Письма в ЖТФ, том 18, вып. 3 12 февраля 1992 г.

01; 03

О ТЕРМОКАПИЛЛЯРНОЙ КОНВЕКЦИИ РАСПЛАВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОТОКА ЭНЕРГИИ

А. А. Углов, О. Г. Сагдединов

При плавлении металлов под действием поверхностных тепловых источников (лазерного излучения, электронного луча и т. п.) в ряде случаев требуется выяснить характер движения образующегося расплава и определить в нем поле скоростей. Среди гидродинамических процессов, происходящих в жидкой фазе, одним из наиболее существенных является термокапиллярная конвекция. При нагреве поверхности температура тела оказывается зависящей от координат вдоль поверхности. Поверхностное натяжение зависит от температуры поверхности и обычно уменьшается с ростом температуры. Вследствие этого на поверхности возникает сила, направленная от центра воздействия к его краям. В результате возникает движение образовавшегося расплава. Поля скоростей движения жидкости рассматривались, например, в работах [1–4]. В работах [5, 6] исследована устойчивость поверхностных волн в неоднородно нагретой жидкости. В предлагаемой заметке представлено точное решение задачи нестационарной термокапиллярной конвекции в ванне расплава, созданной действием источника энергии в металлической пластине.

Геометрическая конфигурация задачи является двумерной. Ось x направлена вдоль поверхности пластины, а ось y – нормально к пластине (и к оси x) и отсчитывается от середины пластины ($y=0$) к ее поверхностям ($y=\pm h$), где h – полутолщина пластины. Ванна расплава считается мелкой: $h \ll \alpha$, где α – продольный размер ванны. Это позволяет пренебречь рассмотрением краевых эффектов у боковых границ ванны на оси x, где происходит поворот течения на 180°, а также течением вдоль оси y, поскольку $v_y \ll v_x$.

Пластина считается термически тонкой, так что температурное поле по ее толщине можно считать однородным. Кроме того, продольный размер ванны расплава будем предполагать настолько малым по сравнению с глубиной теплового влияния источника энергии, что градиент температуры в пределах ванны вдоль поверхности пластины можно считать постоянным. Деформацию поверхности расплава давлением отдачи от испарения металла и выплеск жидкой фазы не учитываем. Тогда математическая постановка задачи для поля скоростей будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}, \quad v_y = 0, \qquad \frac{\partial v_x}{\partial y}(y=0) = 0,$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial y}(y=h)=\frac{\alpha}{\eta}\frac{\partial T}{\partial x}, \quad v_x(t=0)=0, \quad \int_0^h v_x\,dy=0,$$

где v_x – проекция скорости движения расплава на ось x направленной вдоль пластины, v_y – проекция скорости движения расплава на ось y, нормальную к пластине, h – полутолщина пластины, P – давление в расплаве, ρ – плотность, η, ν – динамическая и кинематическая вязкость соответственно, t – время от начала движения расплава, $\sigma(T)=(\sigma_0+\alpha T)$ – поверхностное натяжение, T – температурное поле. Нелинейный член в дифференциальном уравнении $(\vec{v}\nabla)v_x$ тождественно равен нулю, т.к. $v_y=0$, $v_x=v_x(y)$. Введем безразмерные величины:

$$y=\frac{y}{h},\ t=\frac{\nu t}{h^2},\ v=\frac{v}{a},\quad a=\frac{\alpha}{\eta}h\frac{\partial T}{\partial x},\qquad b=\frac{\partial P}{\partial x}\,\frac{h^2}{a\rho\nu}.$$

Воспользовавшись функцией источника [7], находим поле скоростей:

$$v_x=\frac{y^2}{2b}-\sum_{n=0;\pm1;\dots}^{\infty} f(2n,y,t),\quad f(2n,y,t)=$$

$$=\frac{1}{2b}\int_{2n-1}^{2n+1} dy'\ \frac{y'^2}{2\sqrt{\pi t}}\exp\left(-\frac{(y-y')^2}{4t}\right).$$

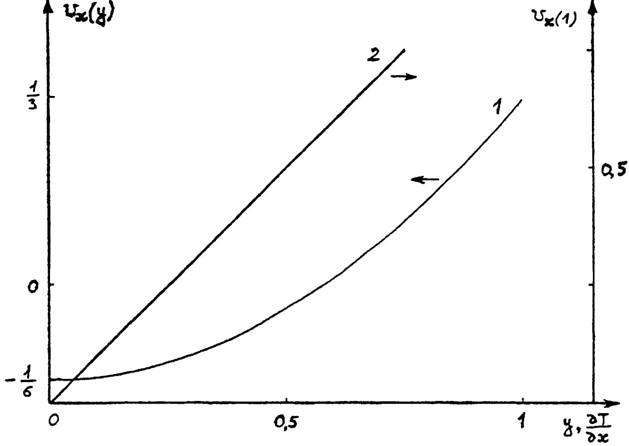
Из выражения для $\bar{v}_x$ видно, что первое слагаемое является частным решением исходного уравнения, а бесконечный ряд – общим решением, которое позволяет удовлетворить граничным и начальному условиям.

При стремлении времени к бесконечности получаем стационарное асимптотическое решение:

$$v_x(t=\infty)=\frac{1}{2b}y^2-\frac{1}{6b}.$$

Удовлетворяя граничному условию в $y=1$, получаем $b=1$.
График $v_x(t=\infty)$ представлен на рисунке.

Дифференциальное уравнение для v_x аналогично уравнению, описывающему распространение тепла. Характерное расстояние действия силы поверхностного натяжения есть $\sqrt{\nu t}$. В нашем случае, когда h много меньше продольного размера ванны расплава, через промежуток времени $t\sim\frac{h^2}{\nu}$ после начала термокапиллярной



Стационарное поле скоростей $v_x(y)$ – 1 и зависимость максимальной скорости $v_x(y=1)$ от градиента температуры – 2 (безразмерные координаты).

конвекции пограничный слой у поверхности перейдет в режим вязкого течения. Все результаты получены при условии пренебрежения влиянием нелинейных членов в уравнении Навье–Стокса. Поскольку для металлов число Прандтля $Pr < 1$, то конвективным переносом тепла также можно пренебречь и в уравнении теплопроводности. Однако в нашем случае конвективный перенос тепла отсутствует точно из-за термической тонкости пластины и сохранении массы расплава в ванне. В общем случае конвективными членами в уравнении Навье–Стокса можно пренебречь при условии $Re = \frac{v_x h}{\nu} \ll \frac{d}{h}$, где d – продольный размер ванны расплава. Подробно эта проблема обсуждается в [8]. В нашей же заметке получена простая оценка максимально возможной скорости термокапиллярной конвекции.

Список литературы

[1] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959. 699 с.

[2] Саночкин Ю.В. // ТВТ. 1988. Т. 26. № 3. С. 519–526.

[3] Гладуш Г.Г., Красицкая Л.С., Левченко Е.Б., Черняков А.Л. // Квантовая электроника. 1982. Т. 9. № 4. С. 660–670.

[4] Углов А.А., Смуров И.Ю., Гуськов А.Г. // ТВТ. 1987. Т. 25. № 4. С. 720–725.

[5] Левченко Е.Б., Черняков А.Л. // ЖЭТФ. 1981. Т. 81. В. 1 (7). С. 202–209.
[6] Углов А.А., Селищев С.В. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14. В. 24. С. 2296–2299.
[7] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1972. 736 с.
[8] Веденов А.А., Гладуш Г.Г. Физические процессы при лазерной обработке материалов. М.: Энергоатомиздат, 1985. 208 с.

Институт металлургии
им. А. А. Байкова РАН,
Москва

Поступило в Редакцию
9 ноября 1991 г.
В окончательной редакции
13 января 1992 г.