$\rho_d \approx 10^{12}$ см$^{-2}$ (для металлов). Отметим, что развитие РДН с образованием соответственно временных и пространственных периодических структур может иметь место в тонких пленках и на поверхности полубесконечной среды. Экспериментальное исследование рассматриваемых в данной работе кольцевых структур позволило бы получить полезную количественную информацию о параметрах системы (коэффициент рекомбинации, энергия миграции и др.).

Список литературы

[1] Mirzoev F.Kh., Panchenko V.Ya., Shelepin L.A. // J. Soviet laser reserch. 1989. V. 10. N 5. P. 404-412.

[2] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.

[3] Емельянов В.И., Уварова И.Ф. // Металлофизика. 1989. Т. 11. № 5. С. 101-106.

Физический институт
им. П.Н. Лебедева АН СССР,
Москва

Поступило в Редакцию
19 декабря 1990 г.

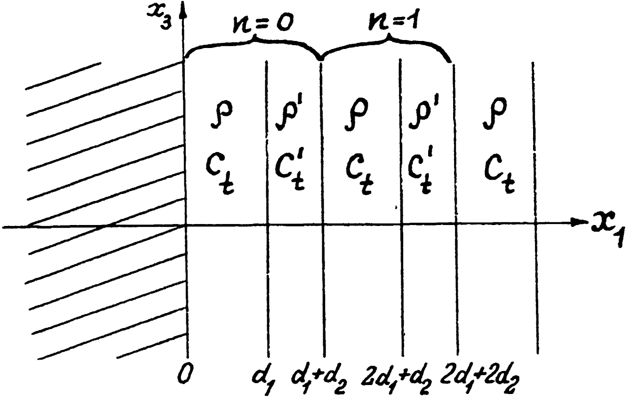
Письма в ЖТФ, том 17, вып. 5 12 марта 1991 г.

08

СДВИГОВЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ НА ГРАНИЦЕ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ С ВЯЗКОЙ СРЕДОЙ

С.Я. Ветров, В.Ф. Шабанов

В работах [1, 2] исследовано влияние вязкого нагружения поверхности твердого тела на распространение сдвиговых волн. Показано, что вязкая нагрузка поверхности упругой среды приводит к локализации сдвиговой волны у поверхности и затуханию образующихся сдвиговых поверхностных волн. Микроскопическое рассмотрение диссипативных эффектов взаимодействия поверхности кристаллической решетки со средой проведено в работах [3, 4]. В последнее время активно исследуются искусственно созданные периодические слоистые структуры, имеющие широкие перспективы практического использования. В связи с этим представляет интерес рассмотреть влияние вязкого нагружения поверхности слоистых структур на распространение сдвиговых волн.



Схематическое представление слоистой структуры, контактирующей с вязкой средой.

Пусть слоистая среда, составленная из двух чередующихся однородных слоев, занимает область $x_1 > 0$, а жидкость (газ) область $x_1 < 0$. Геометрия исходной структуры изображена на рисунке. Упругие свойства среды толщины d_1 описываются двумя параметрами – плотностью ρ и поперечной скоростью звука c_t, свойства среды толщины d_2 описываются параметрами ρ' и c_t'. Рассматриваются сдвиговые поверхностные волны на границе слоистой среды и жидкости со смещением вдоль x_2 –направления, распространяющиеся в x_3 –направлении; в волне испытывают колебания смещение упругой среды u_2 и скорость движения частиц жидкости v_2, зависящие от координат x_1, x_3 (и от времени t), но не от x_2. Для описания сдвиговых колебаний в слоистой среде и жидкости используются уравнения движения упругой среды [5] и уравнение Навье-Стокса [6], которое сводится к линейному уравнению в силу того, что в рассматриваемой геометрии нелинейный член $(\vec{v}\nabla\cdot\vec{v})_{x_2}=0$:

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}=c_t^2\Delta u_2, \quad \frac{\partial v_2}{\partial t}=\nu\Delta v_2, \tag{1}$$

где u_2 – механическое смещение в нештрихованной области (уравнение для смещения в штрихованной области записывается аналогично), ν – кинематическая вязкость жидкости.

Общее решение уравнений движения упругой среды (1) в периодических слоистых бесконечных средах получено (используя теорему Флоке-Блоха) в работе [7]. Выражение для смещения в нештрихованной области сверхрешетки имеет вид

$$u_2=e^{i(k_3x_3-\omega t)}e^{ik_1nL}\left[A_+e^{\alpha_1(x_1-nL)}+A_-e^{-\alpha_1(x_1-nL)}\right], \tag{2}$$

где $nL < x_1 < nL + d_1$, $n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$, период структуры $L = d_1 + d_2$, ω и k_1, k_3 – частота и проекции волнового вектора поперечной волны, распространяющейся в x_1x_3 –плоскости, $\alpha_1 = (k_3^2 - \omega^2/c_t^2)^{1/2}$, A_+, A_- – произвольные постоянные, не зависящие от n. В штрихованной области смешение

$$u_2 = e^{i(k_3x_3 - \omega t)} e^{ik_1nL} \left[B_+ e^{\alpha_2(x_1 - nL - d_1)} + B_- e^{-\alpha_2(x_1 - nL - d_1)} \right], \qquad (3)$$

где $nL + d_1 < x_1 < (n+1)L$, $\alpha_2 = (k_3^2 - \omega^2/c_t'^2)^{1/2}$,

B_+, B_- – произвольные постоянные. Закон дисперсии объемных поперечных упругих волн определяется условиями на границах между различными упругими средами $x_1 = nL + d_1$, $x_1 = nL$. Вещественным k_1, k_3 в (2) и (3) соответствуют распространяющиеся упругие волны. Однако существуют области значений ω, отвечающие запрещенным зонам периодической бесконечной среды, для которых k_1 становится комплексным числом и волна оказывается экспоненциально затухающей в слоистой среде, т.е. не распространяется, а испытывает сильное отражение. Если же слоистая среда является полубесконечной и контактирует с вакуумом, то, как показано в [7], экспоненциально затухающая волна, описываемая выражениями (2) и (3), в которых $ik_1 = -\beta\ (Re\beta > 0)$ может быть вполне законным решением в окрестности границы раздела. Параметр β управляет экспоненциальным затуханием поля смещения поверхностной волны по мере его проникновения в слоистую среду. Экспоненциальное усиление исключается посредством требования $Re\beta > 0$.

В рассматриваемом нами случае полубесконечной слоистой среды, граничащей с жидкостью, решение уравнений движения слоистой структуры будем искать, как и в случае контакта слоистой среды с вакуумом в виде отличном от выражений (2) и (3) лишь заменой ik_1 на $-\beta\ (Re\beta > 0)$ (при этом $n = 0, 1, 2, \ldots$). Решение уравнения, описывающего сдвиговые колебания в жидкости, ищем в виде

$$v_2 = v_0 e^{\varkappa x_1} e^{i(k_3x_3 - \omega t)}, \quad Re\varkappa > 0. \qquad (4)$$

Легко убедиться, что (2) и (3) (где $ik = -\beta$) удовлетворяют тождественно уравнениям движения упругой среды, а подставляя (4) в (1), получаем

$$\varkappa = (k_3^2 - i\omega/\nu)^{1/2}. \qquad (5)$$

Уравнения (1) должны решаться при граничных условиях вдоль трех границ раздела: $x_1 = 0$, $x_1 = nL$, $x_1 = nL + d_1$. На границе между различными упругими материалами должны равняться смещения сред и напряжения, а на границе жидкость–слоистая среда скорости сред и напряжения. Используя выражения (5) и граничные условия, получаем точное дисперсионное уравнение

$$F\,\mathrm{th}\,x+\mathrm{th}\,y+\frac{b}{a}F^2\,\mathrm{th}\,x\,\mathrm{th}\,y-\frac{b}{a}\,\mathrm{th}\,x\,\mathrm{th}\,y-\frac{b^2}{a^2}F\,\mathrm{th}\,x-\frac{b^2F^2}{a^2}\,\mathrm{th}\,y=0, \tag{6}$$

где $x=\alpha_1 d_1$, $y=\alpha_2 d_2$, $a=\alpha_1\rho c_t^2=\alpha_1 c_{44}$ (c_{44} - модуль сдвига), $b=\nu\rho_* i\omega\varkappa$ (ρ_* - плотность жидкости), $F=\alpha_1 c_{44}/\alpha_2 c'_{44}$ и уравнение для параметра затухания β

$$e^{-\beta L}=a\,\mathrm{ch}\,x/[(a+bF)\,\mathrm{ch}\,y]+[ab\,\mathrm{sh}\,x\,\mathrm{th}\,y(F^2-1)-b^2F\,\mathrm{sh}\,x- \tag{7}$$

$$-b^2F^2\,\mathrm{ch}\,x\,\mathrm{th}\,y+ab\,\mathrm{sh}\,x]/[a(a+bF)e^y].$$

Если вязкость $\nu=0$, тогда уравнения (6) и (7) переходят в известные формулы, полученные в случае контакта слоистой среды с вакуумом [7]. В пределе, когда $x\ll 1$, $y\ll 1$, и в нижайшем порядке по ν находим, используя уравнение (6), коэффициент затухания сдвиговых поверхностных волн:

$$\Gamma=\mathrm{Im}\,k_3=\frac{1}{2}k_0\frac{\rho_*^2}{\bar\rho\bar c}\omega\nu, \tag{8}$$

где $k_0=\omega/\bar c_t$; эффективные значения скорости звука $\bar c_t$, плотности $\bar\rho$ и модуля сдвига $\bar c$ слоистой среды равны:

$$\bar c_t^2=\frac{d_1c_{44}+d_2c'_{44}}{d_1\rho+d_2\rho'},\ \bar\rho=\frac{\rho d_1+\rho' d_2}{d_1+d_2},\quad \bar c=\frac{c_{44}c'_{44}(d_1+d_2)}{d_1c'_{44}+d_2c_{44}}.$$

Сравним длину пробега акустической волны с ее длиной λ :

$$\lambda/\Gamma^{-1}=\pi\rho_*^2\omega\nu/(\bar\rho\bar c). \tag{9}$$

Глубина проникновения колебаний в слоистую среду в поверхностной волне дается формулой

$$e^{-\beta L}=1-\nu\rho_* i\omega\varkappa L/\bar c. \tag{10}$$

Если учесть в выражении для $\varkappa$ (5), что обычно $|k_3|^2\ll\omega/\nu$, тогда из формулы (10) получаем

$$\beta=\frac{(i+1)}{\sqrt{2}}\ \frac{\omega\rho_*}{\bar c}\sqrt{\omega\nu},\quad \lambda/|\beta|^{-1}=2\pi\frac{\rho_*\bar c_t\sqrt{\omega\nu}}{\bar c}. \tag{11}$$

В случае $\rho=\rho'$, $c_t=c'_t$ формулы (9) и (11) с точностью до обозначений совпадают с аналогичными выражениями, полученными в работе [1].

Отметим, что в слоистой полубесконечной среде в отличие от однородного твердого тела сдвиговые поверхностные волны существуют, если $c_t < c_t'$ и в отсутствии нагружения поверхности вязкой жидкостью ($\nu = 0$) [7]. Такие волны могут быть получены на основе формул (6) и (7), если в них удержать слагаемые не только нижайшего, но и следующего порядка малости по x и y. Параметр затухания этих волн $\beta \sim \omega^2$ (в отличие от случая, рассмотренного нами (11), где $|\beta| \sim \omega^{3/2}$).

Приведем оценки, используя для определенности параметры для слоистой структуры $Nb - Cu$ [7]:

c_{44} (10^{11} дин/см^2)	ρ (г/см^3)	c_t (10^5 см/с)	d (Å)
Nb 2.87	8.57	1.83	10^3
Cu 7.53	8.92	2.905	$5 \cdot 10^2$

и $\omega = 6 \cdot 10^8$ Гц. В случае контакта слоистой среды с водой при 20 °С, когда ее вязкость $\nu = 10^{-2}$ см^2/с, плотность $\rho_* = 1$ г/см^3 получаем $|\beta|^{-1} = 100\,\lambda$, $\Gamma^{-1} = 10^5 \lambda$.

Таким образом, установлено, что при нагружении поверхности слоистой среды вязкой жидкостью волна становится поверхностной. С ростом вязкости уменьшается глубина локализации волн и возрастает затухание. Вопрос о значениях затухания и глубины проникновения поверхностной волны должен решаться на основе полученных формул (9) и (11).

Список литературы

[1] Плесский В.П., Тен Ю.А. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. № 5. С. 296–300.

[2] Плесский В.П., Тен Ю.А. // Акустический журнал. 1985. Т. 31. № 4. С. 553–554.

[3] Vetrov S.Ya., Shabanov V.F. // Phys. Stat. Sol. B. 1987. V. 140. N 1. P. 103-112.

[4] Ветров С.Я., Шабанов В.Ф. // Поверхность. 1987. № 5. С. 144–146.

[5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 244 с.

[6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 732 с.

[7] Camley R.E., Djafari-Rouhani B., Dobrzynski L., Maradudin A.A.// Phys. Rev. 1983. V. B27. N 12. P. 7318-7329.

Институт физики им. Л.В.Киренского
СО АН СССР, Красноярск

Поступило в Редакцию
18 мая 1990 г.
В окончательной редакции
20 декабря 1990 г.