

07

© 1991

# ВЛИЯНИЕ СИЛЬНОЙ НИЗКОЧАСТОТНОЙ ФАЗОВОЙ ПОМЕХИ НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ АДАПТИВНОГО ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА

Ю.О. Барменков, Н.М. Кожевников

Использование динамической голограммы (ДГ) в качестве смесителя фазомодулированных световых пучков позволяет осуществить адаптивную пространственно-временную стабилизацию рабочей точки оптического интерферометра и повысить чувствительность измерений при воздействии низкочастотных фазовых помех (НФП) [1-4]. Работа таких интерферометров обычно анализируется в приближении небольших амплитуд НФП [3, 5], когда вклад помехи в выходной сигнал можно считать аддитивным. В этом случае НФП эффективно подавляется, если ее частота  $\Omega$  много меньше частоты отсечки  $\Omega_0 = \tau^{-1}$ , определяемой постоянной времени записи ДГ  $\tau$ . В то же время при больших амплитудах НФП является мультипликативной, обуславливая амплитудную модуляцию полезного сигнала и уменьшение его среднего уровня. Подавление сигнала при воздействии сильной мультипликативной НФП экспериментально наблюдалось в [6, 7], однако теоретический анализ этого практически важного режима работы голографического интерферометра до сих пор не проводился. В настоящей работе преобразование высокочастотного сигнала  $a \cdot \cos \omega t$ ,  $\omega t \gg 1$  и сильной НФП  $A \cdot \cos \Omega t$ ,  $\Omega \ll \omega$ ,  $A > 1$  рассмотрено для случая взаимодействия световых пучков в слабонелинейной фоторефрактивной среде с локальным керровским откликом.

Процесс записи фазовой ДГ в такой среде описывается уравнением

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{\Delta \mathcal{E}}(z, t) = \xi \sqrt{I_{+1}(z, t) I_{-1}(z, t)} \exp(i\varphi(z, t)) - \tau^{-1} \tilde{\Delta \mathcal{E}}(z, t), \quad (1)$$

где  $\tilde{\Delta \mathcal{E}}(z, t)$  - комплексная амплитуда фазовой решетки,  $\xi$  - фоторефрактивный коэффициент,  $I_{\pm 1}(z, t)$ ,  $\varphi(z, t)$  - интенсивности и оптическая разность фаз световых пучков, ось  $z$  направлена в глубь фоточувствительной среды ( $z > 0$ ).

Решение уравнения (1) с нулевым начальным условием ( $\tilde{\Delta \mathcal{E}}(z, 0) = 0$ ) имеет вид

$$\tilde{\Delta \mathcal{E}}(z, t) = \xi \int_0^t \sqrt{I_{+1}(z, t') I_{-1}(z, t')} \exp\left[\frac{t-t'}{\tau} + i\varphi(z, t')\right] dt'. \quad (2)$$

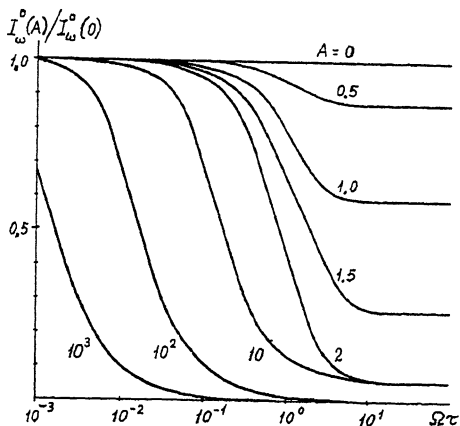


Рис. 1.

Уравнения для  $I_{\pm 1}(z, t)$  и  $\varphi(z, t)$  легко получаются из укороченных уравнений для медленно меняющихся комплексных амплитуд световых пучков [8, 9]

$$\cos\theta \cdot \frac{\partial}{\partial z} I_{\pm 1}(z, t) = -\alpha I_{\pm 1}(z, t) - \sqrt{I_{+1}(z, t) I_{-1}(z, t)} \operatorname{Im} [k \tilde{\Delta} \tilde{\mathcal{E}}(z, t) e^{-i\varphi(z, t)}], \quad (3)$$

$$2 \cos\theta \cdot \frac{\partial}{\partial z} \varphi(z, t) = \frac{I_{+1}(z, t) - I_{-1}(z, t)}{\sqrt{I_{+1}(z, t) \cdot I_{-1}(z, t)}} \operatorname{Re} [k \tilde{\Delta} \tilde{\mathcal{E}}(z, t) e^{-i\varphi(z, t)}], \quad (4)$$

где  $\alpha$  — коэффициент поглощения среды,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $2\theta$  — угол схождения пучков в среде.

В случае слабонелинейной среды ( $|\tilde{\Delta} \tilde{\mathcal{E}}| \ll \mathcal{E}$ ) решение системы уравнений (3), (4) с учетом (2) может быть получено методом последовательных приближений. Для интенсивностей  $I_{\pm 1}^{(0)}$  и разности фаз  $\varphi^{(0)}$  в нулевом приближении имеем

$$I_{\pm 1}^{(0)}(z) = I_{\pm 10} \exp(-\alpha z / \cos\theta), \quad \varphi^{(0)}(z, t) = \varphi^{(0)}(t) = a \cdot \cos \omega t + A \cdot \cos \Omega t. \quad (5)$$

Подстановка (5) в (3) позволяет получить поправки первого приближения к интенсивностям пучков

$$I_{\pm 1}^{(1)}(z, t) = \mp I_{\pm 10} I_{-10} T(z) \operatorname{Im} [k_{\xi} \tilde{\mathcal{K}}(t) e^{-i\varphi^{(0)}(t)}], \quad (6)$$

$$\tilde{\mathcal{K}}(t) = \int_0^t \exp \left[ \frac{t' - t}{\tau} + i\varphi^{(0)}(t') \right] dt', \quad (7)$$

где  $T(z) = \alpha^{-1} \exp(-\alpha z / \cos\theta) [1 - \exp(-\alpha z / \cos\theta)]$ .

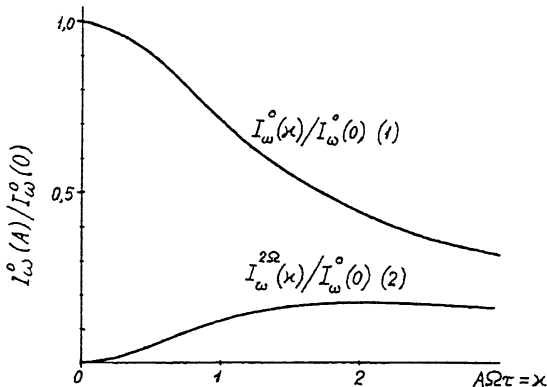


Рис. 2.

В отсутствие НФП ( $A=0$ ) спектр колебаний интенсивностей пучков  $I_{\pm 1}^{(1)}(z, t)$  содержит только нечетные гармоники модулирующей частоты  $\omega \gg \tau^{-1}$ , амплитуда низшей из которых

$$I_{\omega}^0(0) = 2k_{\xi} \tau I_{+10} I_{-10} J_0(a) J_1(a) T(z), \quad (8)$$

где  $J_{l,0}(a)$  — функция Бесселя.

Очевидно, если  $a \ll 1$ , то  $I_{\omega}^0 \sim a$ , что обеспечивает высокую чувствительность измерения амплитуды высокочастотной фазовой модуляции при использовании локальных фоторефрактивных сред. Влияние НФП проявляется в дополнительной амплитудной модуляции гармонических составляющих выходного сигнала. При условии  $\Omega \ll \omega$  для амплитуды несущего колебания на частоте первой гармоники  $\omega$  из (6), (7) легко получаем

$$I_{\omega}^0(A) = \left[ J_0^2(A) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_n^2(A)}{1 + (n\Omega\tau)^2} \right] I_{\omega}^0(0). \quad (9)$$

Графики зависимостей  $I_{\omega}^0(A)/I_{\omega}^0(0)$  от  $\Omega\tau$  при разных значениях амплитуды  $A$  НФП приведены на рис. 1.

Выражение (9) показывает, что при  $\Omega\tau \gg 1$   $I_{\omega}^0(A) \sim J_0^2(A)$ , что является следствием уменьшения амплитуды записанной фазовой ДГ при увеличении амплитуды относительно быстрых колебаний мгновенной интерференционной картины пучков. Значительно более актуальным является другой предельный случай  $\Omega\tau \ll 1$ , когда реализуется режим записи квазистационарных бегущих фазовых

решеток. Формула (9) в этом случае становится неудобной для анализа, так как связана с суммированием большого числа членов ряда. В то же время легко показать, что при  $\Omega\tau \ll 1$  и  $t \gg \tau$  выражение (7) может быть записано в виде

$$\tilde{K}(t) \approx J_0(a)\tau \left[ 1 + i\chi \sin \Omega t \right]^{-1} \exp(iA \cos \Omega t), \quad \chi = A\Omega\tau, \quad (10)$$

отражая пространственное рассогласование бегущей с переменной скоростью  $A\Omega \sin \Omega t$  фазовой решетки относительно бегущей с той же скоростью интерференционной картины пучков. Подставив (10) в (6), получаем зависимость от времени амплитуды первой гармоники колебаний интенсивностей световых пучков

$$I_\omega(t) = I_\omega^0(0) (1 + \chi^2 \sin^2 \Omega t)^{-1}. \quad (11)$$

Элементарные вычисления показывают, что несущая  $I_\omega^0(x)$  амплитудно-модулированного колебания  $I_\omega(t)$  уменьшается (рис. 2, кривая 1)

$$I_\omega^0(x) = I_\omega^0(0) (1 + x^2)^{-1/2}, \quad (12)$$

а амплитуды  $I_\omega^{2\Omega}(x)$  верхней и нижней боковых частот  $\omega \pm 2\Omega$  возрастают (рис. 2, кривая 2)

$$I_\omega^{2\Omega}(x) = I_\omega^0(0) \frac{(\sqrt{1+x^2} - 1)^2}{x^2 \sqrt{1+x^2}} \quad (13)$$

при увеличении амплитуды  $A$  НФП.

Из формулы (12) следует важный вывод о том, что в случае сильной НФП условием эффективного подавления помехи является  $A\Omega\tau \ll 1$ , а не  $\Omega\tau \ll 1$ , как в случае слабой НФП. Другими словами, постоянная времени записи ДГ в случае сильной НФП должна быть в  $A$  раз меньше для обеспечения такой же эффективности подавления, как и при слабой НФП.

Как известно, пороговая чувствительность измерения амплитуды  $a$  определяется квадратом амплитуды  $I_\omega^0(A)$ . Следовательно, при больших амплитудах НФП ( $A \gg (\Omega\tau)$ )<sup>-1</sup> чувствительность измерения уменьшается в  $A^2$  раз по сравнению с чувствительностью при  $A=0$ . Более того, наличие боковых частот  $\omega \pm 2\Omega$  в спектре колебаний интенсивностей выходных пучков приводит при больших  $A$  к резкому снижению динамического диапазона измерения модулированных во времени амплитуд  $a(t)$ , если спектр колебаний этих амплитуд имеет ширину, превышающую  $2\Omega$ .

В заключение отметим, что приведенный в настоящей работе анализ позволяет глубже понять природу адаптивного подавления НФП при голографической регистрации сигналов фазовой модуляции и объективно оценить потенциальные возможности такой адаптации при использовании различных локальных фоторефрактивных сред.

## С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] H a l l T.J., F i d d y M.A., N e r M.S. // Opt. Lett. 1980. V. 5. N 11. P. 485-487.
- [2] Барменков Ю.О., Зосимов В.В., Кожевников Н.М., Лямшев Л.М., Сергушенко С.А.// ДАН СССР, Физика. 1986. Т. 290. В. 5. С. 1095-1098.
- [3] Степанов С.И. Фоторефрактивные кристаллы для адаптивной интерферометрии. В кн.: Оптическая голография с записью в трехмерных средах. Л.: Наука, 1989. С. 64-74.
- [4] K a m s h i l i n A.A., M o k r u s h i n a E.V., P e t r o v M. P. // Opt. Engineering. 1989. V. 28. N 6. P. 580-585.
- [5] Барменков Ю.О., Зосимов В.В., Кожевников Н.М., Липовская М.Ю., Лямшев Л.М.// Опт. и спектр. 1988. Т. 64. В. 6. С. 1339-1343.
- [6] S t e p a n o v S.I. Adaptive interferometry: a new area of applications of photorefractive crystals. In: "International trends in Optics", ed. by J. Goodman. - Academic Press, 1991. P. 125-140.
- [7] S t e p a n o v S.I., S o k o l o v I.A. Adaptive interferometers using photorefractive crystals. - Proceedings of the 2-d Int. Conf. on "Holographic systems, components and applications". - UK, Bath, 1989. P. 95-100.
- [8] Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Одурлов С.Г., Соскин М.С. // УФН. 1979. Т. 129. В. 1. С. 113-137.
- [9] Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В., Соскин М.С. // Квантовая электроника. 1977. Т. 4. № 2. С. 420-425.

Поступило в Редакцию  
22 апреля 1991 г.