01; 07

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ И РАСЩЕПЛЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СОЛИТОНОВ

В.Я. Хасилев

В нелинейной оптике волоконных световодов [1–4] большое количество результатов получено для оптических солитонов, описываемых нелинейным уравнением шредингеровского типа (НУШ)

$$iu_z+u_{tt}+2|u|^2u=0, \tag{1}$$

где z – безразмерная координата, t – время в бегущей системе координат.

В последнее время резко возрос интерес к явлениям, описываемым системой связанных нелинейных уравнений шредингеровского типа [5–10].

$$iu_z^{(n)}+u_{tt}^{(n)}+F^{(n)}(u^{(1)},u^{(2)},\dots u^{(N)})u^{(n)}=0,\ n=1,2,\dots N. \tag{2}$$

Система (2) при $F=|u^{(1)}|^2+|u^{(2)}|^2$ использовалась для описания распространения двух волн различной поляризации [9], при этом методом обратной задачи рассеяния (ОЗР) были получены солитонные решения. Большое внимание уделяется случаю

$$F^{(1)}=|u^{(1)}|^2+2|u^{(2)}|^2,\qquad F^{(2)}=|u^{(2)}|^2+2|u^{(1)}|^2,$$

который описывает распространение нелинейных волн в двулучепреломляющих световодах [5–8], однако точные решения для этого случая пока не найдены.

В данной работе получены точные решения системы (2) для случая $F=2|\sum_n u^{(n)}|^2$ с использованием метода ОЗР. Обнаружено, что взаимодействие солитонов может приводить к их расщеплению.

Рассмотрим систему связанных нелинейных уравнений [10]

$$iu_z^{(n)}+u_{tt}^{(n)}+2\left|\sum_{k=0}^{N}u^{(k)}\right|^2u^{(n)}=0,\quad n=1,2,\dots N. \tag{3}$$

Отметим, что сумма всех решений (3) $u^S=\sum_{n=1}^{n}u^{(n)}$ удовлетворяет НУШ (1). Рассмотрим задачу рассеяния Захарова–Шабата
11

$$v_{1,t}+i\zeta v_1=U^s v_2, \qquad v_{2,t}-i\zeta v_2=-U^{s*}v_1, \tag{4}$$

где $\zeta=\xi+i\eta$ – собственные значения. Собственные функции удовлетворяют также уравнениям

$$\begin{aligned} v_{1,z}&=i\left(|U^s|^2-2\zeta\right)v_1+\left(iU^s_t+2\zeta U^s\right)v_2,\\ v_{2,z}&=\left(iU^{s*}_t-2\zeta U^{s*}\right)v_1-i\left(|U^s|^2-2\zeta^2\right)v_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Введем в рассмотрение функции

$$w(z,t,\zeta_k)=v_2^*(z,t,\zeta_k)\exp\left(-i\zeta_k^*t-2i\zeta_k^{*2}z\right). \tag{6}$$

Непосредственной подстановкой, используя (4) и (5), можно убедиться, что функции w удовлетворяют уравнению

$$iw_z+w_{tt}+2|U^s|^2w=0.$$

Исследуя асимптотику функций w, можно видеть, что при $z\to-\infty$ эти функции являются суперпозицией отдельных силитонов

$$w_-(z,t,\zeta_k)=\sum_j a_{kj}S_j(z,t,\zeta_j), \tag{7}$$

$$S_j=\frac{2\eta_j}{ch\,2\eta_j(t-t_j+4\xi_j z)}\exp\left(-2i\left(\xi_j t+2\left(\xi_j^2-\eta_j^2\right)(z-z_0)\right)\right),$$

где $[a_{kj}]$ – матрица из постоянных коэффициентов. Обращая матрицу А, можно записать N решений уравнения (3), имеющих при $z\to-\infty$ вид отдельных солитонов

$$U^{(k)}(z,t)=\sum_j b_{kj}w(z,t,\zeta_j), \quad [b_{kj}]=[a_{kj}]^{-1}. \tag{9}$$

При $z\to\infty$ функции w также являются суперпозицией солитонов

$$w_+(z,t,\zeta_k)=\sum c_{kj}S(z,t,\zeta).$$

Но, поскольку матрицы А и С не совпадают, при $z\to\infty$ функции $U^{(k)}$ уже не являются отдельными солитонами, а представляют собой их суперпозиции

$$U_+^{(k)}=\sum_{ij} b_{kj}c_{ji}S_i\ . \tag{10}$$

Таким образом, решения (9) системы уравнений (3) представляют собой при $z\to\infty$ одиночные солитоны, которые в результате столкновений расщепляются на отдельные фрагменты (10). При этом фрагменты различных $u^{(k)}$, соответствующие близким значениям аргумента гиперболического косинуса в (8), складываясь, дают выражение, совпадающее с одиночным солитоном.

При $N=2$ система уравнений

$$iu_z^{(1)}+u_{tt}^{(1)}+2\left|u^{(1)}+u^{(2)}\right|^2u^{(1)}=0,$$

$$iu_z^{(2)}+u_{tt}^{(2)}+2\left|u^{(1)}+u^{(2)}\right|^2u^{(2)}=0,$$

имеет решение

$$u^{(1)}(z,t)=-\frac{2i}{a}w(z,t,\zeta_1), \qquad a=\frac{\zeta_1^*-\zeta_2}{\zeta_1^*-\zeta_2^*};$$

$$u^{(2)}(z,t)=-\frac{2i(a-1)}{a}w(z,t,\zeta_1)-2iw(z,t,\zeta_2).$$

После столкновения при $z\to\infty$ решение можно представить в виде

$$u_+^{(1)}=\frac{\eta_1-\eta_2-i(\xi_2-\xi_1)}{\eta_1+\eta_2-i(\xi_2-\xi_1)}S_1+\frac{2\eta_1}{\eta_1+\eta_2-i(\xi_2-\xi_1)}S_2,$$

$$u_+^{(2)}=\frac{2\eta_2}{\eta_1+\eta_2-i(\xi_2-\xi_1)}S_1+\frac{\eta_2-\eta_1-i(\xi_2-\xi_1)}{\eta_1+\eta_2-i(\xi_2-\xi_1)}S_2.$$

Видно, что при увеличении относительной скорости солитонов $\Delta v\sim(\xi_2-\xi_1)$ (уменьшении времени взаимодействия) амплитуда отщепляющихся фрагментов уменьшается.

Данная работа может стимулировать поиск точных решений с расщепляющимися солитонами в других нелинейных моделях, а также эксперименты с расщепляющимися оптическими солитонами.

Список литературы

[1] Hasegava A., Tapperf F. // Appl. Phys. Lett. 1973. V. 23. P. 142.

[2] Mollenauer L.F., Stolen R.H., Gordon J.P. / Phys. Res. Lett. 1980. V. 45. P. 1095.

[3] Дианов Е.М., Прохоров А.М. // УФН. 1936. Т.148 С. 289.

[4] Петрунькин В.Ю., Селищев А.В., Щербакова А.С. // Оптика и спектроскопия. 1988. Т. 64. С. 698.

[5] W a b n i t z S., W r i g h t E.M., S t e g e m a n G.I. // Phys. Rev. A. 1990. V. 41. P. 6415.
[6] C r o s i g n a n i B., P o r t o P., S o l i m e n o S. // Phys. Rev. A. 1980. V. 21. P. 594.
[7] А х м е д и е в Н.Н. и др. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. С. 19.
[8] А ф а н а с ь е в В.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. С. 40.
[9] М а н а к о в С.В. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. с. 505.
[10] М и х а й л е в с к и й В.С., Х а с и л е в В.Я. // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. С. 1148.
[11] З а х а р о в В.Е., Ш а б а т А.Б. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 118.
[12] Л э м Дж. Введение в теорию солитонов. М.: Мир, 1983. С. 165.

Поступило в Редакцию
17 декабря 1991 г.