1</sup>В исследуемом генераторе использовалась функция  $F(T)$  треугольной формы (см. рис. 1, б) с параметрами  $u_{min}$ ,  $u_{max}$ ,  $\beta = |dF/dT|$  (предполагается, что наклон на возрастающем и падающем участках одинаков).

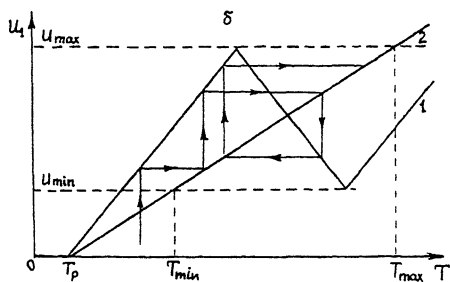
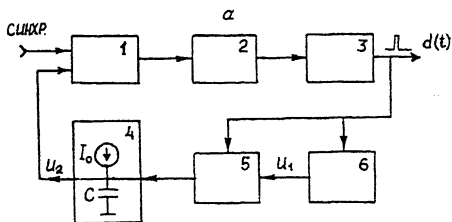


Рис. 1. а - блок-схема хаотического релаксационного генератора.

1 - сумматор, 2 - компаратор, 3 - генератор импульса сброса, 4 - времязадающая цепь, 5 - устройство выборки, 6 - генератор нелинейной функции времени  $F(T)$ ; б - отображение (1) с функцией  $F(T)$  треугольной формы. Индексами 1 и 2 отмечены зависимости  $F(T)$  и  $u_1 = T/\alpha$ . Траектория отмечена стрелкой.

Нетрудно видеть, что если параметры  $\alpha$  и  $\beta$  удовлетворяют условию  $\alpha\beta > 1$ , то траектория отображения приходит на странный аттрактор, характеризующийся положительным ляпуновским показателем  $\lambda = \ln(\alpha\beta) > 0$ .

Для осуществления пороговой синхронизации импульсы  $d_p$  амплитуды  $\epsilon$  ведущего генератора подавались на вход "синхр." (рис. 1, а) ведомого.<sup>2</sup> Если в момент прихода импульса  $d_p$  напряжение  $u_{25}$  оказывалось достаточно близким к порогу срабатывания компаратора  $u_{25} + \epsilon > 0$ , то импульс  $d_p$  вызывал вынужденную синхронную генерацию импульса  $d_s$ . Таким образом, если в хаотической последовательности  $d_p$  ведущего генератора каждый импульс приходит в момент времени, когда выполняется указанное выше условие, то последовательности  $d_p$  и  $d_s$  оказываются синхронизованными. Такой режим, как и в случае периодических сигналов, следует назвать пороговой синхронизацией.

<sup>2</sup>Здесь и далее по тексту индекс  $\mathcal{E}$  соответствует ведущему, а индекс  $\mathcal{S}$  - ведомому генераторам.

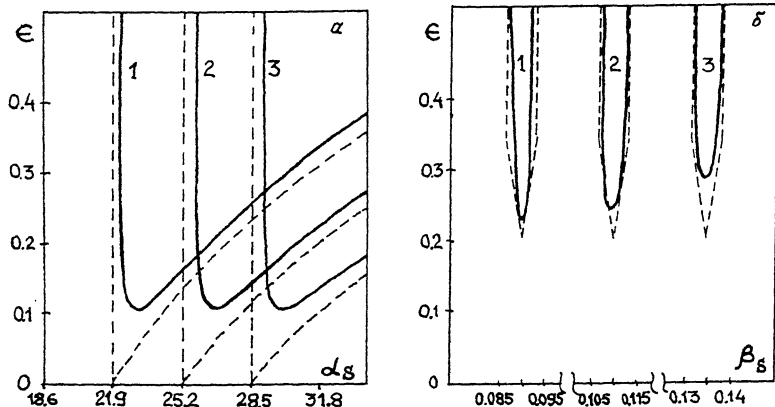


Рис. 2. Зоны пороговой синхронизации хаотических колебаний для  $U_{max}=7$  В,  $U_{min}=2$  В. а - плоскость параметров  $(\alpha_S, \epsilon)$ , при  $\beta_p = \beta_S = 0.09$  В/мкс. Индексами 1, 2 и 3 отмечены границы для  $\alpha_p$ , равного 21.9 мкс/В, 25.2 мкс/В и 28.5 мкс/В соответственно; б - плоскость параметров  $(\beta_S, \epsilon)$ , при  $\alpha_p = 25.2$  мкс/В и  $\alpha_S = 31.8$  мкс/В. Индексы 1, 2 и 3 соответствуют  $\beta_p$ , равному 0.09 В/мкс, 0.11 В/мкс и 0.135 В/мкс. Пунктиром отмечены теоретические границы, полученные в приближении идентичных генераторов (2), (3). Сплошные линии соответствуют границам, полученным в эксперименте.

При экспериментальном исследовании зоны синхронизации параметры  $U_{min}$ ,  $U_{max}$ ,  $T_p$  ведомого генератора выбирались близкими к соответствующим параметрам ведущего и фиксировались. Контрольными параметрами являлись  $\alpha_p$ ,  $\beta_p$  и  $\alpha_S$ ,  $\beta_S$ , а также нормированная амплитуда  $\epsilon = \epsilon / U_{max}$  синхроимпульсов  $d_e$ . Области синхронизации на плоскости параметров  $(\alpha_S, \epsilon)$  при фиксированных  $\beta_p = \beta_S$  и  $d_e$  приведены на рис. 2, а. Как видно из диаграмм, синхронизация возможна лишь при  $\alpha_S > \alpha_e$ , что отражает тот факт, что в режиме синхронизации импульс  $d_p$  должен поступать раньше, чем напряжение  $U_{2S}$  достигнет порогового значения. Выход из зоны синхронизации при увеличении параметра  $\alpha_S$  обусловлен тем, что напряжение  $U_{2S}$  в момент прихода синхроимпульса  $d_e$  оказывается недостаточным для срабатывания компаратора. Нетрудно показать, что при одинаковых параметрах  $U_{min}$ ,  $U_{max}$ ,  $T_p$  и  $\beta$  зона синхронизации генераторов ограничена линиями:

$$\alpha_S = \alpha_e, \quad \epsilon = 1 - \frac{\alpha_e}{\alpha_S} \quad (\alpha_S > \alpha_e). \quad (2)$$

Разброс параметров  $u_{min}$ ,  $u_{max}$ ,  $T_p$  и  $\beta$  хаотических генераторов приводит к тому, что полоса синхронизации сужается и становится равной нулю при  $\epsilon = \epsilon_{кр} > 0$ .

Следует отметить, что в отличие от периодических сигналов, для синхронизации которых существенным является лишь один параметр (период), хаотические сигналы обладают несколькими параметрами. Следовательно, пороговая синхронизация хаотических сигналов возможна лишь в том случае, когда все параметры оказываются достаточно близкими. Так в исследуемом генераторе величина  $\beta$  может служить дополнительным контрольным параметром. Анализ отображения (1) при равенстве соответствующих параметров ведущего и ведомого генераторов  $u_{min}$ ,  $u_{max}$ ,  $T_p$  показывает, что синхронизация для случая  $\beta_s \neq \beta_l$  гарантируется при выполнении условий

$$\epsilon > 1 - \frac{d_l}{d_s} = \epsilon_{кр},$$

$$|\beta_s - \beta_l| < \frac{\epsilon - \epsilon_{кр}}{d_s}, \quad |\beta_s - \beta_l| < \frac{u_{min} \epsilon_{кр}}{u_{max} d_l}. \quad (3)$$

Зависимость зоны синхронизации от параметров  $\beta_s$  и  $\epsilon$  при фиксированных  $d_l$  и  $d_s$  для ряда значений  $\beta_l$  приведена на рис. 2, б, откуда видно, что синхронизация возможна лишь в узкой области изменения  $\beta_s$ , близких к  $\beta_l$ .

Проведенные исследования показывают, что в релаксационных хаотических системах при определенных соотношениях параметров и достаточной по величине связи возможен режим пороговой синхронизации колебаний. Принципиально, что такой режим для тождественных систем реализуется при сколь угодно малой связи, несмотря на наличие положительного ляпуновского показателя.

Поскольку механизм пороговой синхронизации кажется естественным для взаимодействующих релаксационных систем, по-видимому, он может оказывать существенное влияние на динамику как регулярных, так и хаотических релаксационных колебаний различной природы (например, возбужденные клетки [9], модели очагов землетрясений [11] и т.д.).

Авторы выражают благодарность М.И. Рабиновичу за полезные обсуждения и замечания.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] А ф р а й м о в и ч В.С., В е р и ч е в Н.Н., Р а б и н о в и ч М.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 19. В. 9. С. 1050-1060.
- [2] F u j i s a k a Н., Y a m a d a Т. // Prog. Theor. Phys. 1983. V. 69. P. 32-47.

- [3] В е р и ч е в Н.Н. Методы качественной теории дифференциальных уравнений. Горький, 1986. С. 47-57.
- [4] В е р и ч е в Н.Н., М а к с и м о в А.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32. В. 8. С. 962-965.
- [5] В о л к о в с к и й А.Р., Р у л ь к о в Н.Ф. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. В. 7. С. 5-10.
- [6] А н и ш е н к о В.С., В а д и в а с о в а Т.Е., П о с т н о в Д.Е., С а ф о н о в а М.А. // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. С. 338-351.
- [7] W i n f u l H.G., R a h m a n L. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 1575-1578.
- [8] К я ш к о С.В., Р а б и н о в и ч М.И. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25. В. 2. С. 336-343.
- [9] С h a y T.R., R i n z e l J. // Biophys. J. 1985. V. 45. P. 357-366.
- [10] T a n g Y.S., M e e s A.I., C h u a L.O. // IEEE Trans. Circ. and Syst. 1983. V. 30. P. 620-626.
- [11] C a r l s o n J.M., L a n g e r J.S., S h a w B.E., T a n g C. // Phys. Rev. 1991. V. 44A. P. 884-897.

Поступило в Редакцию  
15 июня 1992 г.