

- [1] Александров А.Ф., Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А. Основы электродинамики плазмы. М.: Высшая школа, 1988. С. 424.

Институт общей физики
АН СССР, Москва

Поступило в Редакцию
3 октября 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 17, вып. 1

12 января 1991 г.

04

© 1991

О МОДУЛЯЦИОННОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН

Ю.Н. З а й к о

Ионно-звуковые волны в неизотермической двухкомпонентной плазме достаточно полно изучены как в линейном, так и в нелинейном приближении [1, 2]. Эта задача недавно вновь привлекла внимание в связи с вопросом о нелинейной генерации волн при опрокидывании крупномасштабного возмущения [3]. Условием применимости результатов [3] является устойчивость ионно-звуковой волны. Однако вычисление нелинейного дисперсионного уравнения в [3] проведено в общем виде, из чего трудно сделать какое-либо заключение о факте устойчивости. В настоящей работе получено нелинейное дисперсионное уравнение (НДУ) ионно-звуковых волн в явном виде и исследован вопрос о модуляционной устойчивости для достаточно высоких температур электронной компоненты.

В общепринятых обозначениях одномерная задача описывается системой уравнений

$$v_t + v v_z = -\frac{e}{m} \varphi_z; \quad n_t + (nv)_z = 0; \quad \varphi_{zz} = -4\pi e \left[n - n_0 \exp\left(\frac{e\varphi}{T}\right) \right], \quad (1)$$

где v , n — скорость и плотность ионов с зарядом e и массой m , φ — потенциал, T — температура электронов в энергетических единицах. Получим НДУ для решений (1). Для стационарных решений (1) вида $v(\theta)$, $\theta = kz - \omega t$ имеем уравнение

$$\xi \theta \theta' + \frac{1}{\xi - 1} \xi \theta^2 = \frac{\omega_{p0}^2}{\omega^2} \frac{1}{\xi - 1} \left\{ \frac{\xi_0 - 1}{\xi - 1} - e^{\alpha \left[\varphi_0 - \frac{1}{2}(\xi - 1)^2 \right]} \right\}, \quad (2)$$

где $\xi = \frac{k\omega}{\omega}$, $\xi_0 = \frac{k\omega_0}{\omega}$, $\omega_{p0}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m}$, $\alpha = \frac{m\omega^2}{k^2 T}$; n_0, ω_0 - невозмущенные значения n и ω ; постоянную ψ_0 , входящую в определение потенциала, найдем ниже.

Уравнение (2) имеет решение в квадратурах:

$$\theta = \theta_0 \pm \frac{\omega}{\omega_{p0}} \int \frac{(\xi-1)d\xi}{\sqrt{G - (\xi-\xi_0)^2 + (\xi-1)^2 + \frac{2}{\alpha} e^{\alpha\psi_0} \left[e^{-\frac{1}{2}\alpha(\xi-1)^2} - 1 \right]}}, \quad (3)$$

где \sqrt{G} - амплитуда волны при $\alpha \rightarrow 0$. Постоянную ψ_0 определим, исходя из условия, что при одновременном изменении знаков e и φ на противоположные картина колебаний не должна измениться, откуда следует, что колебания φ (и ψ) в волне должны происходить в симметричных пределах. Для этого найдем выражение для точек поворота $\xi_{1,2}$ в (3) с точностью до α . Используя затем

выражение для потенциала $\psi = \frac{ek^2}{m\omega^2} \varphi = \psi_0 - \frac{1}{2}(\xi-1)^2$ из условия $\psi(\xi_1) = -\psi(\xi_2)$, получим $\psi_0 = \frac{1}{2}(\xi_0-1) + \frac{1}{2}G$.

Дисперсионное уравнение $\oint d\theta = 2\pi$ с точностью до α (с целью избежать появления нефизических расходимостей) можно записать в виде

$$2\pi = \pm 4 \frac{\omega}{\omega_{p0}} \lim_{G_1 \rightarrow G} \frac{\partial}{\partial G_1} \int_{\xi_0 - \sqrt{G}}^{\xi_0 + \sqrt{G}} (\xi-1) d\xi \sqrt{G_1 - (\xi-\xi_0)^2 + \alpha \left[-\psi_0(\xi-1)^2 + \frac{1}{4}(\xi-1)^4 \right]} \quad (4)$$

(постоянная G в ψ_0 не дифференцируется). После вычислений имеем:

$$1 = \pm \frac{k\omega_0 - \omega}{\omega_{p0}} \left\{ 1 + \frac{m\omega^2}{k^2 T} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{k\omega_0}{\omega} - 1 \right)^2 - \frac{9}{32} G \right] \right\}. \quad (5)$$

Из (5) при $G \rightarrow 0$ следует линейное дисперсионное уравнение $\omega - k\omega_0 = \frac{\pm \omega_{p0}}{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{k_0}{k} \right)^2}$, которое совпадает с точным [1] при $k \gg k_0$, $k_0^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{T}$.

С помощью (5) получаем при $\omega_0 = 0$:

$$\frac{\partial \omega}{\partial G} \cdot \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \right)^{-1} \Big|_{G=0} = \frac{9}{32} k^2 \frac{1 + \frac{1}{2} \left(\frac{k_0}{k} \right)^2}{-3 + \frac{1}{2} \left(\frac{k_0}{k} \right)^2}. \quad (6)$$

Из критерия Лайтхилла [4] следует, что рассматриваемые волны модуляционно устойчивы для $k < \frac{k_0}{\sqrt{6}}$. В противоположном случае они неустойчивы, что меняет картину развития модуляционных возмущений в соответствии с общей теорией [4]. Учет $v_0 \neq 0$ при $v_0 \gg \frac{\omega_{pe}}{k}$ дает ту же границу устойчивости.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] Электродинамика плазмы / Под ред. Ахиезера А.И. и др. М.: Наука, 1974. 719 с.
- [2] К а д о м ц е в Б.Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1976. 238 с.
- [3] Г у р е в и ч А.В., К р ы л о в А.Л., Э л ь Г.А. // Физика плазмы. 1990. Т. 16. В. 2. С. 248.
- [4] У и з е м Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 622 с.

Поступило в Редакцию
31 августа 1990 г.

Письма в ЖТФ, том 17, вып. 1

12 января 1991 г.

05.1

© 1991

ЭФФЕКТИВНЫЙ РЕЛЬЕФ ПАЙЕРЛСА ТВЕРДЫХ РАСТВОРОВ

Б.В. П е т у х о в

Легирование или создание твердых растворов является одним из наиболее перспективных путей управления механическими свойствами материалов, его воздействие на пластичность интенсивно изучается как экспериментально, так и теоретически (см., например, [1]). Целью настоящей работы является изучение условий реализации кинкового механизма движения дислокаций в твердых растворах и объяснение специфического вида концентрационной зависимости предела текучести в этих материалах.

Ввиду большой жесткости дислокаций по отношению к изгибам, характерный размер дислокационных конфигураций, например, раз-

мер кинка (дислокационного перегиба) $d \sim a \left(\frac{G}{\sigma_p} \right)^{1/2}$, как правило,

намного превышает период кристаллической решетки a (G - модуль сдвига, σ_p - напряжение Пайерлса). Поэтому в не слишком разбавленных твердых растворах с концентрациями, удовлетворяю-