

К теории магнитоэлектронных волн в ферритовой пленке с переходными слоями

© В.В. Шагаев

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (Калужский филиал),
248000 Калуга, Россия

E-mail: shagaev_vv@rambler.ru

(Поступила в Редакцию 5 апреля 2007 г.)

Выведено уравнение дисперсии магнитоэлектронных волн в ферритовой пленке с неоднородными слоями вблизи границ раздела. Показано, что для учета переходных слоев достаточно использовать один интегральный параметр — эффективную толщину пленки. Установлено, что слоистая неоднородность приводит к дополнительному затуханию волн. Полученные соотношения применены для анализа дисперсии и затухания основных типов магнитоэлектронных волн.

PACS: 75.70-i, 41.20.Gz

1. Введение

В результате экспериментальных исследований установлено, что химический состав ферритовых пленок изменяется по толщине, причем наиболее существенно отличаются по составу и магнитным свойствам переходный слой пленка-подложка и поверхностный слой пленки [1]. Толщина обоих слоев составляет десятки доли микрона. Вместе с тем при изучении волновых процессов, протекающих в пленочных ферритах, как правило, используется модель однородной пленки с резкими границами раздела.

Целью настоящей работы было построение теории магнитоэлектронных волн (МЭВ), учитывающей слоистую структуру пленки. При этом основное внимание было уделено выводу уравнений дисперсии магнитоэлектронных волн. Развитие теории в данном направлении вызывает интерес и в связи со следующим обстоятельством. Изменение химического состава пленок приводит к изменению по толщине электродинамических свойств феррита. Простой анализ показывает, что в частотных диапазонах основных типов МЭВ у компонентов тензора магнитной проницаемости μ_{ij} в переходных слоях появляются особенности вида $\mu_{ij} \rightarrow \infty$ или $\mu_{ij} = 0$. Так, в нормально намагниченной пленке спектр прямых объемных МЭВ (ПОМЭВ) занимает частотный интервал

$$g(H_e - 4\pi M_0) < f < g\sqrt{H_e(H_e - 4\pi M_0)},$$

где f — частота (МГц), H_e — напряженность внешнего намагничивающего поля (Ое), $4\pi M_0$ — намагниченность насыщения чистого феррита (Г), $g = 2.8 \text{ МГц/Ое}$ — гиромагнитное отношение. Компоненты тензора магнитной проницаемости имеют вид [2]

$$\mu_{11} = 1, \quad \mu_{12} = \mu_{21} = 0, \\ \mu_{22}(\xi) = 1 + \frac{4\pi M(\xi)[H_e - 4\pi M(\xi)]}{[H_e - 4\pi M(\xi)]^2 - \left(\frac{f}{g}\right)^2}.$$

Здесь и далее используется система координат $\xi\eta\zeta$, у которой ось ξ перпендикулярна плоскости пленки, а ось

η направлена вдоль волнового вектора МЭВ (рис. 1). Зависимость $4\pi M(\xi)$ описывает изменение намагниченности насыщения по толщине пленки. В переходном слое пленка-подложка значение $4\pi M(\xi)$ меняется от $4\pi M_0$ в феррите до 0 в подложке (слабая парамагнитная намагниченность подложки практически не оказывает влияния на рассматриваемые процессы). Тогда из выражения $\mu_{22}(\xi)$ следует, что для любой частоты из спектра ПОМЭВ в переходном слое будет существовать значение ξ , для которого $\mu_{22} \rightarrow \infty$.

Аналогично можно проанализировать касательно намагниченную пленку. Основными типами МЭВ здесь будут обратные объемные МЭВ (ООМЭВ), распространяющиеся вдоль направления намагничивания, и поверхностная МЭВ (ПМЭВ), распространяющаяся перпендикулярно намагничивающему полю. Анализ показывает, что для частот из спектров обоих типов волн в координатной зависимости $\mu_{11}(\xi)$ существует особенность вида $\mu_{11} = 0$, причем у ООМЭВ особенность возникает в переходном слое пленка-подложка, а у ПМЭВ — в пе-

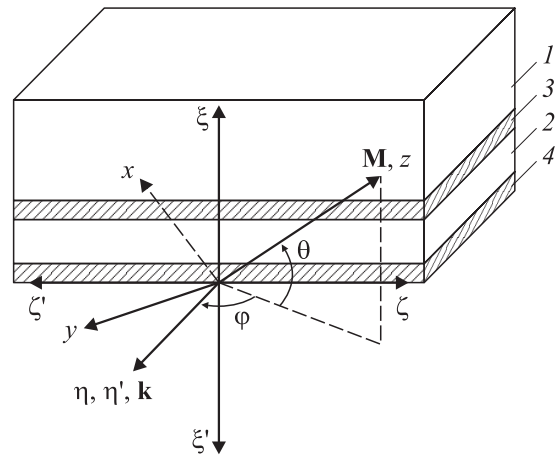


Рис. 1. Модель ферритовой пленки и использованные системы координат. 1 — подложка, 2 — пленка, 3, 4 — переходные слои. \mathbf{M} — вектор постоянной намагниченности, \mathbf{k} — волновой вектор МЭВ.

реходном слое на границе пленка–вакуум. Такое различие связано с необходимостью выполнения неравенства $4\pi M(\xi) < 4\pi M_0$ в первом случае и $4\pi M(\xi) > 4\pi M_0$ во втором. Согласно [1], в одном слое происходит убывание намагниченности, а в другом — небольшое возрастание.

Возникает вопрос о физической интерпретации электродинамических особенностей. Отметим, что распространение электромагнитной волны в слоистой среде с особенностью диэлектрической проницаемости вида $\varepsilon = 0$ было рассмотрено в монографии [3]. В этом случае в плоскости, где ε обращается в нуль, происходит поглощение энергии волны. Причем поглощение остается конечным даже при сколь угодно малом значении мнимой части ε . Можно предположить, что аналогичный процесс протекает и в магнитной гиротропной среде с неоднородной структурой. Поэтому при построении теории выявлялись факторы, влияющие на затухание МСВ.

2. Исходные соотношения

Рассмотрим намагниченную до насыщения ферритовую пленку и распространяющуюся МСВ с волновым вектором $\mathbf{k} \parallel \eta$ и круговой частотой ω . Координатная и временная зависимости напряженности магнитного поля МСВ описываются выражением $\mathbf{h}(\xi) \exp(i\omega t - ik\eta)$. Учет слоистой неоднородности пленки будем осуществлять через зависимость компонентов тензора магнитной проницаемости μ_{ij} от координаты ξ . Из уравнений магнитостатики получим для поля МСВ следующие соотношения:

$$h_\xi = \frac{i}{k} \frac{dh_\eta}{d\xi}, \quad h_\xi = 0,$$

$$\frac{d(\mu_{11} \frac{dh_\eta}{d\xi} - ik\mu_{12}h_\eta)}{d\xi} - ik\mu_{21} \frac{dh_\eta}{d\xi} - k^2\mu_{22}h_\eta = 0. \quad (1)$$

Решения уравнения (1), удовлетворяющие электродинамическим граничным условиям, будут задавать закон дисперсии МСВ. В случае однородных пленок, когда $\mu_{ij}(\xi) = \text{const}$, уравнение легко решается и приводит к известным законам дисперсии. Учет координатной зависимости $\mu_{ij}(\xi)$ не позволяет найти общее решение уравнения в аналитическом виде. Выполним преобразование уравнения (1), целью которого будет выделение малого параметра и нахождение приближенного решения. Введем вместо $h_\eta(\xi)$ функцию $R(\xi)$:

$$-\frac{p_1 + p_2 R}{1 + R} = \frac{b_\xi}{h_\eta} = \mu_{12} + \mu_{11} \frac{i}{kh_\eta} \frac{dh_\eta}{d\xi}. \quad (2)$$

Здесь $b_\xi = (\mu_{11}h_\xi + \mu_{12}h_\eta)$ — нормальная компонента вектора магнитной индукции МСВ, а функции $p_{1,2}(\xi)$ связаны с $\mu_{ij}(\xi)$ соотношениями

$$p_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\mu_{21} - \mu_{12} \pm \sqrt{(\mu_{12} + \mu_{21})^2 - 4\mu_{11}\mu_{22}} \right] \quad (3)$$

(в (2), (3) и далее в сложных выражениях для упрощения записи будем опускать скобки, указывающие на

зависимость величин от ξ). Из (1)–(3) следует

$$\frac{dR}{d\xi} = \frac{1}{\Delta p} \frac{dp_1}{d\xi} + \frac{R}{\Delta p} \left(\frac{dp_1}{d\xi} + \frac{dp_2}{d\xi} \right) + \frac{R^2}{\Delta p} \frac{dp_2}{d\xi} - iR \frac{k\Delta p}{\mu_{11}}, \quad (4)$$

$$\Delta p = p_1 - p_2.$$

Необходимо знать граничное условие для функции $R(\xi)$. Рассмотрим вначале переходной слой пленка–подложка с непрерывным изменением параметров среды. При $\xi \rightarrow +\infty$ компоненты тензора магнитной проницаемости будут стремиться к следующим предельным значениям: $\mu_{11}, \mu_{22} \rightarrow 1, \mu_{12}, \mu_{21} \rightarrow 0$, и соответственно $p_{1,2} \rightarrow \pm i$. При этом решение уравнения (1) будет $h_\eta(\xi) \sim \exp(-k\xi)$. Подставляя предельные выражения в (2), получим граничное условие

$$R(+\infty) = 0. \quad (5)$$

Таким образом, задача заключается в нахождении решения уравнения (4), удовлетворяющего граничному условию (5).

3. Вывод уравнения дисперсии

Уравнение (4) является уравнением Риккати общего вида и не интегрируется в квадратурах. Однако если упростить уравнение, исключив из него последний член, то решение упрощенного уравнения выражается в замкнутом виде. В связи с этим может быть поставлена задача о нахождении приближенного решения уравнения (4) для случая, когда последний член становится много меньше остальных. Исследуем данный вопрос более подробно. Будем полагать, что в переходном слое можно выделить область резкого изменения магнитных параметров. Размер этой области (a), по сути, является толщиной переходного слоя и определяет координатную зависимость компонентов тензора магнитной проницаемости. Введем безразмерную координату $\tilde{\xi} = \xi/a$ и перепишем уравнение (4) в виде

$$\frac{dR}{d\tilde{\xi}} = \frac{1}{\Delta p} \frac{dp_1}{d\tilde{\xi}} + \frac{R}{\Delta p} \left(\frac{dp_1}{d\tilde{\xi}} + \frac{dp_2}{d\tilde{\xi}} \right) + \frac{R^2}{\Delta p} \frac{dp_2}{d\tilde{\xi}} - iR \frac{ak\Delta p}{\mu_{11}}.$$

Вдали от точек с электродинамическими особенностями условие малости последнего члена выражается неравенством

$$\left| \frac{ak\Delta p}{\mu_{11}} \right| \ll 1. \quad (6)$$

Физическое содержание неравенства заключается в требовании малости толщины переходного слоя по сравнению с размером области изменения амплитуды МСВ. Анализ неравенства показывает, что его можно преобразовать к виду $(a/d)D(kd) \ll 1$, где d — толщина пленки, $D(kd)$ — параметр, зависящий от kd . В вакууме и в подложке $D_v(kd) = 2kd$. В феррите конкретный вид зависимости $D(kd)$ определяется типом МСВ. Для

ПОМСВ и ООМСВ зависимость будет возрастающей с конечными значениями при $kd \rightarrow 0, \infty$: $0 < D_{FW}(kd)$, $D_{BW}(kd) < 2\pi$, а для ПМСВ — $D_{SW}(kd) = 2kd$. На практике (в магнитодипольном приближении) имеем $kd < 1$ и $(a/d) \ll 1$, так что неравенство (6) выполняется. Что касается особых точек уравнения (4), то они будут учтены методами теории аналитических функций.

Будем искать решение уравнения (4), учитывая последний член с помощью теории возмущений. Для нулевого приближения, $R(\xi) = R_0(\xi)$, уравнение имеет вид

$$\frac{dR_0}{d\xi} = \frac{1}{\Delta p} \frac{dp_1}{d\xi} + \frac{R_0}{\Delta p} \left(\frac{dp_1}{d\xi} + \frac{dp_2}{d\xi} \right) + \frac{R_0^2}{\Delta p} \frac{dp_2}{d\xi}. \quad (7)$$

Его решение, удовлетворяющее граничному условию (5), будет

$$R_0(\xi) = -\frac{p_1(\xi) - i}{p_2(\xi) - i}. \quad (8)$$

Для поправки первого приближения, $R(\xi) = R_0(\xi) + R_1(\xi)$, получим уравнение

$$\frac{dR_1}{d\xi} = \frac{R_1}{\Delta p} \left(\frac{dp_1}{d\xi} + \frac{dp_2}{d\xi} \right) + \frac{2R_0R_1}{\Delta p} \frac{dp_2}{d\xi} - iR_0 \frac{k\Delta p}{\mu_{11}} \quad (9)$$

с граничным условием $R_1(\infty) = 0$.

Уравнение упростится при замене $R_1(\xi) \rightarrow r_1(\xi)$ согласно формуле

$$R_1 = r_1 \frac{\Delta p}{(p_2 - i)^2}.$$

С учетом выражения (8) получим уравнение

$$\frac{dr_1}{d\xi} = \frac{ik(p_1 - i)(p_2 - i)}{\mu_{11}}, \quad r_1(+\infty) = 0. \quad (10)$$

Уравнение может иметь в переходном слое особую точку. Такая возможность обсуждалась выше, а в Приложении выведено уравнение для полюса правой части. Введем для полюса, расположенного в переходном слое пленка-подложка, обозначение ξ_s . Для $\xi > \xi_s$ уравнение (10) легко интегрируется

$$r_1(\xi) = ik \int_{\infty}^{\xi} \frac{(p_1 - i)(p_2 - i)}{\mu_{11}} d\xi. \quad (11)$$

Для $\xi < \xi_s$ интеграл будет расходящимся из-за наличия особой точки подынтегрального выражения. Чтобы найти решение в области значений $\xi < \xi_s$, построим аналитическое продолжение решения (11). При этом поступим следующим образом (аналогичный прием был использован в [3]). Введем дополнительный параметр, сдвигающий полюс в область комплексных значений переменной ξ . Это можно сделать, например, с помощью учета затухания колебаний вектора намагниченности и

соответственно заменой в выражениях μ_{ij} напряженности намагничивающего поля на комплексную величину: $H_e \rightarrow H_e + i(\Delta H/2)$. Параметр ΔH совпадает с шириной кривой однородного ферромагнитного резонанса [4]. Смещение полюса в одну из комплексных полуплоскостей обеспечит сходимость интеграла (11) для $\xi < \xi_s$. В проинтегрированном выражении выполним предельный переход $\Delta H \rightarrow 0$. Согласно теории функций комплексного переменного [5], указанная процедура эквивалентна интегрированию по пути, идущему в обход значения $\xi = \xi_s$ и лежащему в той полуплоскости, где нет „смещенных“ полюсов (и где к тому же выполняется неравенство (6)). Тогда аналитическое продолжение (11) в область значений $\xi < \xi_s$ будет иметь следующий вид:

$$r_1(\xi) = ik \times \left[\text{m.v.} \int_{\infty}^{\xi} \frac{(p_1 - i)(p_2 - i)}{\mu_{11}} d\xi - i\pi c_s \text{sign}(\text{Im } \xi_{s,\Delta H}) \right].$$

Здесь символом *m.v.* обозначено главное значение интеграла вблизи полюса и $\text{sign}(\text{Im } \xi_{s,\Delta H}) = \pm 1$ соответственно для полюсов в верхней и в нижней полуплоскости. Символом c_s обозначен коэффициент главного члена ряда Лорана подынтегрального выражения вблизи ξ_s :

$$\frac{(p_1 - i)(p_2 - i)}{\mu_{11}} \approx \frac{c_s}{\xi - \xi_s}.$$

После подстановок и перестановки пределов интегрирования получим поправку первого приближения для $\xi < \xi_s$:

$$R_1 = R_0 \frac{ik\Delta p}{(p_1 - i)(p_2 - i)} \times \left[\text{m.v.} \int_{\xi}^{\infty} \frac{(p_1 - i)(p_2 - i)}{\mu_{11}} d\xi + i\pi c_s \text{sign}(\text{Im } \xi_{s,\Delta H}) \right]. \quad (12)$$

С учетом малости отношения R_1/R_0 полное решение можно представить в виде

$$R = R_0 + R_1 \approx R_0 \exp\left(\frac{R_1}{R_0}\right).$$

Тогда окончательно получим

$$R(\xi) = -\frac{p_1(\xi) - i}{p_2(\xi) - i} \exp\left\{ \frac{ik\Delta p(\xi)}{[p_1(\xi) - i][p_2(\xi) - i]} \times \left[\text{m.v.} \int_{\xi}^{\infty} \frac{(p_1 - i)(p_2 - i)}{\mu_{11}} d\xi + i\pi c_s \text{sign}(\text{Im } \xi_{s,\Delta H}) \right] \right\}. \quad (13)$$

Смысл преобразования, связанного с перемещением поправки первого приближения в показатель экспоненты,

состоит в следующем. Выражение (13) будет решением уравнения (4) не только в переходном слое, где последний член мал, но и вдали от него, где последний член становится основным. Действительно, внутри пленки, там где зависимостью $p_{1,2}(\xi)$ можно пренебречь, уравнение (4) принимает вид

$$\frac{dR}{d\xi} = -ik \frac{\Delta p}{\mu_{11}} R. \quad (14)$$

При этом координатная зависимость выражения (13) приобретает вид, совпадающий с видом решения уравнения (14):

$$R(\xi) \sim \exp\left(-\frac{ik\Delta p\xi}{\mu_{11}}\right).$$

Таким образом, выражение (13) „сшивает“ решения в переходном слое и вдали от него — в однородной области ферритовой пленки.

На следующем этапе выполним аналогичное рассмотрение другого переходного слоя — пленка–вакуум. Далее из обоих рассмотрений будут найдены два выражения для отношения b_ξ/h_η (согласно (2)). Условие непрерывности отношения и даст искомое уравнение дисперсии.

Переходный слой на границе пленка–вакуум удобно рассмотреть в системе координат $\xi'\eta'\xi'$ (рис. 1), связанной с $\xi\eta\xi$ равенствами

$$\xi' = -\xi, \quad \eta' = \eta, \quad \xi' = -\xi.$$

Видно, что имеется аналогия в расположении слоев по отношению к соответствующим системам координат, и это позволяет использовать полученные выше соотношения. Действуя по тому же плану, что и ранее, введем в рассмотрение величину R' :

$$-\frac{p'_1 + p'_2 R'}{1 + R'} = \frac{b_{\xi'}}{h_{\eta'}} = \mu'_{12} + \mu'_{11} \frac{i}{kh_{\eta'}} \frac{dh_{\eta'}}{d\xi'}. \quad (15)$$

Здесь компоненты тензора магнитной проницаемости выделены штрихом, так как их выражения в системе координат $\xi'\eta'\xi'$ отличаются от выражений в системе $\xi\eta\xi$. Величины $p'_{1,2}$ выражаются через μ'_{ij} по аналогии с формулой (3). Так же по аналогии с (4) запишем уравнение

$$\begin{aligned} \frac{dR'}{d\xi'} &= \frac{1}{\Delta p'} \frac{dp'_1}{d\xi'} + \frac{R'}{\Delta p'} \left(\frac{dp'_1}{d\xi'} + \frac{dp'_2}{d\xi'} \right) \\ &+ \frac{R'^2}{\Delta p'} \frac{dp'_2}{d\xi'} - iR' \frac{k\Delta p'}{\mu'_{11}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Необходимо задать граничное условие. В отличие от переходного слоя пленка–подложка на границе пленка–вакуум свойства среды меняются скачком. Граничное условие можно получить из условия непрерывности $b_{\xi'}/h_{\eta'}$ при $\xi' = 0$. В вакууме $\mu'_{12} = 0$, $\mu'_{11} = 1$,

$h_{\eta'} \sim \exp(-k\xi')$ и $b_{\xi'}/h_{\eta'} = -i$. Тогда из (15) следует граничное условие

$$R'(0) = -\frac{p'_1(0) - i}{p'_2(0) - i}. \quad (17)$$

Здесь $p'_{1,2}(0)$ — значения параметров в пленке на границе с вакуумом.

Несмотря на отличие граничного условия (17) от (5), решение уравнения (16), построенное методом теории возмущений, будет иметь ту же структуру, что и решение уравнения (4) с граничным условием (5). В самом деле в нулевом приближении с учетом (17) решение уравнения (16) будет следующим:

$$R'_0(\xi) = -\frac{p'_1(\xi) - i}{p'_2(\xi) - i}. \quad (18)$$

По форме оно совпадает с нулевым приближением (8). Легко убедиться, что уравнение для поправки первого приближения также по форме совпадает с уравнением (9). Кроме того, из (17) и (18) следует, что граничное условие для поправки первого приближения будет

$$R'_1(0) = 0.$$

Отличие этого условия от граничного условия уравнения (9) заключается только в замене $\xi = +\infty$ на $\xi' = 0$. С учетом сделанных замечаний и по аналогии с (13) получим для $\xi' < \xi'_v$

$$\begin{aligned} R'(\xi') &= -\frac{p'_1(\xi') - i}{p'_2(\xi') - i} \exp\left\{ \frac{ik\Delta p'(\xi')}{[p'_1(\xi') - i][p'_2(\xi') - i]} \right. \\ &\times \left[\text{m.v.} \int_{\xi'}^0 \frac{(p'_1 - i)(p'_2 - i)}{\mu'_{11}} d\xi' + \pi c'_v \text{sign}(\text{Im } \xi'_{v,\Delta H}) \right] \Big\}, \end{aligned} \quad (19)$$

где ξ'_v — полюс подынтегрального выражения в переходном слое пленка–вакуум и c'_v — коэффициент главного члена ряда Лорана подынтегрального выражения.

Выражения (13) и (19) позволяют найти отношения b_ξ/h_η и $b_{\xi'}/h_{\eta'}$. Рассмотрим плоскость $\xi = \xi_F$ (соответственно $\xi' = -\xi_F$), лежащую в однородной части ферритовой пленки. Условие непрерывности отношений на этой плоскости имеет вид

$$\frac{b_\xi}{h_\eta} = -\frac{b_{\xi'}}{h_{\eta'}}. \quad (20)$$

Знак минус в правой части учитывает различия знаков проекций вектора переменной магнитной индукции \mathbf{b} на противоположно направленные координатные оси ξ и ξ' . Из (20), (2) и (15) получим

$$\left(\frac{p_1 + p_2 R}{1 + R} \right)_{\xi=\xi_F} = - \left(\frac{p'_1 + p'_2 R'}{1 + R'} \right)_{\xi'=-\xi_F}. \quad (21)$$

Преобразуем $p'_{1,2}$ и $R'(\xi')$, выразив их через соответствующие величины в системе координат $\xi\eta\xi$. Используем

связь между тензорами магнитной проницаемости в разных системах координат

$$\hat{\mu}' = \hat{T}^{-1} \hat{\mu} \hat{T}, \quad \hat{T} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

где \hat{T} — матрица перехода из одной системы в другую. Тогда, согласно (3) и аналогичному равенству для величин со штрихами, получим $p'_1 = -p_2$ и $p'_2 = -p_1$. Равенство (19) после всех замен примет вид

$$R'(\xi) = -\frac{p_2(\xi) + i}{p_1(\xi) + i} \exp \left\{ \frac{ik\Delta p(\xi)}{[p_1(\xi) + i][p_2(\xi) + i]} \right. \\ \left. \times \left[\text{m.v.} \int_0^{\xi} \frac{(p_1 + i)(p_2 + i)}{\mu'_{11}} d\xi + i\pi c_v \text{sign}(\text{Im} \xi_{v,\Delta H}) \right] \right\}.$$

Здесь учтено, что при переходе от ξ' к ξ коэффициент ряда Лорана и мнимая часть полюса поменяют знак, так что $c_v = -c'_v$ и $\text{Im} \xi_{v,\Delta H} = -\text{Im} \xi'_{v,\Delta H}$. Из равенства (21) следует: $R(\xi_F)R'(\xi_F) = 1$. После подстановок получим

$$\exp \left[\frac{i(k + i\Delta k)d_{\text{eff}}\Delta p^F}{\mu_{11}^F} \right] = \frac{(p_1^F + i)(p_2^F - i)}{(p_1^F - i)(p_2^F + i)}. \quad (22)$$

В соответствии с выбором ξ_F индексом F отмечены значения параметров однородного феррита, составляющего основу пленки: $p_{1,2}^F = p_{1,2}(\xi_F)$, $\Delta p^F = \Delta p(\xi_F)$, $\mu_{11}^F = \mu_{11}(\xi_F)$. Введены параметры

$$d_{\text{eff}} = \frac{\mu_{11}^F}{(p_1^F + i)(p_2^F + i)} \text{m.v.} \int_0^{\xi_F} \frac{(p_1 + i)(p_2 + i)}{\mu_{11}} d\xi \\ + \frac{\mu_{11}^F}{(p_1^F - i)(p_2^F - i)} \text{m.v.} \int_{\xi_F}^{\infty} \frac{(p_1 - i)(p_2 - i)}{\mu_{11}} d\xi. \quad (23)$$

$$\Delta k = \frac{k\pi\mu_{11}^F}{d_{\text{eff}}} \left[\frac{c_v \text{sign}(\text{Im} \xi_{v,\Delta H})}{(p_1^F + i)(p_2^F + i)} + \frac{c_s \text{sign}(\text{Im} \xi_{s,\Delta H})}{(p_1^F - i)(p_2^F - i)} \right]. \quad (24)$$

4. Обсуждение результатов

Вясним физический смысл параметров d_{eff} и Δk . При $\Delta H = 0$ выполняются равенства $\mu_{ij} = \mu_{ij}^*$ и параметры d_{eff} и Δk принимают действительные значения. В этом легко убедиться путем подстановки компонентов μ_{ij} в произведения $(p_1 - i)(p_2 - i)$ и $(p_1 + i)(p_2 + i)$. Также действительными будут и коэффициенты c_v, c_s , получаемые при разложении этих произведений в ряды Лорана вблизи действительных полюсов. Кроме того, d_{eff} фактически не зависит от ξ_F : из выражения (23) следует, что вдали от обоих переходных слоев, где $d(p_{1,2}^F)/d\xi_F = 0$ и $d(\mu_{11}^F)/d\xi_F = 0$, будет $d(d_{\text{eff}})/d\xi_F = 0$. Из формул (23), (24) следует, что при предельном

переходе к однородной пленке с резкими границами d_{eff} преобразуется в толщину пленки, а $\Delta k \rightarrow 0$ ($c_v, c_s \rightarrow 0$).

Рассмотрим неоднородную пленку, у которой $\Delta k \neq 0$. Согласно (22), зависимость круговой частоты МСВ от волнового числа в этом случае будет иметь вид

$$\omega [(k + i\Delta k)d_{\text{eff}}] \approx \omega(kd_{\text{eff}}) + \frac{\partial \omega}{\partial k} i\Delta k.$$

Первое слагаемое задает закон дисперсии МСВ, а мнимая добавка описывает затухание волны. Последнее утверждение следует из формулы, выражающей зависимость поля МСВ от времени

$$\exp(i\omega t) \rightarrow \exp \left[i\omega(kd_{\text{eff}}) - t\Delta k \frac{\partial \omega}{\partial k} \right]$$

(в физически правильной теории должно быть $(\partial \omega / \partial k)\Delta k > 0$).

Таким образом, уравнение (22) с $\Delta k = 0$ задает дисперсионную зависимость $\omega(kd_{\text{eff}})$, в которой d_{eff} играет роль эффективной толщины пленки. Параметр Δk описывает ту часть диссипации энергии МСВ, которая обусловлена неоднородностью пленки в переходных слоях. Выражение (24) было выведено в результате учета электродинамических особенностей и при условии $\Delta H \rightarrow 0$.

Параметр ΔH также приводит к затуханию МСВ. В этом случае мнимая добавка к частоте рассчитывается из зависимости частоты от напряженности намагничивающего поля

$$\omega [H_e + i(\Delta H/2)] \approx \omega(H_e) + i \frac{\Delta H}{2} \frac{\partial \omega}{\partial H_e}.$$

В диссипации энергии МСВ, связанной с ΔH , участвует весь объем пленки.

Вызывает интерес сравнение затуханий, связанных с Δk и с ΔH . Далее такое сравнение будет проведено для основных типов МСВ путем расчета отношения $\Delta \omega_{\Delta k} / \Delta \omega_{\Delta H}$, где

$$\Delta \omega_{\Delta k} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k} \right) \Delta k, \quad \Delta \omega_{\Delta H} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial H} \right) \left(\frac{\Delta H}{2} \right).$$

5. Дисперсия и затухание основных типов МСВ

Применим общие соотношения (22)–(24) для анализа пленок из изотропного феррита, полагая при этом, что координатная зависимость компонентов $\mu_{ij}(\xi)$ полностью обусловлена зависимостью $4\pi M(\xi)$.

1) ПОМСВ, $\mathbf{M} \parallel \xi$. Выражения для компонентов тензора магнитной проницаемости и частотного интервала ПОМСВ были приведены во Введении. Из них получим $p_{1,2}(\xi) = \pm \sqrt{-\mu_{22}(\xi)}$. Тогда

$$d_{\text{eff}} = \frac{1}{1 - \mu_{22}^F} \text{m.v.} \int_0^{\infty} (1 - \mu_{22}) d\xi.$$

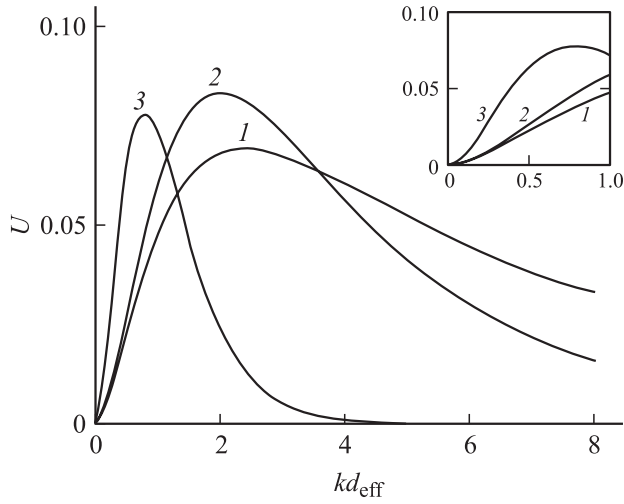


Рис. 2. Дисперсионные зависимости $U(kd_{\text{eff}})$. При расчете полагалось $H_{\text{in}}/4\pi M_0 = 0.5$ для ПОМСВ (1) и $H_e/4\pi M_0 = 0.5$ для ООМСВ (2) и ПМСВ (3). На вставке показан начальный участок зависимостей.

Полус подынтегрального выражения лежит в переходном слое пленка–подложка, и из зависимости $\mu_{22}(\xi)$ следует уравнение

$$4\pi M(\xi_s) = H_e - \frac{f}{g}. \quad (25)$$

При замене $H_e \rightarrow H_e + i(\Delta H/2)$ полюс сместится в нижнюю полуплоскость, и, значит, $\text{sign}(\text{Im } \xi_{s,\Delta H}) = -1$. Расчет по формуле (24) с учетом равенства (25) приводит к следующему выражению:

$$\Delta k d_{\text{eff}} = \frac{\pi k \left(H_{\text{in}} + 4\pi M_0 - \frac{f}{g} \right) \left[\left(\frac{f}{g} \right)^2 - H_{\text{in}}^2 \right]}{2H_{\text{in}}} \times \left[\frac{(-1) d(4\pi M)}{4\pi M_0 d\xi} \Big|_{\xi=\xi_s} \right]^{-1},$$

где $H_{\text{in}} = (H_e - 4\pi M_0)$.

Дисперсионная зависимость $\omega(kd_{\text{eff}})$ выводится из уравнения (22) с $\Delta k = 0$. После подстановки и элементарных преобразований уравнение принимает вид

$$\left[\text{tg} \left(\frac{kd_{\text{eff}} \sqrt{-\mu_{22}^F}}{2} \right) - \frac{1}{\sqrt{-\mu_{22}^F}} \right] \times \left[\text{tg} \left(\frac{kd_{\text{eff}} \sqrt{-\mu_{22}^F}}{2} \right) + \sqrt{-\mu_{22}^F} \right] = 0.$$

Отсюда следуют известные зависимости $\omega(kd_{\text{eff}})$ для симметричных и антисимметричных мод ПОМСВ. В частности, уравнение дисперсии для основной моды будет выглядеть следующим образом:

$$kd_{\text{eff}} = \frac{2}{\sqrt{-\mu_{22}^F}} \arctg \left(\frac{1}{\sqrt{-\mu_{22}^F}} \right).$$

Из этого уравнения были рассчитаны производные $\partial\omega/\partial k$, $\partial\omega/\partial H_e$ и получено выражение для $\Delta\omega_{\Delta k}/\Delta\omega_{\Delta H}$. Оно имеет следующую структуру:

$$\frac{\Delta\omega_{\Delta k}}{\Delta\omega_{\Delta H}} = U \left[\left(\frac{1}{4\pi M_0} \frac{\Delta H}{2} \right) \left(\frac{d_{\text{eff}}}{4\pi M_0} \right) \left| \frac{d(4\pi M)}{d\xi} \right|_{\xi=\xi_s} \right]^{-1}.$$

Множитель U зависит от kd_{eff} и $H_{\text{in}}/4\pi M_0$, а выражение в квадратных скобках — от материальных параметров пленки. Примеры зависимостей $U(kd_{\text{eff}})$ приведены на рис. 2.

2) ООМСВ, $\mathbf{M} \parallel \mathbf{k} \parallel \boldsymbol{\eta}$ и $gH_e < f < g \times \sqrt{H_e(H_e + 4\pi M_0)}$.

$$\mu_{11}(\xi) = 1 + \frac{4\pi M(\xi)[H_e - 4\pi M(\xi)]}{[H_e - 4\pi M(\xi)]^2 - \left(\frac{f}{g}\right)^2},$$

$$\mu_{12} = \mu_{21} = 0, \quad \mu_{22} = 1.$$

$$p_{1,2}(\xi) = \pm \sqrt{-\mu_{11}(\xi)}, \quad d_{\text{eff}} = \frac{\mu_{11}^F}{1 - \mu_{11}^F} \text{ m.v.} \int_0^\infty \frac{1 - \mu_{11}}{\mu_{11}} d\xi.$$

Полюс подынтегрального выражения задается уравнением $\mu_{11}(\xi_s) = 0$, откуда следует

$$4\pi M(\xi_s) = \frac{1}{H_e} \left[\left(\frac{f}{g} \right)^2 - H_e^2 \right].$$

При замене $H_e \rightarrow H_e + i(\Delta H/2)$ полюс сместится в верхнюю полуплоскость, и, значит, $\text{sign}(\text{Im } \xi_{s,\Delta H}) = 1$. Из формулы (24) получим

$$\Delta k d_{\text{eff}} = - \frac{\pi k [H_e(H_e + 4\pi M_0) - \left(\frac{f}{g}\right)^2] \left[\left(\frac{f}{g}\right)^2 - H_e^2 \right]}{H_e^2} \times \left[\frac{(-1) d(4\pi M)}{4\pi M_0 d\xi} \Big|_{\xi=\xi_s} \right]^{-1}.$$

В отличие от ПОМСВ здесь $\Delta k < 0$. С учетом же знака производной $\partial\omega/\partial k$ (положительного для ПОМСВ и отрицательного для ООМС) мнимая часть частоты, задаваемая произведением $\Delta k(\partial\omega/\partial k)$, будет в обоих случаях положительной. Аналогично предыдущему случаю получим уравнение дисперсии ООМСВ

$$\left[\text{tg} \left(\frac{kd_{\text{eff}}}{2\sqrt{-\mu_{11}^F}} \right) + \frac{1}{\sqrt{-\mu_{11}^F}} \right] \times \left[\text{tg} \left(\frac{kd_{\text{eff}}}{2\sqrt{-\mu_{11}^F}} \right) - \sqrt{-\mu_{11}^F} \right] = 0.$$

Уравнение основной моды примет вид

$$kd_{\text{eff}} = 2\sqrt{-\mu_{11}^F} \arctg \left(\sqrt{-\mu_{11}^F} \right).$$

Пример расчета дисперсионного множителя отношения $\Delta\omega_{\Delta k}/\Delta\omega_{\Delta H}$ приведен на рис. 2.

3) ПМСВ, $\mathbf{M} \perp \mathbf{k}$, $\mathbf{M} \parallel \xi$ и $\sqrt{gH_e(H_e + 4\pi M_0)} < f < g(H_e + 4\pi M_0/2)$.

$$\mu_{11}(\xi) = \mu_{22}(\xi) = \mu(\xi), \quad \mu_{12}(\xi) = i\mu_a(\xi),$$

$$\mu_{21}(\xi) = -i\mu_a(\xi), \quad p_{1,2}(\xi) = -i\mu_a(\xi) \pm i\mu(\xi),$$

где

$$\mu(\xi) = 1 + \frac{4\pi M(\xi)H_e}{H_e^2 - \left(\frac{f}{g}\right)^2}, \quad \mu_a(\xi) = \frac{4\pi M(\xi)}{H_e^2 - \left(\frac{f}{g}\right)^2} \left(\frac{f}{g}\right).$$

Эффективная толщина будет выражаться как

$$d_{\text{eff}} = \frac{(\mu^F)^2}{(\mu^F)^2 - (1 - \mu_a^F)^2} \text{m.v.} \int_0^{\xi_F} \frac{\mu^2 - (1 - \mu_a)^2}{\mu^2} d\xi + \frac{(\mu^F)^2}{(\mu^F)^2 - (1 + \mu_a^F)^2} \int_0^{\xi_F} \frac{\mu^2 - (1 + \mu_a)^2}{\mu^2} d\xi.$$

Здесь по тому же принципу, что и выше, введены обозначения $\mu^F = \mu(\xi_F)$ и $\mu_a^F = \mu_a(\xi_F)$. Положение полюса задается уравнением $\mu(\xi) = 0$. Как следует из приведенных выражений, в интервале частот, занимаемом спектром ПМСВ, это уравнение будет иметь решение, если $4\pi M(\xi) > 4\pi M_0$. Согласно результатам работы [1], неравенство выполняется вблизи границы пленка-вакуум. Поэтому полюс будет только в подынтегральном выражении первого интеграла (что и выделено символом m.v.) причем

$$4\pi M(\xi_v) = \frac{1}{H_e} \left[\left(\frac{f}{g}\right)^2 - H_e^2 \right], \quad \text{sign}(\text{Im} \xi_{v,\Delta H}) = 1.$$

Расчет Δk дает

$$\Delta k d_{\text{eff}} = \frac{\pi k \left(\frac{f^2}{g^2} - H_e^2 - 4\pi M_0 H_e\right) \left(\frac{f^2}{g^2} - H_e^2\right) \left(\frac{f}{g} + H_e\right)^2}{4\pi M_0^2 H_e^3 (4\pi M_0 + 2H_e + 2\frac{f}{g})} \times \left[\frac{(-1)}{4\pi M_0} \frac{d(4\pi M)}{d\xi} \Big|_{\xi=\xi_v} \right]^{-1}.$$

Уравнение дисперсии ПМСВ, которое получается из (22) после подстановок и преобразований, будет иметь тот же вид, что и в однородной пленке с резкими границами и с параметром d_{eff} в качестве толщины

$$\exp(-2kd_{\text{eff}}) = \frac{\left(H_e + \frac{4\pi M_0}{2}\right)^2 - \left(\frac{f}{g}\right)^2}{\left(\frac{4\pi M_0}{2}\right)^2}.$$

На основе этого уравнения рассчитывается отношение $\Delta\omega_{\Delta k}/\Delta\omega_{\Delta H}$, в котором так же, как и выше, можно выделить множитель с явной зависимостью от kd_{eff} (рис. 2).

Отметим, что данные, представленные на рис. 2, были получены в магнитодипольном приближении. Это накладывает известные ограничения на значения волнового числа [4]. В пленках широко используемого феррита — железоиттриевого граната (ЖИГ) — при толщинах в несколько микрон ограничения оцениваются неравенством $kd_{\text{eff}} < 1$. Поэтому физически корректным будет рассмотрение только начальных участков построенных зависимостей. Кроме того, слабое изменение намагниченности в переходном слое пленка-вакуум приводит к существованию полюсов в узкой части спектра ПМСВ

$$g\sqrt{H_e(H_e + 4\pi M_0)} < f < g\sqrt{H_e(H_e + 4\pi M_{\text{max}})},$$

где $4\pi M_{\text{max}}$ — максимальное значение намагниченности в слое. Например, для пленок ЖИГ по данным работы [1] можно сделать следующую оценку: $4\pi M_{\text{max}} \approx 1.017(4\pi M_0)$. Тогда из уравнения дисперсии ПМСВ следует $(kd_{\text{eff}})_{\text{max}} \approx 0.034(H_e/4\pi M_0)$. Причем на практике $H_e/4\pi M_0 < 1$, так что поглощение ПМСВ в переходном слое будет происходить при значениях $kd_{\text{eff}} \ll 1$.

6. Заключение

В целом, из приведенного рассмотрения следует, что основные положения дипольной теории МСВ, построенной для однородных пленок с резкими границами, могут быть распространены и на пленки с неоднородными переходными слоями. Уравнения дисперсии МСВ остаются в силе, уточняется только понятие толщины пленки. Новым эффектом, связанным с неоднородностью пленки, будет увеличение затухания МСВ. К дополнительному затуханию приводит координатная зависимость компонентов тензора магнитной проницаемости и особенности двух видов: $\mu_{11}(\xi) = 0$ — в касательно и в наклонно намагниченной пленке и $\mu_{22}(\xi) = \infty$ — в перпендикулярно намагниченной пленке (см. Приложение). Для ПОМСВ и ООМСВ особые значения достигаются в слое между пленкой и подложкой, а для ПМСВ — вблизи границы пленка-вакуум. Затухание в переходном слое зависит от толщины слоя и от волнового числа МСВ. Обе зависимости являются возрастающими.

При выполнении расчетов на основе выведенных формул необходимо принимать во внимание следующие детали. Во-первых, в переходном слое пленка-подложка происходит изменение свойств среды от ферромагнитных к парамагнитным. При этом толщина переходного слоя в рассматриваемой теории характеризует только толщину ферромагнитной фазы. В то же время измерения распределения химических элементов по толщине пленки, положенные в основу экспериментальных методов определения толщины переходных слоев, не дают представлений о магнитных свойствах среды. Из этих измерений можно определить лишь суммарную толщину обеих фаз переходного слоя. Во-вторых, в формулах для

расчета затухания основных типов МСВ зависимость от kd_{eff} содержится не только в множителе U (в явном виде), но и в неявном виде в производной $d(4\pi M)/d\xi$. Последнее связано с тем, что значение производной берется в полюсе, координата которого $(\xi_{v,s})$ зависит от частоты и типа МСВ. При изменении частоты (или согласно уравнению дисперсии при изменении kd_{eff}) полюс смещается, и в соответствии с координатной зависимостью намагнитченности меняется производная. Исключением является переходный слой с линейным изменением намагнитченности — в нем производная постоянна и $(-1/4\pi M_0)[d(4\pi M)/d\xi] = 1/a$. Отметим также, что поправку в полученные результаты может внести учет в переходных слоях не только дипольного, но и обменного взаимодействия. В этом случае исходными уравнениями теории будут уравнения для компонентов вектора переменной намагнитченности [6,7].

7. Приложение. Анализ расчетных выражений для произвольно намагнитченной анизотропной пленки

В построенной теории учет переходных слоев осуществляется с помощью выражений $(p_1 + i)(p_2 + i)/\mu_{11}$ и $(p_1 - i)(p_2 - i)/\mu_{11}$. Координатная зависимость этих выражений определяет эффективную толщину пленки (23), а также коэффициенты c_v и c_s в мнимой части волнового числа (24). Выполним преобразование выражений на основе формул (3) и формул для μ_{ij} . Как известно, формулы для компонентов тензора магнитной проницаемости выводятся из уравнения движения намагнитченности, линеаризованного по переменным составляющим [4]. При этом целесообразно использовать ортогональную систему координат xuz , у которой ось $z \parallel \mathbf{M}$, а ось u направлена вдоль плоскости пленки (рис. 1). При переходе из системы координат xuz в $\xi\eta\xi$ получаются следующие выражения [8]:

$$\mu_{ij} = \delta_{ij} + \frac{m_{ij}}{\Omega}, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$$

$$m_{11} = 4\pi M(\omega_x \cos^2 \theta),$$

$$m_{22} = 4\pi M(\omega_x \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \omega_s \sin 2\varphi \sin \theta + \omega_y \sin^2 \varphi),$$

$$m_{12} = 4\pi M \left(-\omega_x \sin \theta \cos \varphi - \omega_s \sin \varphi + i \frac{f}{g} \sin \varphi \right) \cos \theta,$$

$$m_{21} = 4\pi M \left(-\omega_x \sin \theta \cos \varphi - \omega_s \sin \varphi - i \frac{f}{g} \sin \varphi \right) \cos \theta,$$

$$\omega_x = H_{\text{in}} + M(N_{yy}^a - N_{zz}^a), \quad \omega_y = H_{\text{in}} + M(N_{xx}^a - N_{zz}^a),$$

$$\omega_s = MN_{xy}^a,$$

$$H_{\text{in}} = \frac{(\mathbf{H}_e \mathbf{M}) - 4\pi(\mathbf{Mn})^2}{M}, \quad \Omega = \omega_x \omega_y - \omega_s^2 - \left(\frac{f}{g}\right)^2.$$

Углы θ и φ изображены на рис. 1, \mathbf{n} — нормаль к пленке, \mathbf{H}_e и \mathbf{M} — векторы напряженности внешнего магнитного поля и постоянной намагнитченности пленки соответственно, N_{ij}^a — компоненты тензора эффективных размагничивающих факторов анизотропии в системе координат xuz . После подстановок получим

$$\frac{(p_1 \pm i)(p_2 \pm i)}{\mu_{11}} = \frac{m_{11} + m_{22} + (4\pi M \cos \theta \sin \varphi)^2 \pm 2(f/g)(4\pi M \cos \theta \sin \varphi)}{\Omega + m_{11}}.$$

Несмотря на то что $p_{1,2} \sim 1/\Omega$, знаменатель выведенного выражения не содержит отдельного множителя Ω .

Полюс правой части задается уравнением

$$\Omega(\xi) + m_{11}(\xi) = 0.$$

В наклонно и в касательно намагнитченной пленке, когда $\cos \theta \neq 0$ и $m_{11} \neq 0$, данное уравнение равносильно уравнению $\mu_{11}(\xi) = 0$. В перпендикулярно намагнитченной пленке, когда $\cos \theta = 0$ и выполняются равенства $m_{11} = m_{12} = m_{21} = 0$, уравнение для полюса равносильно уравнению $\mu_{22}(\xi) = \infty$.

Список литературы

- [1] С.И. Юшук. ЖТФ **69**, 62 (1999).
- [2] В.В. Шагаев. ФТТ **40**, 2089 (1998).
- [3] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1982). 620 с.
- [4] А.Г. Гуревич. Магнитный резонанс в ферритах и антиферромагнетиках. Наука, М. (1973). 591 с.
- [5] М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. Наука, М. (1973). 736 с.
- [6] В.А. Kalinikos, A.N. Slavin. J. Phys. C: Solid State Phys. **19**, 7013 (1986).
- [7] Л.В. Луцев, Ю.М. Яковлев. ФТТ **30**, 1675 (1988).
- [8] В.В. Шагаев. ЖТФ **74**, 108 (2004).