

01; 07

© 1992

## ВЛИЯНИЕ ДЛИНЫ КОЛЬЦЕВОГО РЕЗОНАТОРА НА ПРОЯВЛЕНИЕ АБСОРБЦИОННОЙ ОПТИЧЕСКОЙ БИСТАБИЛЬНОСТИ

П. И. Х а д ж и, В. А. Л и ч м а н,  
О. Ф. П а с е ч н и к

Известно, что ячейка Фабри-Перо, заполненная оптически нелинейной средой, обнаруживает бистабильное, либо мультистабильное пропускание лазерного излучения [1]. В работе [2] изучалась оптическая бистабильность, обусловленная нелинейной зависимостью коэффициента поглощения среды от амплитуды поля, а в [3] - дисперсионная оптическая мультистабильность, связанная с нелинейной зависимостью показателя преломления среды. Авторами [2] из первых принципов получено уравнение для пространственного распределения амплитуды поля в нелинейной среде, помещенной в кольцевой резонатор, а также представлена теория абсорбционной оптической бистабильности в приближении среднего поля и найдены критерии справедливости приближения. Показано, что абсорбционная оптическая бистабильность имеет место при условии, когда коэффициент отражения зеркал превосходит некоторое критическое значение, определяемое коэффициентом линейного поглощения и длиной образца. Теория [2] построена для случая, когда частота внешнего излучения находится в резонансе как с частотой перехода в двухуровневых атомах, так и с собственной частотой заполненного резонатора. Однако, оставаясь в рамках резонансного взаимодействия излучения с веществом, интересно выяснить влияние набега фазы в кольцевом резонаторе, отличного от резонансного. В данном сообщении показана важная роль длины кольцевого резонатора для реализации бистабильного пропускания. Как и в [2], рассматривается нелинейная среда длиной  $L$ , состоящая из системы двухуровневых атомов, находящаяся в кольцевом резонаторе (схема резонатора представлена в [2]). Предполагается, что верхние зеркала  $M_1$  и  $M_2$  имеют коэффициент отражения  $R_1$  и  $R_2$ , тогда как нижние являются полностью отражающими. Пусть  $E_i$  - амплитуда падающего поля,  $E$  - проходящего,  $E_r$  - отраженного, а  $E = E(z)$  - медленно изменяющаяся огибающая поля волны в нелинейной среде. Для случая, когда частота распространяющейся волны находится в резонансе с частотой перехода  $\omega_0$  двухуровневых атомов, в [2] получено нелинейное дифференциальное уравнение для амплитуды поля  $E(z)$  в среде и найдено его решение.

Чтобы найти функцию пропускания, решение (7) из [2] необходимо дополнить следующими граничными условиями с учетом ли-

нейных набегов фаз на каждом из участков (нелинейный набег фазы волны в среде отсутствует в силу предположения о резонансном взаимодействии излучения с системой двухуровневых атомов):

$$E(0)e^{-ik_0L_1} = \sqrt{T_1} E_i + \sqrt{R_1 R_2} E(L) e^{i(kL + k_0 L_2 + k_0 L_3)}, \\ E_T = \sqrt{T_2} E(L) e^{i(kL + k_0 L_2)}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{k}$  – волновой вектор в среде,  $k_0 = \omega/c$ ,  $T_i = 1 - R_i$  ( $i = 1, 2$ ) – коэффициенты пропускания верхних зеркал,  $L_1$  – расстояние от зеркала  $M_1$  до переднего торца образца,  $L_2$  – от заднего торца до зеркала  $M_2$ ,  $L_3$  – длина обратной связи, а  $L_0 = L_1 + L_2 + L_3$ .

Используя (1) и решение (7) из [2], получаем функцию пропускания вида:

$$E_i^2 = \frac{E_T^2}{T_1 T_2} \left[ (f - \sqrt{R_1 R_2})^2 + 4\sqrt{R_1 R_2} fs \right], \quad (2)$$

где функция  $f$  определяется из выражения:

$$(f^2 - 1) \frac{E_T^2}{T_2 E_S^2} + 2 \ln f = \alpha L, \quad (3)$$

$\alpha$  – коэффициент линейного поглощения, а параметр  $s = \sin^2 \left[ \frac{1}{2} (kL + k_0 L_0) \right]$  определяется линейным набегом фазы в резонаторе. Функция  $f = E(0)/E(L)$  монотонно убывает с ростом переменной  $x = E_T/E_S \sqrt{T_2}$ , изменяясь от значения  $f = f_0 = \exp(\alpha L/2)$  при  $x = 0$  до единицы при  $x \rightarrow \infty$ . В приближении среднего поля, полагая  $f$  мало отличающимся от единицы ( $f = 1 + \epsilon$ ,  $\epsilon \ll 1$ ) и считая  $R_1 = R_2 = R$ , из (2) и (3) получим следующее уравнение:

$$y^2 = x^2 \left[ \left( 1 + \frac{2C}{1+x^2} \right)^2 + \frac{4Rs}{T^2} \left( 1 + \frac{2CT}{1+x^2} \right) \right], \quad (4)$$

где

$$x^2 = E_T^2 / TE_S^2; \quad y^2 = E_i^2 / TE_S^2; \quad C = \alpha L / 4T. \quad (5)$$

Здесь  $C$  – параметр бистабильности, а  $x$  и  $y$  – нормированные амплитуды прошедшего и падающего полей. Если положить  $s = 0$ , т.е.  $kL + k_0 L_0 = 2N\pi$ ,  $N = 0, 1, 2, \dots$ , то из (4) получаем результат работы [2] и критерий существования оптической бистабильности  $C > 4$ . Выражая  $\mathbf{k}$  и  $k_0$  через длину волны света в вакууме, оптимальное условие наблюдения оптической бистабильности можно представить в виде

$$nL + L_0 = N\lambda, \quad N = 0, 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где  $n$  – показатель преломления среды.

Из (4) следует, что функция пропускания состоит из двух слагаемых, поведение которых различно в зависимости от  $x$ . Первое слагаемое характеризуется наличием двух экстремумов при  $C > 4$ , тогда как второе монотонно растет с ростом  $x$ . Вес второго слагаемого определяется множителем  $4Rs/T^2$ , который при  $T \ll 1$  и  $s \neq 0$  может быть достаточно большим и радикально влиять на функцию пропускания. Критерий существования оптической бистабильности содержит не только параметр  $\ell = \alpha L/4T$ , но и  $s$ , и имеет вид неравенства

$$\left(\ell - 1 - \frac{2Rs}{T}\right)^3 > \frac{27}{4} \ell \left(4 \frac{Rs}{T^2} + 1\right). \quad (7)$$

При  $s = 0$  этот критерий сводится к известному неравенству  $C > 4$  [2].

Выражение (4) в предельно жестком для существования оптической бистабильности случае  $s = 1$  принимает вид

$$y = x \left( \frac{1+R}{T} + \frac{2C}{1+x^2} \right), \quad (8)$$

а критерий наблюдения бистабильности имеет вид неравенства  $C > 4(1+R)/T$ . При  $T = 0.1$  находим, что бистабильность имеет место при  $C > 76$ , т.е. минимальное значение параметра  $C$  возрастает практически в 20 раз по сравнению со случаем  $s = 0$ .

На рис. 1 приведены графики зависимостей  $y(x)$  при  $C = 10$  ( $\alpha L = 2$ ;  $T = 0.05$ ) и различных значений параметра  $R$ . Видно, что при использовании точного решения (2, 3), либо решения в приближении среднего поля (4), оптическая бистабильность имеет место при  $s = 0.001$ , но отсутствует при  $s = 0.01$ . Такое радикальное изменение функции пропускания при столь малых значениях параметра  $s$  объясняется сильным влиянием второго (интерференционного) слагаемого в соотношениях (2) и (4). Из рис. 1 можно видеть, что при малых  $x$  приближение среднего поля приводит к несколько завышенным значениям амплитуды поля, при которых происходит переключение с одной ветви гистерезисной кривой на другую. Это отклонение от точных значений будет возрастать с ростом параметра  $s$ , при которых существует оптический гистерезис. Из выражения (2) и (4) следует, что увеличение параметра  $R$  приводит к ухудшению условий наблюдения оптической бистабильности, т.к. при этом возрастает роль второго интерференционного слагаемого. На рис. 2 представлены области существования оптической бистабильности в пространстве параметров  $C$  и  $s$  при различных значениях  $R$ . Оптическая бистабильность существует в области, расположенной справа от соответствующей кривой. Чем меньше коэффициенты отражения зеркал  $R$ , тем при больших  $s$  может существовать оптический гистерезис. С ростом параметра  $s$  при  $R = \text{const}$  область наблюдения бистабильности смещается в сторону больших  $C$ . Отметим, что с ростом  $\alpha L$  при постоянном значении

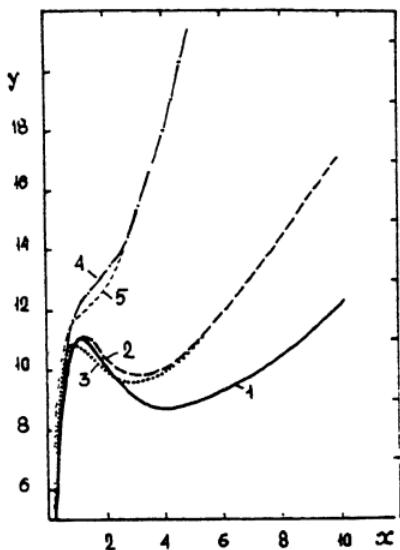


Рис. 1. Функции пропускания для  $C = 10$  ( $R = 0.95$ ;  $L = 2$ ) и различных значениях параметра  $s$ : 1 -  $s = 0$ , что соответствует результатам работы [2]; 2, 4 - приближение среднего поля при  $s = 0.001$  и  $s = 0.01$ ; 3, 5 - точное решение уравнений (2, 3) при  $s = 0.001$  и  $s = 0.01$ .

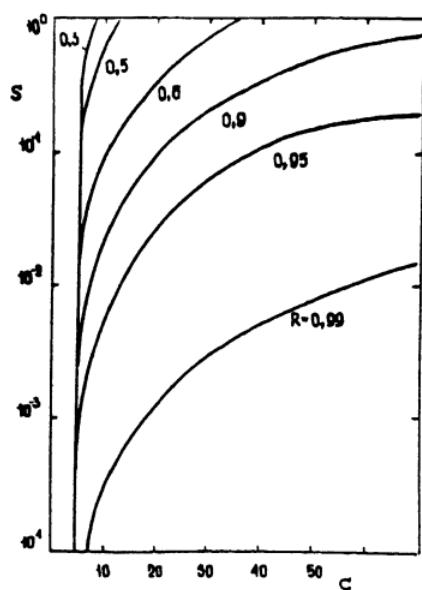


Рис. 2. Области существования гистерезиса (справа от кривых) в плоскости параметров ( $s$ ,  $C$ ) при различных значениях  $R$ .

$R$  область существования гистерезиса смещается в сторону больших  $s$ , а с ростом  $R$  при постоянном  $s$  - в сторону больших  $\alpha L$ .

Общий вывод, который следует из представленного выше анализа, состоит в том, что наиболее оптимальным условием для наблюдения оптической бистабильности в кольцевом резонаторе является условие полного резонанса. Наряду с условием резонансного взаимодействия света с двухуровневыми атомами необходимо еще выполнение условия (6). Небольшие отклонения геометрии резонатора от этого условия могут привести к резкому ухудшению условий наблюдения оптической бистабильности. Выбор длины обратной связи  $L_c$  при фиксированном  $L$  должен проводиться с высокой степенью точности.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Гиббс Х. Оптическая бистабильность. М.: Мир, 1988.
- [2] Bonifacio R., Lugiatto L.A. // Bistable absorption in a ring cavity. Lett. Nuovo cimento. 1978. V. 21. N 15. P. 505-509.
- [3] Marburger J.H., Feilbeier F.S. // Phys. Rev. 1978. V. A17. N 1. P. 335-342.

Поступило в Редакцию  
16 декабря 1991 г.