

- [23] Рыбин В.В., Перевезенцев В.Н. // Письма в ЖТФ. 1981. Т. 7. № 19. С. 1203-1205.
- [24] Садовский М.А., Болхвитинов Л.Г., Писаренко В.Ф. Деформирование геофизической среды и сейсмический процесс. М.: Наука, 1987. 101 с.
- [25] Гейликман М.Б., Голубева Т.В., Писаренко В.Ф. // ДАН СССР. Т. 308. № 5. С. 1335-1338.
- [26] Жульен Р. // УФН. 1989. Т. 157. № 2. С. 339-357.

Поступило в Редакцию  
1 февраля 1991 г.

Письма в ЖТФ, том 17, вып. 6

26 марта 1991 г.

00 00

© 1991

## БИСТАБИЛЬНОСТЬ И РЕЖИМ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПРИ ГЕНЕРАЦИИ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ В РЕЗОНАТОРЕ С ВНЕШНЕЙ НАКАЧКОЙ

А.В. Гайнер, Н.П. Коноплева,  
Г.И. Сурдутович

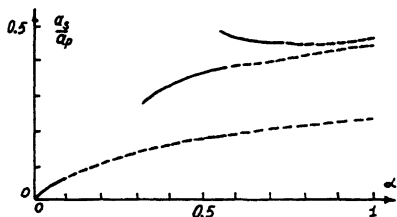
Известно, что в системах генерации второй гармоники (ГВГ) с резонаторами для основной и генерируемой частот возникают бистабильность [1] и режим самопульсаций [2]. При рассмотрении внутрирезонаторной ГВГ в этих работах использовалась точечная модель нелинейной среды. Мы покажем, что в случае резонатора даже только для второй гармоники (ВГ) учет взаимодействия волны накачки и ВГ при распространении приводит к качественно новому режиму периодически повторяющихся прямоугольных импульсов и „бистабильности режимов“, т.е. сосуществованию стационарного и периодического решений.

Пусть нелинейная среда длиной  $l$  помещена в кольцевой резонатор с накачкой когерентным излучением на частоте  $\omega$ . Если зеркала резонатора прозрачны для волны накачки, то граничные условия для амплитуды  $a_2$  и фазы  $\varphi_2$  ВГ имеют вид:

$$a_2(0, t) = \alpha a_2(l, t - \Delta t), \quad \varphi_2(0, t) = \varphi_2(l, t - \Delta t) + \delta, \quad (1)$$

где  $\Delta t = (l_R - l)/c$ ,  $l_R$  — полная длина резонатора,  $\alpha$  — коэффициент ослабления за один оборот,  $\delta$  — расстройка резонатора. Когда отстройка от точного фазового синхронизма  $\Delta k = 2k_1 - k_2 = 0$  ( $k_1, k_2$  — волновые числа), то фазовые скорости волн в среде согласованы ( $v_1 = v_2 = v$ ). В этом случае амплитуды и фазы

Рис. 1. Зависимость стационарных значений нормированной амплитуды ВГ  $\alpha_s/\alpha_p$  от добротности резонатора для  $l/L = 5.5$ ,  $\delta = 0.2$ .



волн в точке среды  $Z$  в момент времени  $t$  однозначно определяются амплитудами волн и разностью фаз  $\psi = 2\varphi_1 - \varphi_2$  на границе ( $Z = 0$ ) в момент времени  $t - Z/v$ . Процесс ГВГ в резонаторе описывается разностными уравнениями

$$\begin{aligned} a_2(0, t) &= F_1(a_2(0, t-\tau), \varphi_2(0, t-\tau)), \\ \varphi_2(0, t) &= F_2(a_2(0, t-\tau), \varphi_2(0, t-\tau)), \end{aligned} \quad (2)$$

здесь через  $\tau$  обозначено время обхода резонатора,

$$\begin{aligned} F_1(a_2(0, t-\tau), \varphi_2(0, t-\tau)) &= \alpha a_2(l, t - \Delta t), \\ F_2(a_2(0, t-\tau), \varphi_2(0, t-\tau)) &= \varphi_2(0, t-\tau) + \delta - \sigma C \int_0^l dz / a_2^2(z, t-\tau + Z/v), \end{aligned}$$

$$a_2(z, t + Z/v) = \quad (3)$$

$$= E(t) [2/3 + e_3(t) + (e_2(t) - e_3(t)) \operatorname{sn}^2(\sigma E z (e_1(t) - e_3(t))^{1/2} + Z_0(t))]^{1/2},$$

где  $Z_0(t)$  определяется  $a_2(0, t)$ . При нахождении функций  $F_1, F_2$  использованы известные решения стационарной задачи о взаимодействии волн в полубесконечной среде [3] и граничные условия (1). Значения  $E$  и  $C$  и корней кубического уравнения  $e_1 > e_2 > e_3$  [3] сохраняются при распространении в нелинейной среде.

Стационарные значения амплитуды  $\alpha_s$  и фазы  $\varphi_s$  удовлетворяют системе уравнений

$$\alpha_s = F_1(\alpha_s, \varphi_s), \quad \varphi_s = F_2(\alpha_s, \varphi_s) \mp 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

Как показывают аналитические и численные расчеты, разным  $n$  отвечают различные стационарные состояния  $\alpha_s$ . Поэтому такая система может быть бистабильной и мультистабильной. Однако бистабильность возникает только для больших, порядка 4, значений  $l/L$ , где  $L = 1/\beta a_p$  длина преобразования,  $\beta$  — коэффициент нелинейной связи волн,  $a_p$  — амплитуда волны накачки. Это связано с тем, что само по себе увеличение интенсивности ВГ за счет резонаторного эффекта, даже при высоких добротностях ( $\alpha \rightarrow 1$ ), не приводит к увеличению нелинейного набега фазы, достаточного для появления второго решения. Таким образом, существует критическая приведенная длина  $l/L$ , после превышения

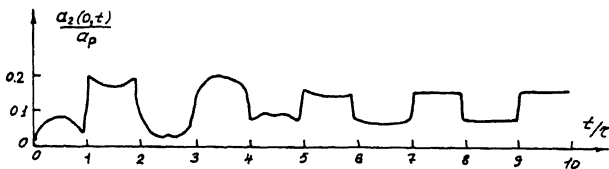


Рис. 2. Изменение со временем формы управляющего импульса на частоте  $2\omega$  при постоянном уровне накачки для  $l/L = 5.5$ ,  $\delta = 0.2$ . Амплитуда импульса отнормирована на амплитуду волны накачки  $a_p$ .

которой появляются новые решения в схемах с достаточно добротными резонаторами. На рис. 1 показана зависимость стационарных значений амплитуды от  $\alpha$ . Области устойчивости показаны непрерывной линией, области неустойчивости — пунктирной.

При потере устойчивости стационарного решения, отвечающего  $n = 0$ , последовательность  $a_n = a_2(0, t + n\tau)$ ,  $\varphi_n = \varphi_2(0, t + n\tau)$ , сходится к набору из двух точек  $a^{(1)}$ ,  $\varphi^{(1)}$  и  $a^{(2)}$ ,  $\varphi^{(2)}$ : все четные члены  $a_{2n}$ ,  $\varphi_{2n}$  сходятся, например, к  $a^{(1)}$ ,  $\varphi^{(1)}$ , а нечетные  $a_{2n-1}$ ,  $\varphi_{2n-1}$  к  $a^{(2)}$ ,  $\varphi^{(2)}$ . При этом, если при распространении в среде волны ВГ с начальными условиями  $a^{(1)}$ ,  $\varphi^{(1)}$  фаза растет, то на следующем обходе изменение фазы ВГ в точности компенсирует линейный и нелинейный набег на предыдущем.

На фазовой плоскости  $a_2, \varphi_2$  можно указать две области. В случае, если  $a_0, \varphi_0$  принадлежит одной области, то последовательность  $a_{2n}, \varphi_{2n}$  сходится к  $a^{(1)}, \varphi^{(1)}$ , а  $a_{2n-1}, \varphi_{2n-1}$  к  $a^{(2)}, \varphi^{(2)}$ . Когда  $a_0, \varphi_0$  принадлежат другой области, то  $a_{2n}, \varphi_{2n}$  сходится к  $a^{(2)}, \varphi^{(2)}$ , а  $a_{2n-1}, \varphi_{2n-1}$  к  $a^{(1)}, \varphi^{(1)}$ . Граница между областями проходит через точку, соответствующую неустойчивому стационару с  $n = 0$ . Если в резонатор запущен импульс на частоте  $2\omega$  и длительность  $\tau$ , точки фронта которого принадлежат одной из областей, то все они для четных обходов эволюционируют, например, к  $a^{(1)}, \varphi^{(1)}$ , а для нечетных к  $a^{(2)}, \varphi^{(2)}$ . Поэтому в установившемся режиме на выходе системы возможны только два значения амплитуды, т.е. образуется прямоугольный импульс. Механизм формирования крутых фронтов импульса аналогичен механизму формирования квазисолитона в бистабильной распределенной системе с двумя устойчивыми стационарными состояниями [4]. Таким образом, единичным управляющим импульсом систему можно перевести в состояние, когда на выходе при постоянном уровне накачки генерируется последовательность прямоугольных импульсов длительностью  $\tau$ , разделенных таким же промежутком времени. Рис. 2 демонстрирует процесс установления периодического режима. Для указанных в подписи к рисунку значений параметров устойчивым является только  $2\tau$ -периодическое решение. При других условиях

это решение может быть устойчивым одновременно со стационарным состоянием, соответствующим  $n \neq 0$ . При повышении добротности резонатора решение с периодом  $2\tau$  становится неустойчивым и последовательность  $a_n, \varphi_n$  подвергается бифуркации, образуя периодический набор из 4 точек. Найденная неустойчивость, по-видимому, аналогична обнаруженной в работе Икеды [5] неустойчивости в простейшей модели дисперсионной бистабильности. В нашем случае мы имеем дело со специфической нелинейностью, связанной с процессом самосогласованного взаимодействия ВГ с волной накачки.

Резонатор с нелинейной средой и внешней накачкой для ГВГ представляет собой бистабильную систему. При определенных значениях параметров устойчивыми могут быть как два стационарных состояния, так и одно стационарное и  $2\tau$ -периодическое решение одновременно. В последнем случае это означает возможность наблюдения при фиксированных параметрах разного динамического поведения системы, т.е. имеет место „бистабильность режимов“. Отметим, что перечисленные режимы можно реализовать только при достаточно больших значениях приведенной длины  $l/L$ . При наличии более одного устойчивого состояния, в том числе при одновременном существовании стационарного и  $2\tau$ -периодического решений, установившееся фактически состояние системы определяется начальными условиями. Одним из возможных способов переключения из одного устойчивого состояния в другое является изменение разности фаз на входе в среду за счет сдвига фазы волны накачки.

#### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Drummond P.D., McNeil K.J., Walls D.F. // Opt. Commun. 1979. V. 28. N 2. P. 255-258.
- [2] McNeil K.J., Drummond P.D., Walls D.F. // Opt. Commun. 1978. V. 27. N 2. P. 292-294; Zehnlé V., Mandel P. // Opt. Commun. 1988. V. 66. N 4. P. 216-218.
- [3] Бломбергс Н. Нелинейная оптика. М.: Мир, 1966. 424 с.
- [4] Гайнер А.В., Сурдутович Г.И. // Квантовая электроника. 1988. Т. 15. № 5. С. 975-978.
- [5] Ikeda K. // Opt. Commun. 1979. V. 30. N 2. P. 257-259.

Поступило в Редакцию  
27 ноября 1991 г.