Письма в ЖТФ, том 18, вып. 4 26 февраля 1992 г.

01; 02

СВЯЗЬ ФОРМЫ СПЕКТРА УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ АННИГИЛЯЦИОННЫХ ФОТОНОВ С ИМПУЛЬСНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННЫХ ПАР

А.С. Балтенков, Г.И. Журавлева

Известно, что одним из основных каналов аннигиляции позитронов в конденсированных средах является распад на два кванта. Измерение углового распределения аннигиляционных фотонов используется для определения параметров импульсного распределения центров инерции аннигилирующих пар (или электронов среды, если скоростью позитронов в момент аннигиляции можно пренебречь) [1].

Обычная схема измерения кривых угловой корреляции аннигиляционных фотонов показана на рис. 1. В этой схеме γ-кванты регистрируются двумя линейными детекторами A и B, включенными в схему совпадений. Детектор B неподвижен и лежит в плоскости XY. Детектор A, отстоящий, как и B, от источника γ-квантов на расстоянии l, может перемещаться, оставаясь параллельным самому себе. Кривая скорости счета совпадений $I(\alpha)$ снимается как функция угла α. Анализ экспериментальных спектров угловой корреляции производится обычно с помощью формулы [2–4]

$$I(\alpha) \sim \iint N(\vec{V})\, dV_x\, dV_y\,, \tag{1}$$

в которой $N(\vec{V})$ – плотность распределения по скоростям $\vec{V}$ центров инерции аннигилирующих пар.

Несложно убедиться в том, что формула (1) некорректна. Для доказательства этого рассмотрим распад в два точечных детектора A′ и B′, положение которых в пространстве определено векторами

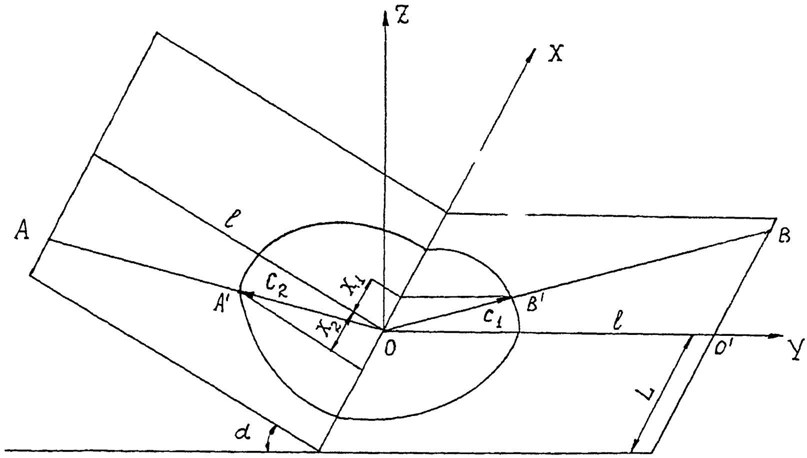

Рис. 1. Схема измерения кривых угловой корреляции.

$\vec{C}_1$ и $\vec{C}_2$ (рис. 2). Попадание квантов в эти детекторы возможно при выполнении двух условий: условия компланарности векторов

$$\left(\left[\vec{C}_1 \times \vec{C}_2\right] \cdot \vec{V}\right) = 0 \qquad (2)$$

и условия постоянства проекции вектора $\vec{V}$ на биссектрису угла разлета квантов [3]

$$V \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2}. \qquad (3)$$

Здесь и далее используется система единиц, в которой скорость света C=1. Соотношения (2) и (3) оставляют независимой только одну компоненту скорости пары. Интегрирование по этой компоненте дает число γ-совпадений в точках A и B. Полное число квантов, регистрируемых линейными детекторами, есть сумма вкладов всех возможных плоскостей распада. Следовательно, $I(\alpha)$ должно определяться не двухкратным, а трехкратным интегралом: по одной из компонент скорости пары и по длинам детекторов A и B.

В настоящей работе мы получим корректные соотношения, связывающие скорость счета γ-совпадений с плотностью распределения электрон-позитронных пар по скоростям. Прежде чем перейти к выводу этих соотношений, получим формулу (3). В системе центра инерции аннигилирующей пары γ-кванты разлетаются во взаимно противоположных направлениях со скоростями $\vec{C}_1'$ и $\vec{C}_2'$ (рис. 2). Отклонение этих векторов в положения $\vec{C}_1$ и $\vec{C}_2$ соответственно в лабораторной системе отсчета обусловлено движением

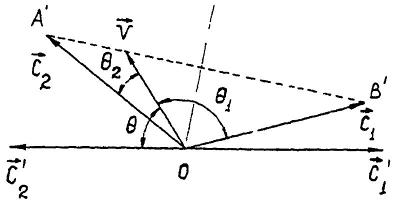

Рис. 2. Геометрия разлета аннигиляционных квантов.

со скоростью $\vec{V}$ в этой системе источника излучения – аннигилирующей электрон-позитронной пары. Подставляя в (3) формулы, описывающие аберрацию света [5],

$$\cos\theta_1 = \frac{\cos\theta + V}{1 + V\cos\theta}; \quad \cos\theta_2 = \frac{-\cos\theta + V}{1 - V\cos\theta}, \tag{4}$$

убедимся в справедливости соотношения (3). Таким образом, аннигиляционный распад на угол $\theta_1 + \theta_2$ возможен только в тех случаях, когда конец вектора $\vec{V}$ лежит на прямой, соединяющей концы векторов C_1 и C_2. Очевидно, что эти скорости $\vec{V}$ удовлетворяют уравнениям (2) и (3). Анализ 2γ -распада в схеме одномерной угловой корреляции сводится теперь к рассмотрению всех возможных плоскостей распада. Предположим, что аннигиляционные кванты пересекают детекторы в точках А и В. (рис. 1). Отложим на лучах ОА и ОВ единичные отрезки ОА′ и ОВ′ Координаты точек А′ и В′ на рис. 1 следующие: А′ (X_2 , $-\sqrt{1-x_2^2}\cos\alpha$, $\sqrt{1-x_2^2}\sin\alpha$) и В′(X_1, $\sqrt{1-x_1^2}$, 0). Декартовы компоненты скоростей пар $\vec{V}$ (V_x , V_y , V_z), концы векторов которых лежат на А′В′, связаны между собой уравнениями

$$V_x = \frac{\sqrt{1-x_1^2} - V_y}{\sqrt{1-X_1^2} + \sqrt{1-X_2^2}\cos\alpha}(X_2 - X_1) + X_1 \equiv V_x^o,$$

$$V_z = \frac{\sqrt{1-X_1^2} - V_y}{\sqrt{1-X_1^2} + \sqrt{1-X_2^2}\cos\alpha}\sqrt{1-X_2^2}\sin\alpha \equiv V_z^o, \tag{5}$$

в которых единственная независимая компонента скорости V_y лежит в интервале $-\sqrt{1-X_2^2}\cos\alpha \leq V_y \leq \sqrt{1-X_1^2}$. Только пары с компонентами скоростей V_x^o , V_y , V_z^o имеют ненулевую вероятность распасться на угол АОВ.

Пусть $N(\vec{V})\,d\vec{V}$ – нормированная на единицу функция распределения по скоростям аннигилирующих электрон-позитронных пар. Тогда

$$n(V_y)\,dV_y = \iint N(\vec{V})\,\delta(V_x - V_x^o)\,\delta(V_z - V_z^o)\,d\vec{V} \tag{6}$$

представляет собой вероятность существования искомых пар, удовлетворяющих условиям (5). Скорость счета γ-совпадений в окрестности точек A и B детекторов определяется выражением

$$I(X_1, X_2, \alpha) \sim \int\limits_{-(1-X_2^2)^{1/2}\cos\alpha}^{(1-X_1^2)^{1/2}} n(V_y) W(V_y, \theta_1)\, dV_y, \qquad (7)$$

в котором $W(V_y, \theta_1)$ – вероятность попадания одного из аннигиляционных фотонов в телесный угол $d\Omega_1$, под которым виден из точки O элемент детектора B. В системе центра инерции пары аннигиляционные фотоны распределены изотропно. В лабораторной системе отсчета их распределение по углам определяется выражением [5]

$$W(V_y, \theta_1) = \frac{d\Omega_1}{4\pi} \frac{1 - V^2}{(1 - V\cos\theta_1)^2}. \qquad (8)$$

В (8) $V^2 = V_x^{o2} + V_y^2 + V_z^{o2}$, а θ_1 – угол между вектором $\vec{V}$ и лучем OB (рис. 2).

В твердых телах характерные кинетические энергии аннигилирующих пар ε не превосходят десятков эВ, следовательно, $V \sim \sqrt{\frac{\varepsilon}{m}} \ll 1$ (m – масса покоя электрона). В этом случае, с большой точностью $W(V_y, \theta_1)$ в (7) и (8) можно заменить на $d\Omega_1/4\pi = d\varphi\, dX_1/4\pi$ ($l\,d\varphi$ – ширина щели детектора).

Интегрируя (7) по длинам щелей детекторов, получаем вместо формулы Стюарта (1) следующее искомое выражение, связывающее скорость счета в схема одномерной угловой корреляции с плотностью импульсного распределения:

$$I(\alpha) \sim \int\limits_{-X_0}^{X_0} dX_1 \int\limits_{-X_0}^{X_0} dX_2 \int\limits_{-(1-X_2^2)^{1/2}\cos\alpha}^{(1-X_1^2)^{1/2}} n(V_y)\, dV_y, \qquad (9)$$

где $X_0 = L \cdot (L^2 + l^2)^{-1/2}$, а L – половина длины детектора.

Ограничившись случаем предельно малых длин детекторов ($X_0 \ll 1$; $X_1 = X_2 = 0$), рассчитаем с помощью формулы (9) скорость света для фремиевского распределения по скоростям центров инерции аннигилирующих пар:

$$N(\vec{V}) = \begin{cases} 1, \text{ при } V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \leq V_F^2 \\ 0, \text{ при } V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 > V_F^2. \end{cases} \qquad (10)$$

Подставляя в (10) компоненты скоростей из (5), получим следующее неравенство, определяющее область изменения V_y, в котором $n(V_y)$ отлично от нуля:

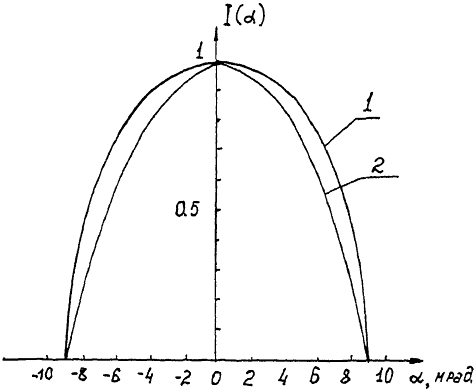

Рис. 3. Кривые угловой корреляции для $\mathcal{E}_F = mV_F^2 = 10$ эВ.
1 – расчет по формуле (12); 2 – расчет по формуле (13).

$$V_y^2 - 2V_y \sin^2\frac{\alpha}{2} + \left(\sin^2\frac{\alpha}{2} - V_F^2\cos^2\frac{\alpha}{2}\right) \le 0. \qquad (11)$$

Корни многочлена (11) $V_y^{\pm} = \sin^2\frac{\alpha}{2} \pm \cos\frac{\alpha}{2}\left(V_F^2 - \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)^{1/2}$ – есть по сути координаты точек пересечения сферы (10) с годографом скоростей A′B′. Интегрируя (9) в интервале $V_y^- \le V_y \le V_y^+$, получим для скорости счета γ–совпадений (в обычных единицах)

$$I(\alpha) \sim \frac{c}{V_F}\cos\frac{\alpha}{2}\left(\frac{V_F^2}{c^2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}\right)^{1/2}. \qquad (12)$$

На рис. 3 приведены расчеты по формуле (12). Там же для сравнения изображены стюартовские параболические кривые угловой корреляции [6]

$$I_{St}(\alpha) \sim \frac{c^2}{V_F^2}\left(\frac{V_F^2}{c^2} - \frac{\alpha^2}{4}\right). \qquad (13)$$

Как видно из рис. 3, отличия довольно значительные.

Формула (9) может использоваться и для неизотропных функций $N(\vec{V})$. Поскольку интегралы по годографам скоростей A′B′ в верхнем полупространстве ($\alpha > 0$) и в нижнем ($\alpha < 0$), вообще говоря, различны, кривые $I(\alpha)$ могут быть несимметричными. Пример такой асимметрии рассматривался в статье [7], где было показано, что аннигиляция позитронов с электронами ориентированных краевых дислокаций в полупроводниках характеризуется спектром $I(\alpha) \ne I(-\alpha)$.

Авторы глубоко признательны И.С. Битенскому и С.В. Шевелеву за полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Гольданский В.И. Физическая химия позитрона и позитрония. М.: Наука, 1968. 174 с.
[2] Ferrel R. // Rev. Mod. Phys. 1956. V. 28. N 3. P. 308-337.
[3] Stewart A. // Can. J. Phys. 1957. V. 35. P. 168-183.
[4] Schrader D.M., Jean Y.C. Positron and Positronium Chemistry Elsevier Science Publishers B.V., 1988. 395 p.
[5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973. 504 с.
[6] Berko S., Hereford F.L. // Rev. Mod. Phys. 1956. V. 28. N 3. P. 299-307.
[7] Балтенков А.С., Гилерсон В.Б. // ФТП. 1985. Т. 19. № 4. С. 651-655.

Институт электроники
АН Узбекистана,
Ташкент

Поступило в Редакцию
13 сентября 1991 г.
В окончательной редакции
22 января 1992 г.