Резонансное прохождение электромагнитного импульса сквозь квантовую яму

© Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов*,**

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия
* Facultad de Fisica de la UAZ, Apartado Postal C-580,
98060 Zacatecas, Mexico
** Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук,
119991 Москва, Россия
E-mail: Korovin@mail.ioffe.ru

(Поступила в Редакцию 7 июня 2007 г.)

Вычислены отражение, прохождение и поглощение симметричного электромагнитного импульса, несущая частота которого близка к частоте прямых межзонных переходов в квантовой яме. Уровни энергии в квантовой яме считаются дискретными, учитываются два близкорасположенных возбужденных уровня. Теория справедлива для ям произвольной ширины, при которой сохраняется размерное квантование. Учитывается различие в показателях преломления квантовой ямы и барьеров. В этом случае появляется дополнительное отражение от границ квантовой ямы, что приводит к существенному изменению формы отраженного импульса по сравнению с однородной средой. Отражение от границ исчезает при определенных соотношениях между несущей частотой возбуждающего импульса и шириной квантовой ямы.

PACS: 78.47.+p, 78.66.-w

1. Введение

В наших предыдущих работах [1–4] были вычислены оптические характеристики (пропускание, отражение и поглощение) квантовой ямы при прохождении сквозь нее симметричного электромагнитного импульса. В [4] рассматривалась узкая яма с одним возбужденным уровнем и однородная среда, когда показатели преломления барьеров (ν_1) и квантовой ямы (ν) равны между собой. В [2] предполагалось, что в узкой квантовой яме имеются два близкорасположенных возбужденных уровня при условии $\nu = \nu_1$, в [4] при условии $\nu = \nu_1$ квантовая яма считалась широкой, когда ширина ямы сравнима с длиной волны, соответствующей несущей частоте импульса. В работе [3] рассматривалась широкая квантовая яма с одним возбужденным уровнем и учитывалось влияние неоднородности среды (когда $\nu \neq \nu_1$). Было показано, что для широкой квантовой ямы неоднородность среды заметно влияет на форму прошедшего яму и отраженного от нее импульсов, причем наибольшие изменения имеют место в отраженном импульсе. В настоящей работе теоретически исследуется временна́я и пространственная зависимости отраженного и прошедшего широкую квантовую яму симметричного электромагнитного импульса при наличии в ней узкого дублета возбужденных уровней и при условии $\nu \neq \nu_1$. Этот вопрос представляет интерес, так как по степени искажения прошедшего и отраженного импульсов можно судить о релаксационных процессах в системе, а в случае двух возбужденных уровней — и о соотношении их времен жизни. В однородной среде отраженный импульс обусловлен только резонаносм с дискретными уровнями в квантовой яме, если же $\nu \neq \nu_1$, то появляется дополнительное отражение от границ квантовой ямы, причем эти вклады интерферируют между собой, что приводит к нетривиальной зависимости оптических характеристик от ширины ямы.

Предполагается, что при низких температурах, слабом легировании и совершенных границах квантовой ямы вклад радиационного механизма может быть сравним со вкладом нерадиационных механизмов и, следовательно, нельзя ограничиться линейным по взаимодействию электрона с элекромагнитным полем импульса приближением, а необходимо учитывать все порядки этого взаимодействия [5–11]. Оценки показывают [12], что в квантовой яме возможно сохранение размерно квантованных уровней при $kd \geq 1$ (d — ширина квантовой ямы, k — модуль волнового вектора электромагнитной волны, соответствующей несущей частоте импульса). В этом случае необходимо учесть пространственную дисперсию волн, составляющих импульс [12,13].

Рассматривается система, состоящая из полупроводниковой квантовой ямы типа I, расположенной в интервале $0 \leq z \leq d$, и двух полубесконечных барьеров. Система находится в постоянном магнитном поле, направленном перпендикулярно плоскости квантовой ямы (плоскости xy), которое обеспечивает дискретность уровней. Возбуждающий световой импульс распроспраняется вдоль оси z со стороны отрицательных z. Барьеры прозрачны для импульса, а в квантовой яме импульс вызывает прямые межзонные переходы на уровни дублета. Подразумевается собственный полупроводник и низкие температуры. Предполагается, что в квантовой яме имеется узкий дублет возбужденных уровней. Влиянием других уровней на оптические характеристики можно пренебречь, если несущая частота возбуждающего импульса близка к частотам уровней дублета, остальные уровни расположены достаточно далеко от них. Предполагается также, что дублет расположен близко к минимуму зоны проводимости и уровни энергии можно рассматривать в приближении эффективной массы. Узким дублетом может быть, в частности, магнетополяронное состояние [14].

2. Фурье-образы электрического поля прошедшего и отраженного импульсов

Предполагается, что на квантовую яму падает нормально к плоскости xy со стороны отрицательных z симметричный возбуждающий импульс круговой поляризации, электрическое поле которого имеет вид

$$\mathbf{E}_0(z,t) = \mathbf{e}_l E_0(z,t) + \text{c.c.}, \tag{1}$$

$$E_0(z,t) = E_0 e^{-i\omega_l p}\{\Theta(p)e^{-\gamma_l p/2} + [1-\Theta(p)]e^{\gamma_l p/2}\}.$$

Здесь E_0 — вещественная амплитуда, $p = t - \nu_1 z/c$, $\mathbf{e}_l = (\mathbf{e}_x \pm i\mathbf{e}_y)/\sqrt{2}$ — единичные векторы круговой поляризации, $\mathbf{e}_x$ и $\mathbf{e}_y$ — вещественные орты, $\Theta(p)$ — функция Хевисайда, ω_l — несущая частота импульса, γ_l^{-1} определяет его ширину, c — скорость света в вакууме, ν_1 — показатель преломления барьеров. Фурье-образ функции (1) имет вид

$$\mathbf{E}_0(z,\omega) = \exp(ik_1 z)[\mathbf{e}_l E_0(\omega) + \mathbf{e}_l^* E_0(-\omega)],$$

$$E_0(\omega) = \frac{E_0\gamma_l}{(\omega-\omega_l)^2 + (\gamma_l/2)^2}, \quad k_1 = \frac{\nu_1\omega}{c}. \tag{2}$$

Электрическое поле в области $z \le 0$ состоит из суммы полей возбуждающего и отраженного импульсов. Его Фурье-образ удобно представить в виде

$$\mathbf{E}^l(z,\omega) = \mathbf{E}_0(z,\omega) + \Delta\mathbf{E}^l(z,\omega).$$

Здесь $\Delta\mathbf{E}_l(z,\omega)$ — электрическое поле отраженного импульса, оно имеет вид

$$\Delta\mathbf{E}^l(z,\omega) = \mathbf{e}_l \Delta E^l(z,\omega) + \mathbf{e}_l^* \Delta E^l(z,-\omega). \tag{3}$$

В области $z \ge d$ распространяется только прошедший квантовую яму импульс, для которого

$$\mathbf{E}^r(z,\omega) = \mathbf{e}_l E^r(z,\omega) + \mathbf{e}_l^* E^r(z,-\omega) \tag{4}$$

— Фурье-образ его поля.

Функции $\Delta E^l(z,\omega)$ и $E^r(z,\omega)$ можно рассматривать как скалярные амплитуды монохроматических волн, которые возникают в результате прохождения возбуждающей монохроматической волны сквозь квантовую яму. Случай, когда взаимодействие электромагнитной волны с электронной системой нельзя рассматривать как малое возмущение, а также когда $kd \ne 0$ и $\nu \ne \nu_1$ и в квантовой яме имеются два близкорасположенных возбужденных уровня, рассматривался в [15]. Было показано, что

$$\Delta E^l(z,\omega) = C_{\mathscr{R}} \exp(-ik_1 z), \quad z \le 0, \tag{5}$$

$$E^r(z,\omega) = C_{\mathscr{T}} \exp(ik_1 z), \quad z \ge d, \tag{6}$$

$C_{\mathscr{R}}$ и $C_{\mathscr{T}}$ определяют амплитуды отраженной и прошедшей волны соответственно. Для них получены выражения

$$C_{\mathscr{R}} = E_0\rho/\Delta, \quad C_{\mathscr{T}} = 4E_0\xi e^{-ik_1 d}[1 + (-1)^{m_c+m_v} e^{-ikd} N]/\Delta, \tag{7}$$

$$\Delta = L - 2(\xi-1)[(\xi+1)e^{-ikd} + (-1)^{m_c+m_v}(\xi-1)]N, \tag{8}$$

$$\rho = 2i(\xi^2-1)\sin(kd) + 2[(\xi^2+1)e^{-ikd} + (-1)^{m_c+m_v}(\xi^2-1)]N. \tag{9}$$

В формулах (7)–(9) введены обозначения

$$\xi = k/k_1 = \nu/\nu_1, \quad k = \nu\omega/c,$$

$$L = (\xi+1)^2 e^{-ikd} - (\xi-1)^2 e^{ikd}, \tag{10}$$

$m_c(m_v)$ — числа размерного квантования электрона (дырки). Предполагалось, что двум прямым межзонным переходам соответствует одна пара чисел m_c, m_v.

Зависимость от переменной ω определяется функцией N, которая имеет вид

$$N = \frac{-i(-1)^{m_c+m_v}\exp(ikd)(\varepsilon'/2)\Omega_0}{\tilde{\omega}_1\tilde{\omega}_2 + i(\varepsilon/2)\Omega_0}. \tag{11}$$

В (11) введены обозначения

$$\Omega_0 = \gamma_{r1}\tilde{\omega}_2 + \gamma_{r2}\tilde{\omega}_1,$$

$$\tilde{\omega}_j = \omega - \omega_j + i\gamma_j/2, \quad \tilde{\gamma}_{rj} = \varepsilon'\gamma_{rj}, \quad j = 1, 2. \tag{12}$$

Здесь ω_j — частоты межзонных переходов на уровни дублета, γ_j и $\gamma_{rj} \sim e^2/(\hbar c\nu)$ — нерадиационное и радиационное уширения уровней дублета [14].

В функцию N входит также комплексная величина $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$, которая имеет вид [3,13,15]

$$\varepsilon = \int_0^d dz\,\Phi(z)\left\{\int_0^z dy\,e^{ik(z-y)}\Phi(y) + \int_z^d dy\,e^{ik(y-z)}\Phi(y)\right\}. \tag{13}$$

Она определяет влияние пространственной дисперсии на радиационное уширение $\varepsilon'\gamma_{rj}$ и сдвиг $\varepsilon''\gamma_{rj}$ уровней дублета.

При выводе формулы (13) предполагалось, что сила Лоренца, определяемая внешним магнитным полем, велика по сравнению с кулоновской и обменной силами в электронно-дырочной паре и зависимость волновой функции пары от координаты z может быть представлена в виде множителя $\Phi(z)$ [15].

3. Зависимость от времени электрического поля отраженного и прошедшего импульсов

Временнáя зависимость скалярных амплитуд $\Delta E^l(z,\omega)$ и $E^r(z,\omega)$ определяестя известными формулами

$$\Delta E^l(z,t)\equiv\Delta E^l(s)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}d\omega e^{-i\omega s}\Delta E^l(z,\omega),\quad s=t+\nu_1 z/c,\tag{14}$$

$$E^r(z,t)\equiv E^r(p)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}d\omega e^{-i\omega p}E^r(z,\omega),\quad p=t-\nu_1 z/c.\tag{15}$$

Из выражений (7) и (8) видно, что у амплитуд $\Delta E^l(z,\omega)$ и $E^r(z,\omega)$ одинаковые знаменатели и соответственно одинаковые полюсы комплексной полоскости ω. Используя формулы (2), (7)–(9) и (11), получим следующие выражения для электрических полей в интегральной форме:

$$E^r(p)=\frac{2\xi E_0\gamma_l\exp(-ik_1d)}{\pi L}\times\int_{-\infty}^{+\infty}d\omega\frac{\exp(-i\omega p)U(\omega)}{[(\omega-\omega_l)^2+(\gamma_l/2)^2](\omega-\Omega_1)(\omega-\Omega_2)},\tag{16}$$

$$\Delta E^l(s)=\frac{E_0\gamma_l}{2\pi L}\times\int_{-\infty}^{+\infty}d\omega\frac{\exp(-i\omega s)V(\omega)}{[(\omega-\omega_l)^2+(\gamma_l/2)^2](\omega-\Omega_1)(\omega-\Omega_2)},\tag{17}$$

где

$$U(\omega)=\tilde\omega_1\tilde\omega_2-\varepsilon''\Omega_0/2,\tag{18}$$

$$V(\omega)=a\tilde\omega_1\tilde\omega_2+A\Omega_0/2.\tag{19}$$

В (19) введены обозначения

$$a=2i(\xi^2-1)\sin(kd),\tag{20}$$

$$A=ia\varepsilon-2i(-1)^{m_c+m_v}[\xi^2+1+(-1)^{m_c+m_v}(\xi^2-1)]\varepsilon'.\tag{21}$$

Знаменатели в подынтегральных функциях (16) и (17) имеют четыре одинаковых полюса в комплексной плоскости ω, а именно $\omega=\omega_l\pm i\gamma_l/2$, $\omega=\Omega_1$, $\omega=\Omega_2$. Полюс в верхней полуплоскости $\omega=\omega_l+i\gamma_l/2$ определяет временнýю зависимость при $p(s)\le 0$, остальные три полюса — при $p(s)\ge 0$. Полюсы Ω_1 и Ω_2 имеют вид

$$\Omega_{1(2)}=\Big\{\omega_1+\omega_2-(i/2)[\gamma_1+\gamma_2+f(\gamma_{r1}+\gamma_{r2}]\pm\sqrt{\{\omega_1-\omega_2-(i/2)[(\gamma_1-\gamma_2+f(\gamma_{r1}-\gamma_{r2})]\}^2-f^2\gamma_{r1}\gamma_{r2}}\Big\}/2.\tag{22}$$

Комплексный коэффициент $f=f_2+if_1$ входит в Ω_1 и Ω_2 в виде комбинаций $f\gamma_{r1}$ и $f\gamma_{r2}$,

$$f_1=\varepsilon''-\frac{(-1)^{m_c+m_v}\varepsilon'(1-\xi^2)\sin kd}{1+\xi^2+(-1)^{m_c+m_v}(1-\xi^2)\cos kd},\tag{23}$$

$$f_2=\varepsilon''-\frac{2\varepsilon'\xi}{1+\xi^2+(-1)^{m_c+m_v}(1-\xi^2)\cos kd}.\tag{24}$$

При интегрировании (14) и (15) учитывались только упомянутые выше четыре полюса, которые определяют резонансные вклады. В подынтегральных выражениях имеется ряд связанных с нулями функций L полюсов, расположенных в нижней полуплоскости ω. Однако эти полюсы расположены далеко от вещественной оси и их вклад в электрические поля мал по сравнению со вкладом резонансных членов.

Временнáя зависимость электрических полей представляется в виде

$$E^r(p)=(4\xi E_0/L)\exp(-ik_1d)\{[1-\Theta(p)]J_1+(J_2+J_3+J_4)\Theta(p)\},$$
$$\Delta E^l(s)=(E_0/L)\{[1-\Theta(s)]K_1+(K_2+K_3+K_4)\Theta(s)\},\tag{25}$$

где

$$J_{1(2)}=\frac{\exp[-i(\omega_l\pm i\gamma_l/2)p]U(\omega_l\pm i\gamma_l/2)}{(\omega_l-\Omega_1\pm i\gamma_l/2)(\omega_l-\Omega_2\pm i\gamma_l/2)},\tag{26}$$

$$J_{3(4)}=\mp\frac{i\gamma_l\exp[-i\Omega_{1(2)}p)U(\Omega_{1(2)})}{(\Omega_1-\Omega_2)[(\omega_l-\Omega_{1(2)})^2+(\gamma_l/2)^2]},\tag{27}$$

$$K_{1(2)}=\frac{\exp[-i(\omega_l\pm i\gamma_l/2)s]V(\omega_l\pm i\gamma_l/2)}{(\omega_l-\Omega_1\pm i\gamma_l/2)(\omega_l-\Omega_2\pm i\gamma_l/2)},\tag{28}$$

$$K_{3(4)}=\mp\frac{i\gamma_l\exp[-i\Omega_{1(2)}s)V(\Omega_{1(2)})}{(\Omega_1-\Omega_2)[(\omega_l-\Omega_{1(2)})^2+(\gamma_l/2)^2]}.\tag{29}$$

Функции $U(\omega)$ и $V(\omega)$ после постановки $\tilde\omega_1$, $\tilde\omega_2$ и Ω_0 принимают вид

$$U(\omega)=(\omega-\omega_1+i\gamma_1/2)(\omega-\omega_2+i\gamma_2/2)-(\varepsilon''/2)[\gamma_{r1}(\omega-\omega_2+i\gamma_2/2)+\gamma_{r2}(\omega-\omega_1+i\gamma_1/2)],\tag{30}$$

$$V(\omega)=a(\omega-\omega_1+i\gamma_1/2)(\omega-\omega_2+i\gamma_2/2)+(A/2)[\gamma_{r1}(\omega-\omega_2+i\gamma_2/2)+\gamma_{r2}(\omega-\omega_1+i\gamma_1/2)].\tag{31}$$

При выводе формул (22) для Ω_1 и Ω_2 предполагалось, что ω_l близка к резонансным частотам ω_1 и ω_2. Поэтому в дальнейшем параметры k и k_1 равны $k = \nu\omega_l/c$, $k = \nu_1\omega_l/c$. Аналогичное приближение было использовано в [3].

4. Предельные случаи

Из формул (25) и (31) следует, что $\Delta E^l(s)$ можно представить в виде суммы двух слагаемых, которые пропорциональны соответственно a и A. Коэффициент a обращается в нуль в двух предельных случаях: если $\xi = 1$ (приближение однородной среды), либо $kd = 0$ (узкая яма). Второе слагаемое равно нулю, если $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = 0$. Отсюда можно сделать вывод, что первое слагаемое обусловлено отражением от границ квантовой ямы, а второе — резонансом с уровнями в самой яме.

Из (13), (23) и (24) видно, что в случае $kd = 0$ $\varepsilon'' = f_1 = 0$, $\varepsilon' = 1$, $f_2 = \xi$ (если $m_c + m_v$ — четное число) и $f_2 = 1/\xi$ ($m_c + m_v$ — нечетное). Таким образом, в этом случае γ_{r1} и γ_{r21} перенормируются множителем ξ (или ξ^{-1}), а в остальном формулы для полей совпадают с полученными в [2]. Если $\xi = 1$, $kd \neq 0$, то формулы (16) и (17) переходят в полученные в [4].

Далее расчет проводится для случая

$$\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r, \quad \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma.$$

Такое равенство возможно, например, если дублет образован магнетополяроном, когда циклотронная частота равна частоте продольного оптического фонона [14]. В этом предельном случае $\Omega_{1(2)}$ из (22) равны

$$\Omega_{01(2)} = \Big[\omega_1 + \omega_2 - i(\gamma + f\gamma_r) \pm \sqrt{(\omega_1 - \omega_2)^2 - f^2\gamma_r^2}\Big]/2. \qquad (32)$$

Для однородной среды ($\xi = 1$) из (23) и (24) следует, что $f = \varepsilon$ и $\Omega_{01(2)}$ совпадает с аналогичными формулами, полученными в [4]. Таким образом, переход к неоднородной среде приводит к замене в резонансных знаменателях в формулах (26)–(29) функции ε на коэффициент f, который теперь влияет на сдвиг (f_1) и на радиационное уширение (f_2) уровней дублета. Аналогичная ситуация, как это видно из (22), имеет место и в общем случае $\gamma_{r1} \neq \gamma_{r2}$, $\gamma_1 \neq \gamma_2$.

Для численных расчетов удобно перейти к новым переменным, а именно

$$\Omega = \omega_l - \omega_1, \quad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2,$$

$$\beta_{01} = \Omega_{01} - \omega_1, \quad \beta_{02} = \Omega_{02} - \omega_1 \qquad (33)$$

(в этих переменных число независимых параметров в выражениях для оптических характеристик уменьшается на единицу), а также ввести резонансную частоту

$$\Omega_{\text{res}} \equiv \mathrm{Re}\beta_{01} = \Big[-\Delta\omega + f_1\gamma_r + \mathrm{Re}\sqrt{\Delta\omega^2 - f^2\gamma_r^2}\Big]/2, \qquad (34)$$

соответствующую межзонному резонансному переходу с частотой ω_1, перенормированной радиационными сдвигом.

В рассматриваемом предельном случае электрические поля принимают вид

$$E^r(p) = (4\xi E_0/L)e^{-i(k_1 d + \omega_l p)} \times \big\{[1 - \Theta(p)]J_{01} + (J_{02} + J_{03} + J_{04})\Theta(p)\big\},$$

$$\Delta E^l(s) = (4E_0/L)e^{-i\omega_l s} \times \big\{[1 - \Theta(s)]K_{01} + (K_{02} + K_{03} + K_{04})\Theta(s)\big\}, \qquad (35)$$

$$J_{01(2)} = \frac{\exp(\pm\gamma_l p/2)U_0(\Omega \pm i\gamma_l/2)}{(\Omega - \beta_{01} \pm i\gamma_l/2)(\Omega - \beta_{02} \pm i\gamma_l/2)}, \qquad (36)$$

$$J_{03(4)} = \mp\frac{i\gamma_l \exp[i(\Omega - \beta_{01(2)})p]U_0(\Omega_{01(2)})}{\sqrt{\Delta\omega^2 - f^2\gamma_r^2}[(\Omega - \beta_{01(2)})^2 + (\gamma_l/2)^2]}, \qquad (37)$$

$$K_{01(2)} = \frac{\exp(\pm\gamma_l s/2)V_0(\Omega \pm i\gamma_l/2)}{(\Omega - \beta_{01} \pm i\gamma_l/2)(\Omega - \beta_{02} \pm i\gamma_l/2)}, \qquad (38)$$

$$K_{03(4)} = \mp\frac{i\gamma_l \exp[i(\Omega - \beta_{01(2)})s]U_0(\Omega_{01(2)})}{\sqrt{\Delta\omega^2 - f^2\gamma_r^2}[(\Omega - \beta_{01(2)})^2 + (\gamma_l/2)^2]}. \qquad (39)$$

Вместо (30) и (31) появляются функции

$$U_0(\omega) = (\omega + i\gamma/2)(2\omega + \Delta\omega + i\gamma) - (\varepsilon''\gamma_r/2)(2\omega + \Delta\omega + i\gamma), \qquad (40)$$

$$V_0(\omega) = a(\omega + i\gamma/2)(\omega + \Delta\omega + i\gamma/2) + (A\gamma_r/2)(2\omega + \Delta\omega + i\gamma), \qquad (41)$$

в которых a и A определены в (20), (21).

Представляет также интерес случай, когда $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = 0$, т.е. взаимодействие электромагнитных волн с электронной системой отсутствует. Это может иметь место для частот, далеких от резонансных — тогда поглощение мало и им можно пренебречь. В этом случае из общих формул (25)–(31) следует, что

$$E^r(p) = (4\xi/L)E_0(z,t), \quad \Delta E^l(s) = (a/L)E_0(z,t), \qquad (42)$$

где $E_0(z,t)$ — скалярная амплитуда поля возбуждающего импульса, приведенная в (1). Таким образом, для прозрачной квантовой ямы электрические поля прошедшего и отраженного импульсов пропорциональны полю возбуждающего импульса, коэффициенты пропорциональности зависят от ξ и kd.

5. Отражение, пропускание и поглощение возбуждающего импульса

Поток энергии $\mathbf{S}(p)$, соответствующий электрическому полю возбуждающего импульса, определяется как [13]

$$\mathbf{S}(p) = (\mathbf{e}_z/4\pi)(c\nu_1)\big(\mathbf{E}_0(z,t)\big)^2 = \mathbf{e}_z S_0 \mathscr{P}(p), \qquad (43)$$

где $S_0 = c\nu_1 E_0^2/(2\pi)$, $\mathbf{e}_z$ — единичный вектор в направлении z. Безразмерная функция $\mathscr{P}(p)$ определяет пространственную и временну́ю зависимости потока энергии возбуждающего импульса,

$$\mathscr{P}(p) = \big(\mathbf{E}_0(z,t)\big)^2/S_0 = \Theta(p)e^{-\gamma_l p} + [1-\Theta(p)]e^{\gamma_l p}. \qquad (44)$$

Проходящий (справа от ямы) и отраженный (слева от ямы) потоки определяются соответственно как

$$\mathbf{S}_r(z,t) = (\mathbf{e}_z/4\pi)(c\nu_1)\big(\mathbf{E}^r(z,t)\big)^2 = \mathbf{e}_z S_0 \mathscr{T}(p),$$

$$\mathbf{S}_l(z,t) = -(\mathbf{e}_z/4\pi)(c\nu_1)\big(\Delta\mathbf{E}^l(z,t)\big)^2 = -\mathbf{e}_z S_0 \mathscr{R}(s), \qquad (45)$$

безразмерные функции $\mathscr{T}(p)$ и $\mathscr{R}(s)$ определяют доли прошедшей и отраженной энергии возбуждающего импульса. Доля энергии $\mathscr{A}(t)$, сконцентрированная внутри квантовой ямы, которая поглощается или вновь излучается, определяется очевидным равенством

$$\mathscr{A}(p) = \mathscr{P}(p) - \mathscr{R}(p) - \mathscr{T}(p) \qquad (46)$$

(так как для отражения $z \le 0$, в $\mathscr{R}$ переменная $s = t - |z|\nu/c$).

В предельном случае $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = 0$ $\mathscr{A} = 0$, $\mathscr{T} = |4\xi/L|^2\mathscr{P}(t)$, $\mathscr{R} = |a/L|^2\mathscr{P}(t)$, где $\mathscr{P}(t)$ соответствует возбуждающему импульсу. Учитывая (10), получаем, что

$$\mathscr{R}(t) = \frac{(\xi^2-1)^2\sin^2(kd)}{4\xi^2\cos^2(kd) + (\xi^2+1)^2\sin^2(kd)}\mathscr{P}(t),$$

$$\mathscr{T}(t) = \frac{4\xi^2}{4\xi^2\cos^2(kd) + (\xi^2+1)^2\sin^2(kd)}\mathscr{P}(t). \qquad (47)$$

Таким образом, в этом предельном случае $\mathscr{R}$ есть отражение от прозрачной пластинки и равно нулю при $kd = 0, \pi, 2\pi, \ldots$.

Для вычислений необходимо конкретизировать функцию $\Phi(z)$, которая входит только в определение ε (13). $\Phi(z)$ было выбрано в виде $\Phi(z) = (2/d)\sin(\pi m_c z/d)\sin(\pi m_v z/d)$ для $0 \le z \le d$ и $\Phi(z) = 0$ в барьерах, что соответствует свободной электронно-дырочной паре. В случае выбранной выше $\Phi(z)$ ε' и ε'', согласно (13), равны

$$\varepsilon' = 2\mathscr{B}^2[1 - (-1)^{m_c+m_v}\cos(kd)],$$

$$\varepsilon'' = 2\mathscr{B}\Bigg(\frac{(1+\delta_{m_c+m_v})(m_c+m_v)^2 + (m_c-m_v)^2}{8m_c m_v} - (-1)^{m_c+m_v}\mathscr{B}\sin kd - \frac{(2+\delta_{m_c+m_v})(kd)^2}{8\pi^2 m_c m_v}\Bigg),$$

$$\mathscr{B} = \frac{4\pi^2 m_c m_v kd}{[\pi^2(m_c+m_v)^2 - (kd)^2][(kd)^2 - \pi^2(m_c-m_v)^2]}. \qquad (48)$$

6. Результаты расчета и их обсуждение

Приведенные в (22) полюсы Ω_1 и Ω_2 определяют резонансные частоты $\mathrm{Re}\,\Omega_{1,2}$ и сдвиг $\mathrm{Im}\,\Omega_{1,2}$ уровней дублета. В предельном случае однородной среды и узкой квантовой ямы $\Omega_{1,2}$ совпадают с полученными в [2] величинами $(\Omega - iG/2)_{1(2)}$. В электрические поля импульса обратные времена жизни уровней дублета γ_{ri} входят в виде $\varepsilon'\gamma_{ri}$ и $\varepsilon''\gamma_{ri}$. В случае монохроматического облучения и импульсного облучения в однородной среде $\varepsilon'\gamma_{ri}$ и $\varepsilon''\gamma_{ri}$ определяют соответственно уширение и сдвиг уровней дублета [13,15,4]. В рассматриваемом выше общем случае импульсного облучения и неоднородной среды в Ω_1 и Ω_2 входят $f_1\gamma_{ri}$ и $f_2\gamma_{ri}$, которые зависят от параметров kd и ξ и от $\varepsilon'\gamma_{ri}$ и $\varepsilon''\gamma_{ri}$. Таким образом, вид функций f_2 и f_1 влияет на радиационный сдвиг и уширение уровней.

Если $\xi = 1$, $kd \ne 0$, то $f_1 = \varepsilon''$, $f_2 = \varepsilon'$. В случае $kd = 0$ сдвиг уровней отсутствует, а уширение определяется величинами $\xi\gamma_{ri}$. Так как при $kd \ne 0$ $\gamma_{ri} \sim \nu^{-1}$, величина $\xi\gamma_{ri} \sim \nu_1^{-1}$ является обратным временем жизни при нулевой ширине ямы [15].

На рис. 1, *a* представлена зависимость функции f_1 из (23), которая связана со сдвигом уровней дублета, от kd для различных значений ξ. Из рисунка видно, что в точках $kd = 0, \pi, 2\pi \ldots$ $f_1 = \varepsilon''$, т.е. влияние неоднородности среды на сдвиг уровней исчезает. Зависимость f_2 (см. (24)) от kd показана на рис. 1, *b*. В точках $kd = 0, \pi, 2\pi \ldots$ f_2 имеет место наибольшее отклонение от ε', так как в этих точках $f_2 = \xi$.

Функции $\mathscr{R}, \mathscr{A}$ и $\mathscr{T}$ вычислялись для случая $\gamma_{r1} = \gamma_{r2} = \gamma_r$, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$ по формулам (35). Предполагался прямой разрешенный межзонный переход с квантовыми числами $m_c = m_v = 1$. На рисунках показано изменение во времени оптических характеристик квантовой ямы при прохождении светового импульса для разных значений параметров kd и $\xi = \nu/\nu_1$. Поскольку функции $\mathscr{R}$ и $\mathscr{T}$ являются однородными функциями обратных времен жизни и частот $\omega_1, \omega_2, \omega_l$, выбор единиц измерения здесь произволен. Для определенности все выражено в eV. Все графики $\mathscr{R}, \mathscr{T}$ и $\mathscr{A}$ получены для случаяи $\Omega = \Omega_{\mathrm{res}}$, где Ω и Ω_{res} определены формулами (33), (34).

На рис. 2 приведен коэфициент отражения $\mathscr{R}$ для узкого по сравнению с $\Delta\omega$ возбуждающего импульса и малого радиационного уширения ($\gamma_r \ll \gamma, \gamma_l$). Все кривые соответствуют значению $kd = 1.5$. В этом случае, как это следует из рис. 1, радиационное уширение близко к $\varepsilon'\gamma_r$ и слабо зависит от ξ. С другой стороны, радиационный сдвиг уровней $f_1 = \varepsilon'' - (1 - \xi^2)/(1 + \xi^2)$ существенно зависит от параметра ξ. Из рисунка видно, что отражение радикально меняется при переходе от однородной среды ($\xi = 1$) к неоднородной ($\xi \neq 1$). Например, при $\xi = 1.3$ отражение в максимуме увеличивается в 25 раз по сравнению со случаем $\xi = 1$, при $\xi = 0.7$ — в 50 раз. Резкое увеличение $\mathscr{R}$ есть проявление отражения от границ квантовой ямы, которое равно нулю, если $\xi = 1$.

Аналогичная ситуация показана на рис. 3, который относится к возбуждающему импульсу средней продолжительности, когда $\gamma_l \cong \Delta\omega$ и $\gamma_r \ll \gamma \ll \gamma_l$. На рис. 3, a ($kd = 0$) отсутствует отражение от границ и зависимость отражения от ξ определяется только параметром $\xi\gamma_r$. На рис. 3, b ($kd = 1.5$), где существенно отражение от границ, имеет место резкое усиление отражения по сравненинию со случаем $kd = 0$: отношение

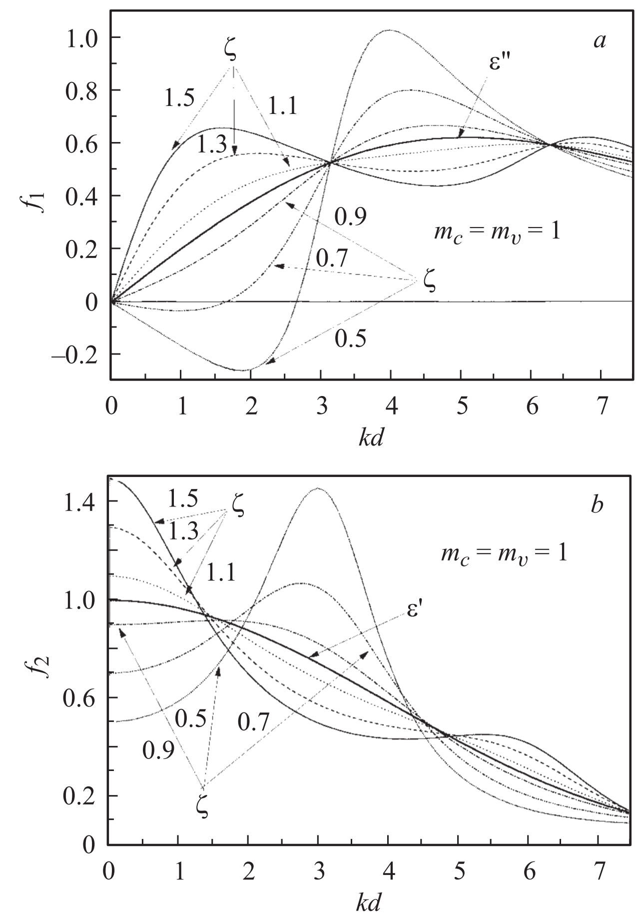

Рис. 1. Зависимость f_1 (a) и f_2 (b) от параметра kd (см. (23) и (24) соответственно) при различных значениях $\xi = \nu/\nu_1$.

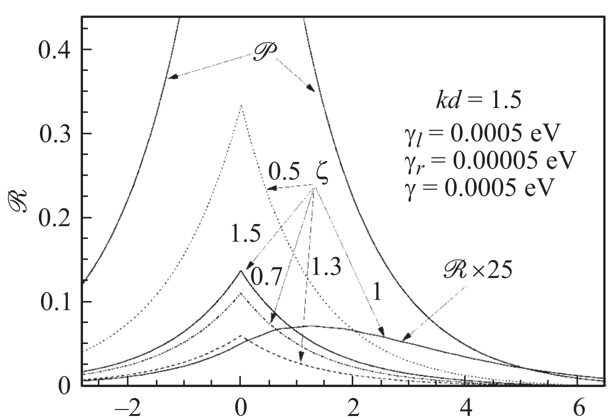

Рис. 2. Временна́я зависимость коэффициента отражения $\mathscr{R}$ для узкого по сравнению с $\Delta\omega$ возбуждающего импульса ($\Delta\omega = 0.0065$ eV) и малого радиационного уширения $\gamma_r \ll \gamma, \gamma_l$.

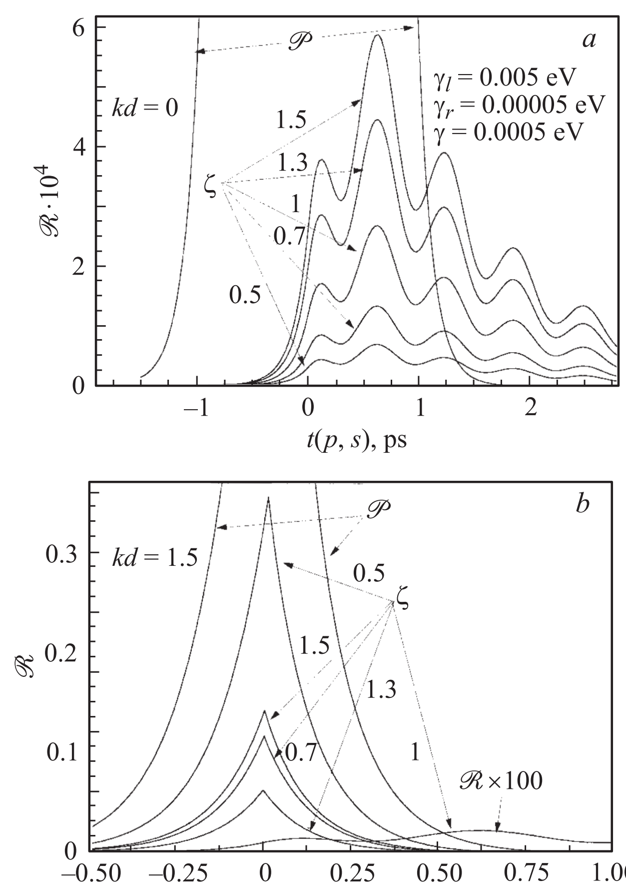

Рис. 3. Временна́я зависимость коэффициента отражения $\mathscr{R}$ в случае возбуждающего импульса средней продолжительности ($\Delta\omega = 0.0065$ eV, $\gamma_l = 0.005$ eV). a — отражение от границ квантовой ямы отсутствует ($kd = 0$), b — отражение от границ максимально ($kd = 1.5$).

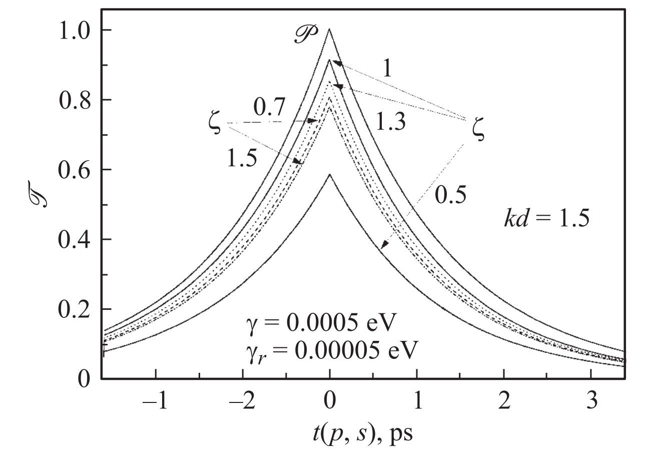

Рис. 4. Временна́я зависимость пропускания $\mathscr{T}$ в случае наибольшего отражения от границ квантовой ямы ($kd = 1.5$). Параметры совпадают с использованными для рис. 2.

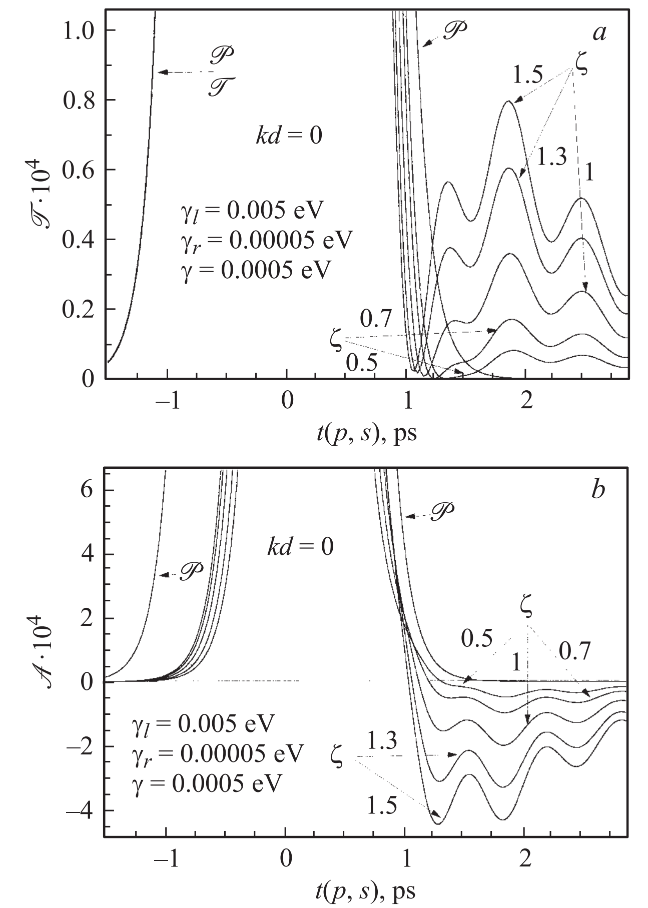

Рис. 5. Временна́я зависимость пропускания $\mathscr{T}$ (a) и поглощения $\mathscr{A}$ (b) в случае узких квантовых ям ($kd = 0$), когда отражение от границ ямы отсутствует. $\Delta\omega = 0.0065$ eV.

$\mathscr{R}(\xi \neq 0)/\mathscr{R}(\xi = 0)$ в максимуме отражения увеличивается в 200 ($\gamma = 1.3$) и в 1100 ($\gamma = 0.5$) раз.

На рис. 4 и 5 показано влияние неоднородности среды на пропускание $\mathscr{T}$ и на долю энергии, накопленной квантовой ямой в результате резонансных переходов $\mathscr{A}$. На рис. 4 параметры $\gamma_l, \gamma, \gamma_r$ такие же, как на рис. 2, а на рис. 5 они совпадают с параметрами рис. 3. На рис. 4 кривые $\mathscr{T}(p)$ приведены для $kd = 1.5$, когда отражение от границ наибольшее. При $kd = 0$ и π это отражение исчезает и изменение ξ мало влияет на $\mathscr{T}(p)$. На рис. 5 кривые $\mathscr{T}$ и $\mathscr{A}$ вычислены для $kd = 0$. В этом случае зависимость $\mathscr{T}(p)$ и $\mathscr{A}$ от ξ обусловлена только параметром $\xi\gamma_r$. Обращает на себя внимание появление генерации (отрицательного поглощения) после прохождения импульса (рис. 5, b). Генерация обусловлена тем, что электронная система не успевает полностью поглотить либо излучить энергию, накопленную в результате резонансных переходов, за время прохождения импульсов квантовой ямы.

Из приведенных выше результатов следует, что учет различия в показателях преломления квантовой ямы и барьеров заметнее всего сказывается на отражении. Наиболее сильно оно проявляется в том случае, когда отражение, обусловленное резонансными переходами в квантовой яме, является малой величиной. Отражение от границ квантовой ямы зависит от величины kd и обращается в нуль при $kd = p\pi$, где p — целое число. В этих точках система квантовая яма–барьеры ведет себя как однородная оптическая среда. Отличие от однородной среды заключается в замене радиационного уширения $\varepsilon'\gamma_r$ на $\varepsilon'\xi\gamma_r$.

Оптические свойства квантовой ямы похожи на оптические свойства пластинки с параллельными гранями, помещенной в среду с другим показателем преломления. Действительно, если поглощение мало (например, если несущая частота возбуждающего импульса далека от резонансных частот поглощения), то $\mathscr{R}$ и $\mathscr{T}$ описываются формулой (47), которая справедлива для такой пластинки в случае импульсного облучения. Резкое уменьшение отражения в точках $kd = p\pi$ имеет место и вблизи резонансных частот поглощения.

Список литературы

[1] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **42**, 2230 (2000); cond-mat 0006364.
[2] D.A. Contreras-Solorio, S.T. Pavlov, L.I. Korovin, I.G. Lang. Phys. Rev. B **62**, 16 815 (2000); cond-mat 0002229.
[3] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **44**, 1681 (2002); cond-mat 0203390.
[4] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ФТТ **49**, 1893 (2007).
[5] L.C. Andreani, F. Tassone, F. Bassani. Solid State Commun. **77**, 641 (1991).
[6] Е.Л. Ивченко. ФТТ **33**, 2388 (1991).
[7] F. Tassone, F. Bassani, L.C. Andreani. Phys. Rev. B **45**, 6023 (1992).
[8] T. Stroucken, A. Knorr, P. Thomas, S.W. Koch. Phys. Rev. B **53**, 2026 (1996).
[9] L.C. Andreani, G. Panzarini, A.V. Kavokin, M.R. Vladimirova. Phys. Rev. B **57**, 4670 (1998).
[10] S.V. Goupalov, E.L. Ivchenko. J. Cryst. Growth **184/185**, 393 (1998).

[11] С.В. Гупалов, Е.Л. Ивченко. ФТТ **42**, 1976 (2000).
[12] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **43**, 2091 (2001); cond-mat 0104262.
[13] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, С.Т. Павлов. ФТТ **48**, 1693 (2006); cond-mat 0403302.
[14] И.Г. Ланг, Л.И. Коровин, Д.А. Контрерас-Солорио, С.Т. Павлов. ФТТ **44**, 2084 (2002); cond-mat 0001248.
[15] Л.И. Коровин, И.Г. Ланг, С.Т. Павлов. ФТТ **48**, 2208 (2006); cond-mat 0605650.