

01

© 1990

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС И „ЦВЕТНОЙ ШУМ“

В.С. А н и щ е н к о, А.Б. Н е й м а н

1. Авторы ряда работ, связанных с анализом влияния флуктуаций на режимы динамического хаоса, отводят этой проблеме второстепенную роль, полагаясь, в основном, на результаты [1]. Динамическая стохастичность предполагается „сильнее навязываемой извне“ [2]. Однако необходимо существенное дополнение: результаты [1] применимы лишь к так называемым гиперболическим (странным) аттракторам, которые в реальных системах до сих пор не найдены. Практически наблюдаемые режимы динамического хаоса описываются либо аттракторами типа Лоренца, либо (чаще всего) квазигиперболическими аттракторами [3, 4].

В качестве тестовой модели для исследования реакции хаотического режима на действие внешнего шума наиболее подходит известная система Лоренца [5]. В пространстве управляющих параметров модели Лоренца (другой подобной системы мы не знаем) реализуется фазовый переход „аттрактор типа Лоренца – квазиаттрактор“ [6]. Учитывая, что модель Лоренца, полученная из уравнений гидродинамики адекватно описывает нелинейный диссипативный осциллятор с параметрической накачкой [7], указанный фазовый переход можно реализовать экспериментально.

Аттрактор Лоренца наиболее близок к гиперболическому, так как характеризуется конечной областью значений параметров, в которой отсутствуют устойчивые (регулярные) аттракторы (точки, циклы и т.д.) [3]. В то же время, здесь возможен выход по параметрам в области, где появляется счетное множество как неустойчивых, так и устойчивых циклов, т.е. реализация квазигиперболического хаоса¹. Открывается интересная возможность исследования реакции хаоса на внешний шум в одной системе при выборе различных режимов ее работы и их сопоставлении. Кроме того, в отличие от традиционной задачи анализа действия аддитивного δ -коррелированного (белого) шума, представляется практически важным исследование влияния на систему источников шума с конечным временем корреляции (цветных шумов), включая эффекты как аддитивного, так и мультипликативного воздействия.

2. В работе методом численного моделирования исследовано влияние цветного аддитивного шума на динамику модели Лоренца

¹ Отметим, что именно эти режимы типичны в таких популярных моделях, как логистическая парабола, системы Хенона, Рёсслера, генератор с инерционной нелинейностью и др. [4].

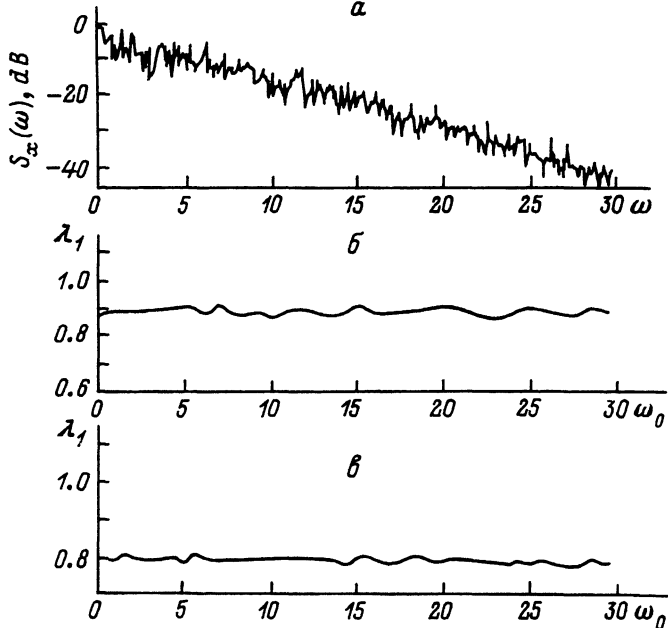


Рис. 1. Аттрактор Лоренца $r = 28$. а - спектр мощности $S_x(\omega)$, б - зависимость $\lambda_1(\omega_0)$ для аддитивного шума $D = 1$, в - зависимость $\lambda_1(\omega_0)$ для мультипликативного шума $D = 0.1$.

$$\dot{x} = -\sigma(x-y) + \xi_1(t), \quad \dot{y} = (r-z)x - y + \xi_2(t), \quad \dot{z} = -bz + xy + \xi_3(t) \quad (1)$$

при фиксировании параметров $\sigma = 10$, $b = 8/3$ для различных значений параметра r . Источники шума $\xi_i(t)$ задавались процессом Орнштейна-Уленбека [8]:

$$\langle \xi_i(t) \xi_j(t+\tau) \rangle = \delta_{ij} D e^{-\gamma \tau}, \quad (2)$$

где $\gamma = (\tau_0)^{-1}$, τ_0 - время корреляции источника. Спектральная плотность мощности цветного шума будет при этом

$$S_{\xi}(\omega) = \gamma D / (\gamma^2 + \omega^2) 2\pi. \quad (3)$$

Энергия шума в полосе частот $(0, \infty)$ пропорциональна интенсивности D и не зависит от времени корреляции.

При анализе мультипликативного воздействия моделировалась динамика системы Лоренца при шумовой модуляции параметров r и σ :

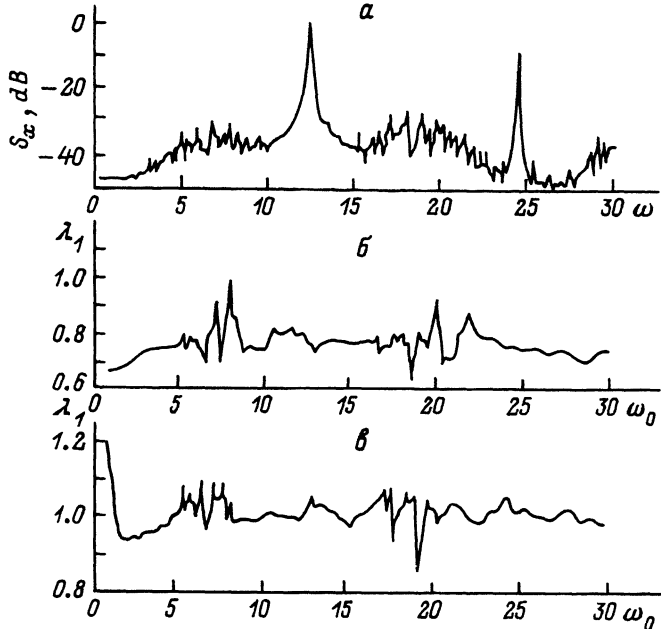


Рис. 2. Квазиаттрактор $r = 210$. а - спектр мощности $S_x(\omega)$, б - зависимость $\lambda_1(\omega_0)$ для аддитивного шума $D = 1$, в - зависимость $\lambda_1(\omega_0)$ для мультипликативного шума $D = 0.1$.

$$\dot{x} = [c + \xi_1(t)](x - y), \quad \dot{y} = -xz - y + [r + \xi_2(t)]x, \quad \dot{z} = -bz + xy. \quad (4)$$

Исследования проведены как в области существования аттрактора Лоренца, так и в области квазиаттрактора. Здесь приводятся результаты для $r = 28$ (аттрактор Лоренца) и $r = 210$ (квазиаттрактор). Из множества различных характеристик, использованных нами для анализа наблюдаемых режимов возмущенной системы Лоренца, в настоящей работе мы ограничимся описанием результатов расчетов старшего показателя Ляпунова $\lambda_1(z_0)$, которые проводились известным методом [9] на быстродействующей ЭЦВМ ЕС-1066.

3. Рассмотрим результаты расчетов применительно к режиму аттрактора Лоренца ($r = 28$). На рис. 1 представлена хорошо известная зависимость спектральной плотности мощности $S_x(\omega)$, рассчитанная для системы (1) в отсутствии шума (рис. 1, а). Спектр практически не содержит заметных частотных выбросов, что является следствием отсутствия устойчивых циклов в системе. На рис. 1, б дана зависимость положительного показателя Ляпунова от характерной частоты $\omega_0 = 2\pi/\tau_0$, задаваемой временем корреляции аддитивного шума интенсивности $D = 1$. Как видно из графика,

влияние времени корреляции на энтропию Колмогорова-Синия пренебрежимо мало. Отклонения λ_1 от среднего значения $\langle \lambda_1 \rangle$ во всем исследуемом диапазоне не превышает $\pm 2\%$, что может быть связано и с точностью счета. Аналогично малозаметной является и реакция системы на действие мультипликативного шума интенсивности $D = 0,1$ (рис. 1, в). Эти результаты свидетельствуют, что внешний шум практически не оказывает влияния на величину положительного показателя Ляпунова, если аттрактор гиперболический.

Принципиально иная картина наблюдается в области квазиаттрактора ($r = 2\lambda 0$). Спектр мощности (рис. 2, а) квазиаттрактора заметно отличается от спектра аттрактора Лоренца и характеризуется наличием резких выбросов на определенных частотах на фоне сплошной шумовой компоненты.² Возникает существенная зависимость ляпуновского показателя λ_1 от времени корреляции шума τ_0 как в случае аддитивного (рис. 2, б), так и мультипликативного (рис. 2, в) воздействия. Отклонения от среднего значения $\langle \lambda_1 \rangle$ в зависимости от τ_0 могут достигать $\pm 20\%$, что существенно больше, чем в случае рис. 1.

Таким образом, квазиаттрактор демонстрирует „избирательную чувствительность“ к шумовому возмущению в зависимости от времени корреляции последнего. Естественно предположить, что причиной такой избирательности является наличие предельных циклов в квазиаттракторе и соответствующих их периодам резонансных частот. Специально проведенные расчеты на ряде динамических систем с квазигиперболическими свойствами это предположение подтверждают. При действии аддитивного цветного шума установлено, что резкие выбросы в зависимости $\lambda_1(\tau_0)$ достоверно коррелируют с резонансными частотами предельных циклов, области существования которых близки по параметрам к режиму хаоса, в котором система анализируется. В случае мультипликативных шумов взаимосвязь резонансных частот циклов и времени корреляции шума также существует, однако в силу нелинейности системы является более сложной.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] К и ф е р Ю.И. // Изв. АН СССР. Математика. 1974. Т. 38. № 5. С. 1091-1115.
- [2] С и н а й Я.Г. Стохастичность динамических систем. В сб.: Нелинейные волны / Под ред. А.В. Гапонова-Грехова. М.: Наука, 1979. С. 192-211.
- [3] Ш и л ь н и к о в Л.П. // Тез. докл. Всесоюз. конф. „Нелинейные колебания механических систем“. Горький, 1987. Ч. 1. С. 11-13.

²

Отметим типичность подобной картины для целого ряда реальных автостохастических систем.

- [4] А н и щ е н к о В.С. Сложные колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
- [5] L o r e n z E.N. // J. Atmosp. Sci. 1963. V.20. N 2. P. 130-141.
- [6] Б ы к о в В.В., Ш и л ь н и к о в А.Л. // Тез. докл. Все-союз. конф. „Нелинейные колебания механических систем“. Горький, 1987. Ч. 1. С.11-13.
- [7] Р а б и н о в и ч М.И. // УФН. Т. 125. Вып. 1. 1978. С. 123-168.
- [8] Х о р с т х е м к е В., Л е ф е в р Р. Индуцированные шумом переходы. М.: Мир, 1987. 397 с.
- [9] S h i m a d a I., N a g a s i m a T. // Prog. Theor. Phys. 1979. V. 61. P. 1605-1616.

Саратовский государственный университет

Поступило в Редакцию
25 декабря 1989 г.

Письма в ЖТФ, том 16, вып. 7

12 апреля 1990 г.

06.3; 11

© 1990

ПОЛУПРОЗРАЧНЫЙ АРСЕНИДГАЛЛИЕВЫЙ ФОТОКАТОД НА СТЕКЛЕ С ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬЮ ДО 1700 мКА/ЛМ

Ю.Б.Б о л х о в и т я н о в, Б.В. М о р о з о в,
А.Г. П а у л и ш, А.С. С у р а н о в,
А.С. Т е р е х о в, Е.Х. Х а й р и,
С.В. Ш е в е л е в

При регистрации сверх-слабых свечений в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах спектра наилучшую чувствительность обеспечивают вакуумные фотоэлектронные приборы с арсенид-галлиевым фотокатодом. В фотокатодах, предназначенных для работы на „отражение“, наивысшее значение интегральной чувствительности $S = 3200$ мКА/лм получено авторами работы [1]. В полупрозрачных арсенид-галлиевых фотокатодах, предназначенных для работы на „просвет“, достигнутые значения чувствительности существенно ниже [2-4]. Для фотокатодов на основе гетероэпитаксиальных структур (ГЭС) $p-Al_xGa_{1-x}As/p^+-GaAs/Al_yGa_{1-y}As/GaAs$, выращенных газофазной эпитаксией из металло-органических соединений и закрепленных на подложках из сапфира через тонкий слой стекла, получена максимальная величина 1500 мКА/лм при типичном значении для серии образцов 1300 мКА/лм [2]. При использовании стекла вместо сапфира и ГЭС, полученных жидкофазной эпитаксией (ЖФЭ), величина S не превышает 1000-1200 мКА/лм [3, 4], предпо-