Плотность состояний двумерных нанокластеров алюминия в модели Хаббарда

© Н.В. Тиховская, К.Н. Югай

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 644077 Омск, Россия

E-mail: tihovsk@omsu.ru, yugay@omsu.ru

(Поступила в Редакцию 25 июля 2007 г.)

На основе модели Хаббарда вычислена плотность состояний двумерной квадратной наносистемы размером $N \times N$ атомов алюминия со значениями N = 3-30. Показано, что при малом значении N плотность состояний существенно зависит от числа атомов и расположения атома в решетке. При возрастании N плотность состояний на вершине и на ребре стремится к своему значению в объеме. Температура системы учитывалась неявно заданием энергии перескока в исходном гамильтониане.

PACS: 73.22.-f, 73.20.At, 71.15.-m

1. Введение

Одним из самых загадочных и фундаментальных вопросов нанофизики является проблема огромной чувствительности свойств наносистем (физических, химических и др.) к числу составляющих ее атомов и молекул. Зачастую эти свойства изменяются скачкообразно при монотонном возрастании числа частиц; появляются магические числа, характеризующие некоторое пиковое значение параметра нанокластера (см., например, [1]). Чувствительность нанокластеров к числу составляющих их частиц определяет огромное разнообразие их необычных свойств, отличающихся от свойств отдельных атомов и молекул, а также от свойств объемного материала.

В настоящее время еще нет единообразного и вместе с тем достаточно надежного и эффективного метода решения указанной проблемы — ни экспериментального, ни теоретического: слишком разнообразны нанокластеры по химическому составу, размерам, геометрии, фазовым состояниям и т.д. Одно несомненно — описание нанокластеров возможно только на микроскопическом квантовом языке. Однако модели, используемые в настоящее время в нанофизике, — это известные ранее модели, приспосабливаемые с тем или иным успехом к новым задачам.

В настоящей работе использована модель Хаббарда для вычисления плотности состояний простейшего нанокластера — двумерной квадратной решетки атомов алюминия. Вопрос, на который нам хотелось найти ответ, состоял в следующем: зависит ли плотность состояний от числа атомов в кластере, и если зависит, то как?

Известно, что модель Хаббарда — это модель, описывающая систему с сильными электронными корреляциями и, в частности, переход металл-диэлектрик [2]. Двумерная система, составленная из атомов металла, в отсутствие беспорядка при плотностях электронов ниже некоторого критического значения и при низкой температуре находится в диэлектрическом состоянии [3]. Это означает, что энергия перескока электрона между узлами решетки равна нулю (моттовский диэлектрик). При повышении температуры энергия перескока возрастает. В нашей расчетной схеме энергия перескока варьировалась от нуля до некоторого значения, существенно меньшего энергии атома в узле, что характерно для модели Хаббарда.

Постановка задачи и модель исследования

Плотность состояний физической системы характеризует ее физические и химические свойства, такие как электропроводность, реакционная способность и многие другие [1,4–6]. Известно, что физические и химические свойства наночастиц существенным образом отличаются от свойств материалов, размеры которых порядка микрон и более [1,4–6]. В связи с этим плотность состояний наночастицы должна отличаться от плотности состояний микро- и макрообъектов [5].

Плотность состояний наночастицы зависит от многих параметров: ее размера, типа атомов и атомной структуры [5.6]. Кроме того, поскольку свойства наночастиц зависят от числа составляющих их атомов (молекул) [6–8], плотность состояний тоже будет зависеть от числа атомов в наночастице.

Одним из основных отличий наночастиц от макрообъектов является огромное влияние поверхностных атомов, т.е. поверхности, на физико-химические свойства системы. Это связно с тем, что по сравнению с макрообъектами, где роль поверхности по сравнению с объемом пренебрежимо мала, для наночастиц доля поверхности существенно возрастает. Поэтому при моделировании таких объектов необходимо учитывать данное обстоятельство и вводить в рассмотрение поверхность как неотъемлемо важную часть поставленной задачи.

В настоящей работе предлагается модель, в которой поверхностные и объемные атомы различаются через энергию связи этих атомов с их ближайшими соседями. Представлены результаты расчета плотности состояний для кластеров алюминия в рамках указанной модели.



Рис. 1. Модель кластера.

Для простоты рассмотрим квадратный кластер размером $N \times N$ из атомов алюминия, т.е. наночастица содержит $n = N^2$ атомов. При этом пренебрегаем любыми отклонениями решетки от квадратной структуры. Тогда гамильтониан такой системы в рамках приближения модели сильной связи можно представить в виде [7]

$$H = \sum_{l=1}^{n} E_{l} c_{l}^{+} c_{l} + t \sum_{j>l}^{n} \sum_{l=1}^{n} (c_{j}^{+} c_{l} + c_{l}^{+} c_{j}), \qquad (1)$$

где E_l — энергия *s*-состояния атома *l* квадратной решетки, $t_{lj} = t_{jl} \equiv t$ — кинетическая энергия перескока между соседними узлами решетки *l* и *j*.

Поверхностными назовем крайние атомы квадрата, остальные атомы назовем объемными. Среди поверхностных атомов выделим отдельно вершинные и реберные. При этом энергия связи электрона с атомом каждой группы будет различной, что обусловлено разным числом ближайших соседей у атомов, расположенных на вершине, ребре или в объеме кластера: два, три и четыре соседа соответственно (рис. 1).

Известно, что свойства одночастичного возбужденного спектра можно описать запаздывающей (опережающей) функцией Грина $G^{R(A)}(\varepsilon)$, с помощью которой локальную плотность состояний на атом (LDOS) для узла *l* можно представить в виде

$$g(\varepsilon, \mathbf{r}_l) = -\frac{G_{l,l}^R(\varepsilon) - G_{l,l}^A(\varepsilon)}{2\pi i}.$$
 (2)

Для вычисления функций Грина $G^{R(A)}(\varepsilon)$ использовался MCF-метод (Matrix Continued Fraction method) [9], основная идея которого состоит в том, что взаимодействия между атомами в гамильтониане (1) представляются в виде взаимодействий между ближайшими условно выделенными слоями с учетом взаимодействия частиц внутри этих слоев. Тогда гамильтониан (1) в матричном виде примет вид

$$H = \begin{pmatrix} \ddots & \ddots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \ddots & \mathbf{E}_{m-1,m-1} & \mathbf{V}_{m-1,m} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_{m,m-1} & \mathbf{E}_{m,m} & \mathbf{V}_{m,m+1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{V}_{m+1,m} & \mathbf{E}_{m+1,m+1} & \ddots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \ddots & \ddots \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где **0** — нулевые матрицы, **E** описывают взаимодействие атомов внутри слоя, **V** описывают взаимодействие между ближайшими слоями. Точное значение матриц зависит от типа выбранной кристаллической решетки. В данном случае для простой квадратной решетки. В данном случае для простой квадратной решетки $V_{m,m\pm 1} = tI$, где **I** — матрица с единичной диагональю размера $m \times (m \pm 1)$. Тогда локальная запаздывающая функция Грина для узлов l и j внутри m-х слоев в матричном виде примет вид

$$\mathbf{G}_{m,m}^{\mathbf{R}}(\varepsilon) = \left[(\varepsilon + i\eta)\mathbf{I} - \mathbf{E}_{m,m} - \Sigma_m^{R+}(\varepsilon) - \Sigma_m^{R-}(\varepsilon) \right]^{-1}, \quad (4)$$

где $\eta = \eta_0 + k_{\rm B}T$ — естественное уширение электронных состояний [10] (η_0 — характеризует уширение электронных уровней, связанное с туннелированием, $k_{\rm B}T$ — тепловое уширение), а матрицы собственно энергетических частей Σ_m^{R+} и Σ_m^{R-} , согласно МСГ-методу, имеют вид

$$\Sigma_m^{R\pm} = \mathbf{V}_{m,m\pm 1} \frac{1}{(\varepsilon + i\eta)\mathbf{I} - \mathbf{E}_{m\pm 1,m\pm 1} - \Sigma_{m\pm 1}^{R\pm}} \mathbf{V}_{m\pm 1,m}, \quad (5)$$

с граничными условиями

$$\Sigma_L^+ \equiv \Sigma_1^- \equiv 0, \tag{6}$$

где *L* — количество слоев.

Очевидно, что влияние каждого соседа на энергию связи электрона одинаково для всех атомов. Тогда различие в значениях энергии будет вызвано только лишь изменением количества ближайших соседей. При этом энергия связи электрона с кластером должна удовлетворять следующим условиям:

1. при *n* = 1 эта энергия равна *E*₀ — энергии ионизации атома;

2. при $n \to \infty$ энергия связи электрона стремится к работе выхода A;

3. при $1 < n < \infty$ энергия связи электрона зависит от числа ближайших соседей атома, относительно которого



Рис. 2. Зависимость $g(\varepsilon)$ при N = 10 (a, c) и 30 (b, d); t = 0 (a, b) и 0.9 eV (c, d), $\varepsilon = 4.41$ eV.

рассматривается состояние электрона. Поскольку увеличение числа соседей атома понижает энергию связи электрона [8], имеем

$$E_{\text{top}} = E_0 - 2E_{\text{bond}} \ (k = 2),$$

$$E_{\text{edge}} = E_0 - 3E_{\text{bond}} \ (k = 3),$$

$$E_{\text{bulk}} = E_0 - 4E_{\text{bond}} \ (k = 4),$$
(7)

где E_{top} — энергия связи электрона с кластером относительно вершинного атома, E_{edge} — энергия связи электрона с кластером относительно атома ребра, E_{buld} энергия связи электрона с кластером относительно атома в объеме, E_0 — энергия ионизации атома, E_{bond} энергия связи электрона с атомом, которая зависит от ближайших соседей k, а также от числа частиц в кластере [8,11], и может быть записана в виде

$$E_{\text{bond}} = \frac{(n-1)(n+k)}{n^2} \xi E_i,$$
 (8)

где $\xi = (E_0 - A)/A$, E_i — экспериментальные значения энергии ионизации кластеров алюминия [8]. Легко проверить, что формулы (7) и (8) удовлетворяют указанным выше условиям.

Рассмотрим два случая: 1) t = 0 eV, что соответствует случаю моттовского диэлектрика, когда электрон полностью локализован на атоме; 1) t = 0.9 eV, что соответствует металлу, ширина *s*-зоны которого равна B = 11 eV, а энергия Ферми $E_{\text{F}} = 3t + B/2 = 8.2 \text{ eV}$ и отсчитывается от дна зоны: $E_{\text{F}}/B = 0.75$ — типичное значение для металлов [7,12].

В данной работе $\eta = 0.05t$, что говорит о том, что основной вклад в уширение уровней вносит туннелирование, т.е. $\eta_0 > k_{\rm B}T$. Это согласуется с экспериментами по измерению проводимости [7,13].

Области ненулевых значений плотности состояний

Ν	$t = 0.0 \mathrm{eV}$	$\Delta \varepsilon$	$t = 0.9 \mathrm{eV}$	$\Delta \varepsilon$
3	$1.4 \div 3.3$	1.9	$0.0 \div 5.5$	5.5
4	$1.9 \div 3.5$	1.6	$0.5 \div 5.5$	5.0
5	$2.4 \div 3.7$	1.3	$0.5 \div 5.5$	5.0
$6 \div 8$	$2.5 \div 3.8$	1.3	$0.5 \div 5.5$	5.0
$9 \div 10$	$3.4 \div 4.2$	0.8	$1.5 \div 6.0$	4.5
$11 \div 15$	$3.6 \div 4.4$	0.8	$2.0 \div 6.5$	4.5
$16 \div 22$	$3.8 \div 4.6$	0.8	$2.0 \div 6.5$	4.5
$23 \div 30$	$4.0 \div 4.8$	0.8	$2.0 \div 6.5$	4.5



Рис. 3. Зависимость $g(\varepsilon)$ при N = 3 (a, d) 8 (b, e) и 25 (c, f); t = 0 (a-c) и 0.9 eV (d-f).

3. Результаты и обсуждение

Далее приведены результаты расчета плотности состояний для кластеров алюминия с N = 3-30 в обоих случаях (диэлектрик, металл) и выявлены следующие закономерности.

1) Плотность состояний зависит от общего числа атомов и положения атома в кластере (рис. 2). На

рис. 2 приведена поверхность плотности состояний для N = 10 и 30 при одной и той же энергии. Видно, что во всех случаях (рис. 2, *a*-*d*) плотность состояний зависит от того, в какой части кластера находится выбранный атом и сколько атомов содержит кластер. Например, для N = 10 для атома вершины (при t = 0 eV) наблюдается минимум (рис. 2, *a*), а для N = 30 для этого же атома — максимум (рис. 2, *b*).



Рис. 4. Зависимость g(N) при $\varepsilon = 3.105$ (a, d), 4.140 (b, e) и 4.365 eV (c, f); t = 0 (a-c) и 0.9 eV (d-f).



Рис. 5. Изменение максимального значения плотности состояний с увеличением N; t = 0 (слева) и 0.9 eV (справа).

2) Плотность состояний существенно отлична от нуля только в ограниченном диапазоне энергий. Анализ полученных результатов позволил выделить области значений плотности состояний, размер и границы которых зависят от числа частиц в кластере (см. таблицу, рис. 3). Самый широкий диапазон в обоих случаях наблюдается для N = 3. Это связано с тем, что здесь пики плотности состояний для разных атомов максимально разнесены друг от друга, причем для случая t = 0.0 eV пик для атома на ребре находится ровно посередине между



Рис. 6. Зависимость $g(\varepsilon)$ с изменением N ($t = 0 \, \text{eV}$).



Рис. 7. Зависимость $g(\varepsilon)$ с изменением N ($t = 0.9 \,\mathrm{eV}$).



Рис. 8. Зависимость положения главных максимумов $g(\varepsilon)$ от *N*; t = 0 (*a*) и 0.9 eV (*b*).

пиками для атомов вершины и объема. С увеличением *N* пики сближаются, поэтому и область ненулевых значений сужается.

3) Зависимость g(N) с увеличением ε носит "волнообразный" характер (рис. 4). Характер данного процесса схож в обоих случаях (металл, диэлектрик). Выделим некоторые особенности распространения "волн" для каждого случая.

а) Для t = 0 eV (рис. 4, a-c) "волна" возникает при $\varepsilon \approx 1.170 \text{ eV}$ только для центрального объемного атома, затем при $\varepsilon \approx 1.755 \text{ eV}$ возникает для центрального атома ребра и при $\varepsilon \approx 2.385 \text{ eV}$ — для вершинного атома, продолжая распространение для атомов объема и ребра, и полностью затухает при $\varepsilon \approx 5.13 \text{ eV}$.

b) Для t = 0.9 eV (рис. 4, d-f) "волна" возникает при $\varepsilon \approx 0.045 \text{ eV}$ только для атома вершины, затем при $\varepsilon \approx 0.225 \text{ eV}$ возмущение возникает для центрального атома ребра и при $\varepsilon \approx 0.315 \text{ eV}$ — для атома объема, и продолжается вплоть до $\varepsilon \approx 7.110 \text{ eV}$, причем сначала затухает "волна" объемного атома, затем вершинного и реберного. Интересно отметить, что для реберного атома при $\varepsilon \approx 4.635 - 7.110 \text{ eV}$ "волна" меняет свое направление на противоположное (движется в сторону уменьшения N).

4) Максимальные значения плотности состояний при t = 0.9 eV с увеличением *N* уменьшаются, а при t = 0 eV эта зависимость немонотонна (рис. 5). На рис. 5 пред-

ставлена зависимость максимальных значений плотности состояний от числа частиц в кластере: для каждого значения *N* бралось максимальное значение плотности состояний, соответствующее данному типу атома вершинный, реберный или объемный.

5) Характер зависимости $g(\varepsilon)$ с увеличением N для всех атомов кластера одинаков.

а) При t = 0 eV для всех N наблюдается только один пик плотности состояний; это свидетельствует о жесткой локализации электрона в этом состоянии, что и должно наблюдаться в случае мотовского диэлектрика (рис. 6, сверху вниз: центральный объемный атом, атом в центре ребра, атом на вершине).

b) При t = 0.9 eV с увеличением N зависимость $g(\varepsilon)$ становится более сглаженной, что связано с коллективизацией энергетических уровней при увеличении числа частиц (рис. 7, сверху вниз: центральный объемный атом, атом в центре ребра, атом на вершине).

6) В зависимости положения главных максммумов распределений $g(\varepsilon)$ от N для вершинного (M_{top}) , центрального реберного (M_{edge}) и центрального объемного (M_{bulk}) атомов можно выделить три области (рис. 8, 9). а) Для кластеров с N = 3-7 (при t = 0 eV для N = 3-8) наблюдается четкое разделение положений M_{edge} , M_{bulk} и M_{top} с постепенным смещением M_{edge} и M_{bulk} в сторону M_{top} .

b) Для кластеров с N = 8-11 (при t = 0 eV эта область отсутствует) положения M_{top} , M_{edge} и M_{bulk} практически неразделимы.

с) Для кластеров с N = 12-30 (при t = 0 eV для N = 8-30) M_{top} , M_{edge} и M_{bulk} наблюдаются при одном и том же значении энергии стремящемся к $\varepsilon_M \approx 4.4 \text{ eV}$.

7) Зависимости $g(\varepsilon)$ можно с хорошей точностью считать зеркально-симметричными начиная уже с N = 9, причем степень симметричности увеличивается с ростом N (рис. 3, 6, 7, 9).

4. Заключение

Таким образом, в рамках модели Хаббарда с гамильтонианом (1) для квадратного нанокластера алюминия размером $N \times N$ показано, что плотность состояний такой системы обладает рядом интересных свойств.

1) Плотность состояний существенно зависит от общего числа атомов в кластере.

2) Значение плотности состояний для фиксированного N меняется в зависимости от положения атома в кластере.

3) Плотность состояний существенно отлична от нуля только в ограниченном диапазоне энергий, величина и границы которого зависят от энергии перескока *t*.

4) С увеличением энергии электрона наблюдается "волнообразный" характер изменения плотности состояний по оси изменения числа частиц, причем характер данного процесса схож в обоих случаях (металл, диэлектрик).



Рис. 9. Зависимость $g(\varepsilon)$ для N = 3 (a, c) и 30 (b, d); t = 0 (a, b) и 0.9 eV (c, d).

5) Значение плотности состояний металлического кластера уменьшается с увеличением N, а для диэлектрической наночастицы эта зависимость немонотонна.

6) Характер зависимости плотности состояний от энергии с увеличением *N* не зависит от положения атома в кластере: эта зависимость сглаживается с увеличением числа частиц.

7) Энергия, при которой достигается максимум распределения плотности состояний для атомов вершины, ребра и объема, различная при малых N с увеличением часла частиц стремится к одному и тому же значению.

8) Зависимости плотности состояний от энергии зеркально-симметричны при N > 8, причем степень симметричности увеличивается с ростом N.

Список литературы

- [1] Ч. Пул, Ф. Оуэнс. Нанотехнологии. Техносфера, М. (2005). 336 с.
- [2] Н.Ф. Мотт. Переходы металл-изолятор. Наука, М. (1979). 342 с.

- [3] E. Abrahams, S.V. Kravchenko, M. Sarachik. Rev. Mod. Phys. 73, 251 (2001).
- [4] Л.И. Гречихин. Физика наночастиц и нанотехнологий. Общие основы, механические, тепловые и эмиссионные свойства. Технопринт, Минск (2004). 399 с.
- [5] В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.А. Гридчин. Основы наноэлектроники. Физматкнига, М. (2006). 496 с.
- [6] И.П. Суздалев. Нанотехнология: физико-химия нанокластеров, наноструктур и наноматериалов. КомКнига, М. (2006). 592 с.
- [7] J.A. Gascon, H.M. Pastawski. Cond-mat/0512160 (2005).
- [8] K.E. Schtiver, J.L. Persson, E.C. Honea, R.L. Whetten. Phys. Rev. Lett. 64, 2539 (1990).
- [9] H.M. Pastawski, J.F. Weisz, S. Albornoz. Phys. Rev. B 28, 6896 (1983).
- [10] K.B. Efetov, V.N. Prigodin. Phys. Rev. Lett. 70, 1315 (1993).
- [11] D.M. Wood. Phys. Rev. Lett. 46, 749 (1981).
- [12] S.H. Yang, M.J. Mehl, D.A. Papaconstantopoulos. Phys. Rev. B 57, R 2012 (1998).
- [13] F.C. Fritschij, H.B. Brom, de L.J. Jongh, G. Schmid. Phys. Rev. Lett. 82, 2167 (1999).