01

РОЛЬ КОРОТКОВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ, СВЯЗАННОЙ С РЭЛЕЙ-ТЕЙЛОРОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ

Н.А. Иногамов, А.В. Чехлов

Общепризнана важность Рэлей-Тейлоровской неустойчивости (РТН) во многих имеющих большое практическое значение приложениях. Достаточно упомянуть такие, как инерционный синтез [1, 2], неустойчивость при взрывах [3], при воздействиях ударных волн [4, 5], при разлете остатков сверхновых [6], при генерации сверхсильных магнитных полей в предложенных А.Д. Сахаровым устройствах [7].

В теории РТН одной из центральных является проблема устойчивости стационарного периодического решения. Это решение имеет ряд аналогий с решением типа бегущей волны в теории гравитационных волн. Оно давно является объектом внимательного изучения многих исследователей [8–13]. Решение существует при $\mu=0$, где $\mu=\rho_l/\rho_h$, ρ_l, ρ_h – плотности легкой и тяжелой жидкостей соответственно [8–13].

Пусть λ_0 – период этого решения. Топологические характеристики, периодичность, симметрии невозмущенного решения ясны из рис. 1. Периодические граничные условия для него могут быть поставлены на любых двух кривых в плоскости x, y, полученных одна из другой сдвигом по x на λ_0. Удобно ставить граничные условия на вертикальных прямых, совмещенных с инвариантными при инверсиях x линиями тока. Для сокращения площади расчетного поля и, соответственно, количества узлов расчетной сетки при численном моделировании периодического невозмущенного решения следует ставить условия симметрии на симметричных линиях тока, находящихся на расстоянии $\lambda_0/2$ друг от друга.

Рассмотрим теперь периодичность и симметрии возмущенного решения. Ограничимся здесь случаем, когда возмущенное решение обладает той же периодичностью и симметрией, что и невозмущенное. В этом случае задачу по-прежнему можно рассматривать с симметричными граничными условиями на вертикалях, разнесенных на расстояние $\lambda_0/2$.

В настоящей работе эта задача изучена аналитически и численно.

1) Аналитически исследована линеаризованная задача в квазиклассическом приближении.

2) Численно прослежена эволюция решения при наличии коротковолновых возмущений.

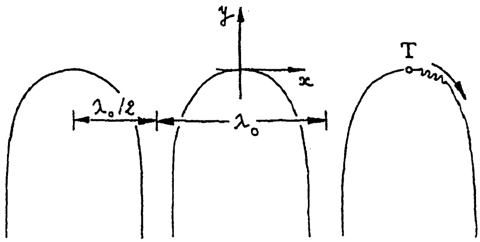

Рис. 1.

В результате проведенных исследований выяснилось следующее.

1) Стационарное периодическое решение неустойчиво в рассматриваемом классе возмущений.

2а) Неустойчивость оказывается довольно коротковолновой.

2б) Средние характеристики возмущенного решения, возникающего в результате развития неустойчивости, в области пузыря умеренно уклоняются от характеристик невозмущенного решения.

Результаты 2а) и 2б) тесно связаны.

Вопрос о коротковолновых возмущениях является важным. Дело в том, что при отсутствии результата 2б) развитие этих возмущений привело бы к полному разрушению стационарного решения. В этом случае решения, близкие к стационарному, не осуществлялись бы.

Ранее этот вопрос не рассматривался в литературе.

Представим аналитические результаты. Они получены в квазиклассическом приближении. В этом приближении рассматривают коротковолновые возмущения с длиной волны $\lambda \ll \lambda_0$.

Рассмотрим эволюцию цуга таких возмущений. см. рис. 1. Эти возмущения сносятся вдоль свободной линии тока от точки торможения Т (показано стрелкой на рис. 1). При этом амплитуда смещений границы растет по закону

$$\eta(t) = \eta(t_o)\left[v(t_o)/v(t)\right] exp\left[\int\limits_{t_o}^{t}\gamma(t)dt\right],$$

где $\gamma = \sqrt{g_e k}$, $g_e = g_{ff}/\sqrt{1+Y_x'^2} - v^2/R$ — эффективное ускорение, равное разности проекции ускорения свободного падения 9рр на нормаль к невозмущенной границе, задаваемой формулой $Y = Y = Y(x)$, и центробежного ускорения; v — скорость на границе; R — радиус кривизны границы; $k = 2\pi / \lambda$ — волновое число; $\lambda = \lambda(t) = \lambda(t_o)v(t) / v(t_o)$ — текущее значение длины волны, растущее вследствие того, что из-за ускорения потока происходит увеличение расстояния между соседними лагранжевыми частицами на границе.

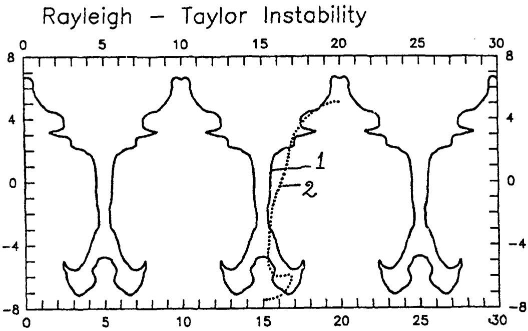

Рис. 2.

Положение пуга дается уравнением $dS/dt = v$, где $s = s(t)$ - длина дуги вдоль невозмущенной границы, отсчитываемая от точки Т. Вместо времени в приведенных выше формулах будем использовать переменную s. Для конкретных расчетов необходимы формулы, описывающие невозмущенное решение. Точные формулы отсутствуют. Приближенно можно положить, что до глубин, отсчитываемых от точки Т, равных 0.2–0.3 λ_0, кривизна с хорошей точностью постоянна и равна R =0.4 λ_0.

Интегрирование начнем от $s_0 = s(t_0) = \lambda(t_0)/2$. Усиление возмущений происходит на отрезке дуги от s_0 до s_f : $g_e(s_f)$=0. Из расчетов следует, что для сколько–нибудь значительного усиления возмущения должны быть достаточно коротковолновыми. Например, если принять, что начальная относительная амплитуда возмущений составляет 1–4 процента, то до нелинейной стадии успеют развиться только возмущения с $m > 9$. Здесь число $m = \lambda_0/\lambda(t_0)$- характеризует коротк омасштабность возмущений. При m=9 коэффициент усиления $G = \eta(s_f)/\eta(s_0)$ =25. Функция $G(m)$ монотонно растет с m.

Теперь мы готовы к обсуждению результатов компьютерного моделирования. Выше было показано, что интерес представляют достаточно коротковолновые возмущения. Это означает, что необходимо использовать подробные сетки, поскольку на разрешение одной длины волны требуются 10–15 ячеек. Понянто, что это резко затрудняет решение зедачи. Преодоление трудностей происходит постепенно. Ранее расчеты были доведены до m =5 [14]. Приведенные здесь расчеты проведены новым методом и на более производительной ЭВМ. Рассчитан случай с m=20.

Результаты показаны на рис. 2. На этом рисунке цифрами 1 и 2 обозначены возмущенное и невозмущенное решение соответственно. Анализ результатов приводит к сформулированным выше выводам 1, 2а, 2б.

Расчеты выполнены методом искусственной сжимаемости. Рис. 2 соответствует моменту времени γt=5.577, здесь $\gamma = \sqrt{Agk_0}$,

$A = (1-\mu)/(1+\mu)$ – число Атвуда, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$. Размеры сетки были 120x120. Вертикальный размер расчетного прямоугольника был в 3 раза больше горизонтального размера. Отношение μ было достаточно мало (μ=0.1). Подробное описание деталей выходит за рамки данной статьи.

В заключение авторы благодарят А.Ю. Демьянова, С.И. Анисимова, О.М. Белоцерковского и Э.Е. Сона за многочисленные полезные обсуждения.

Список литературы

[1] Прохоров А.М., Анисимов С.И., Пашинин П.П. // УФН. 1976. Т. 119. № 3. С. 401-424.

[2] Gamaly E.G., Favorsky A.P., Fedyanin A.O. et. al. // Laser and Particle Beams. 1990. V. 8. N 3. P. 399-407.

[3] Anisimov S.I., Zel'dovich Ya.B., Inogamov N.A., Ivanov M.F. In: Shock Waves, Explosions and Detonations. 1983. N.Y. AIAA Progress in Astron and Aeron. Series AIAA. V. 87. P. 218-227.

[4] Андронов В.А., Бахрах С.М., Мешков Е.Е. и др. // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. № 2(8). С. 806-811.

[5] Ардашева Р.И., Баланин С.И., Волошин Н.П. и др. // Вопр. атом. науки и техники. 1988. № 1. С. 20-27.

[6] Гребенев С.А., Сюняев Р.А. // Письма в Астрономический журнал. 1987. Т. 13. № 11. С. 945-963.

[7] Будько А.Б., Великович А.Л., Либерман М.А. и др. // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. № 1. С. 140-162.

[8] Layzer D. // Astroph. J. 1955. V. 122. N 1. P. 1-12.

[9] Birkhoff G., Carter D. // J. Math. Mech. 1957. V. 6. N 6. P. 769-779.

[10] Garabedian P.R. // Proc. Royal. Soc. London. Ser. A. 1957. V. A241. P. 423-431.

[11] Kull H.J. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. N 16. P. 1434-1437.

[12] Kull H.J. // Phys. Rev. A. 1985. V. 31. N 1. P. 540-542.

[13] Герценштейн С.Я., Чернявский В.М., Штемлер Ю.М. // ДАН СССР. 1989. Т. 307. № 4. С. 819-823.

[14] Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М., Демьянов А.Ю. // ДАН СССР. 1986. Т. 288. № 5. С. 1071-1074.

Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау

Поступило в Редакцию 6 мая 1991 г.