01 *Журнал технической физики, т. 62, в. 12, 1992*

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СОСТАВЛЯЮЩИХ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ

В.А.Двинских

1. С помощью цифрового спектрального анализа [1] определяют спектральную плотность мощности (СПМ), что позволяет эффективно использовать быстрое преобразование Фурье (БПФ). Однако алгоритм БПФ требует запоминания массива данных, операций с комплексными числами и в связи с итерационным характером проводимых вычислений сопровождается дополнительной погрешностью, пропорциональной количеству преобразований [2]. Поэтому получение более точных значений СПМ БПФ достигается с помощью использования относительно коротких интервалов совокупности отсчетов при последующем их усреднении [1,3]. Альтернативные методы, основанные на использовании параметрических моделей случайных процессов [1,2], обеспечивают получение более точных оценок СПМ, чем это возможно с помощью преобразования Фурье.

На практике важной является задача по определению параметров квазипериодических колебаний, представляющих собой многочастотные сигналы с иррациональным отношением частот составляющих. Поскольку продолжительность записи реального процесса не связана с существом самого процесса [4], то использование БПФ для вычисления параметров этих составляющих требует значительного числа обрабатываемых отсчетов [5]. Кроме того, необходима предварительная обработка отсчетов, что может приводить [6] к искажению исследуемых составляющих. С помощью авторегрессионной модели удается вычислить параметры указанных составляющих, но при понижении отношения сигнал/шум с 30 до 10 дБ разрешающая способность ухудшается [1]. Метод моделирования отсчетов в виде линейной комбинации экспоненциальных функций [1] позволяет оценить параметры составляющих квазипериодического колебания в отсутствие заметных шумов, но требует трудоемких вычислений.

В работе обосновывается эффективность аппроксимации последовательности отсчетов тригонометрическим полиномом первого порядка с изменяющейся частотой его синусной и косинусной составляющих для вычисления параметров квазипериодического колебания на ЭВМ в диалоговом режиме.

2. Рассмотрим квазипериодический цифровой сигнал $x[n]$, $n = \overline{0, N}$, содержащий K гармонических составляющих с периодами, лежащими в заданном интервале, причем их количество и период каждой из составляющих неизвестны. Аппроксимируем этот сигнал полиномом вида

$$y_j[n] = Y_{j0} + Y_{j1}\sin(h_j n) + Y_{j2}\cos(h_j n); \quad j = 1, m \quad \text{при} \quad m \gg K, \tag{1}$$

где $h_j = 2\pi/N_j T_j$ — шаг по частоте при N_j — количестве отсчетов для каждой из выбранных гармонических составляющих спектрального анализа периода T_j.

По методу наименьших квадратов [7] и последующем решении полученных уравнений [8] находим значения коэффициентов (1).

Алгоритм вычислений состоит в следующем. Первоначально заданный интервал периодов, в котором ожидается появление составляющих квазипериодического колебания, делят на m одинаковых участков. Далее регистрируют максимумы вычисленных модулей переменной слагаемой (1), соответствующие совпадению периодов составляющих сигнала и периодов анализа. Затем для этих значений периодов вычисляют коэффициенты при синусах и косинусах составляющих квазипериодического колебания. При необходимости могут быть вычислены параметры гармоник таких составляющих. Для уменьшения погрешности, обусловленной ограниченностью длительности наблюдения, производится повторное вычисление параметров по каждой из составляющих исходного колебания на ее частоте при воздействии других составляющих. Полученные значения поправок с учетом знака используются для уточнения параметров составляющих.

Детальные исследования с контрольным квазипериодическим колебанием при отношении частот составляющих 1:1, 55:2.15 показали, что для одинаковых амплитуд этих составляющих и при количестве отсчетов, соответствующем десяти периодам низкочастотной составляющей, удается уменьшить погрешность, обусловленную ограниченностью интервала наблюдения, почти на порядок. Однако по мере возрастания уровня шума этот выигрыш уменьшается, а при отношении сигнал/шум, равном единице, снижается до двух. Путем увеличения числа обрабатываемых периодов до нескольких десятков и в этом случае удается повысить точность. Следует отметить, что если отношение частот составляющих больше трех, то влияние шумов на результаты вычислений уменьшается. Проведенные исследования на двухчастотном сигнале при соотношении частот $1{:}\sqrt{2}$ с отношением их уровней 10:1 показали, что погрешность вычисления параметров составляющих не превышает 10%.

3. Рассмотрим одноконтурный автогенератор, описываемый уравнением

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \mu\omega_0(1 - x^2)\frac{dx}{dt} + \lambda(\sin\omega_1 t + \sin\omega_2 t), \tag{2}$$

где ω_0 — резонансная частота контура, μ — малый параметр, λ — относительная амплитуда внешнего воздействия.

В [9] показано, что уравнение (2) имеет квазипериодическое решение с тремя частотами $\omega_0, \omega_1, \omega_2$. Оно устойчиво при выполнении условия

$$2 - \lambda^2\left[\frac{1}{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2} + \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2}\right] > 0. \tag{3}$$

Тем самым ограничивается значение λ при заданных расстройках по частоте. Это позволяет первоначально вычислить параметры колебаний автономного автогенератора, а затем определить спектр выходного колебания неавтономного автогенератора. Решение уравнения (2) при $\omega_0 = 1$ для $\omega_1 = \sqrt{2}$ и $\omega_2 = 1/\sqrt{2}$ было произведено по методу Рунге–Кутта четвертого порядка [10] при значениях λ, равных 0, 0.04, 0.06, 0.08, 0.1, и получена относительно слабая зависимость периода и коэффициентов при синусах и косинусах колебаний автогенератора для $\mu = 1$ от такого внешнего воздействия. Результаты вычислений находятся в удовлетворительном согласии со значениями параметров первой гармоники, определенными с помощью метода малого параметра [9]. Например, различие в периодах не превышает 2%.

4. Для вычисления периода автоколебаний автогенератора применен алгоритм, основанный на аппроксимации последовательности результатов решения уравнения (2) полиномом (1) для $m = 30$ при шаге по частоте, равном 0.0001, обеспечивающем получение значений периода с погрешностью не более 0.03%. При вычислении параметров спектра составляющих выходного колебания шаг увеличивается до 1 для $m = 5$. Программа, составленная на диалоговом алгоритмическом языке БЕЙСИК, обеспечивает непосредственное использование каждого из значений указанной выше последовательности, что сокращает необходимый объем оперативной памяти и позволяет проводить вычисления на разнообразных персональных ЭВМ с учетом влияния лепестков спектра [11].

Список литературы

[1] *Марпл С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 535 с.

[2] Применение математических методов и ЭВМ. Планирование и обработка результатов эксперимента / Под ред. А.Н.Останина. Минск: Высшая школа, 1989. 218 с.

[3] *Кузнецов С.П., Сотов Л.С.* // РиЭ. 1990. Т. 35. № 11. С. 2397.

[4] *Серебренников М.Г., Первозванский А.А.* Выявление скрытых периодичностей. М.: Наука, 1965. 244 с.

[5] *Двинских В.А.* // Радиотехника. 1989. № 8. С. 54.

[6] *Хеминг Р.В.* Цифровые фильтры. Пер. с англ. М.: Недра, 1987. 221 с.

[7] *Шуп Т.Е.* Прикладные численные методы в физике и технике. Пер. с англ. М.: Высшая школа, 1990. 255 с.

[8] *Двинских В.А.* // Метрология. 1990. № 7. С. 7.

[9] *Малкин И.Г.* Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. М.: ГИТТЛ, 1956. 492 с.

[10] *Двинских В.А.* Вычисление решений обыкновенных дифференциальных уравнений. Саратов, 1985. 64 с.

[11] *Харкевич А.А.* Спектры и анализ. М.: ГИФМЛ, 1962. 236 с.

Саратовский университет им.Н.Г.Чернышевского

Поступило в Редакцию
31 января 1992 г.
В окончательной редакции
16 июля 1992 г.