01;11

ОБ УСИЛЕНИИ ТУННЕЛЬНОГО ЭФФЕКТА ДЛЯ ДВУХ ТРЕХМЕРНЫХ ЯМ НУЛЕВОГО РАДИУСА ПЕРЕМЕННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОЛЕМ

Ф.О.Александров, Г.Л.Климчицкая, В.М.Мостепаненко

Изучено туннелирование квантовой частицы между двумя трехмерными потенциальными ямами нулевого радиуса в постоянном и переменном электрических полях. Вычислены туннельные токи для одинаковых и различающихся ям, а также в нерезонансной и резонансной ситуациях. Показано, что в последнем случае ток экспериментально наблюдаем даже при значительном расстоянии между ямами. Обсуждены различия случаев одномерных и трехмерных ям, связанные с ролью поляризации электрического поля, а также возможность использования полученных результатов в задачах сканирующей туннельной микроскопии.

Введение

В последнее время при исследовании микроструктуры поверхности все шире применяется метод СТМ — сканирующей туннельной микроскопии (см., например, [1-3]), основанный на эффекте туннелирования электронов между данной поверхностью и находящимся над ней на расстоянии нескольких ангстрем металлическим острием. Хотя метод СТМ позволяет достичь рекордных значений разрешения (~ 1Å по горизонтали и ~ 0.02Å по вертикали), непосредственно он применим только при изучении проводящих поверхностей. В то же время при решении широкого круга проблем микроэлектроники, физики поверхности, катализа, биотехнологии необходим анализ микрохарактеристик непроводящих поверхностей с атомным пространственным разрешением. Такой анализ может быть проведен либо методом атомно-силовой микроскопии (см., например, [4-6]), либо с помощью какой-либо модификации метода СТМ.

В работе [7] высказано утверждение, что высокочастотное электрическое поле в гигагерцовом диапазоне, наложенное на туннельный промежуток между диэлектрической поверхностью и металлическим острием, может приводить к усилению туннельного тока до экспериментально наблюдаемых значений. Однако приведенные в [7] экспериментальные результаты не подкреплены до сих пор ни теоретическим анализом на достаточно реалистических моделях, ни независимыми измерениями. Поэтому представляет интерес строгое рассмотрение различных ситуаций, возникающих при воздействии СВЧ полей на процессы туннелирования электронов.

В работе продолжается начатое в [8] исследование влияния постоянного и переменного электрических полей на туннелирование квантовой частицы между двумя потенциальными ямами нулевого радиуса. Как показано в [8] на примере одномерной задачи, в первом порядке теории возмущений по взаимодействию с внешними полями постоянное поле значительного влияния на туннельный эффект не оказывает и вычисляемый ток определяется амплитудой и частотой переменного поля. При этом для достаточно сильно различающихся ям либо для одинаковых ям в нерезонансной ситуации значения туннельного тока невелики. Если же частота облучения близка к частоте перехода между энергетическими уровнями в системе двух ям, то имеет место эффект резонансного усиления туннельного тока, при котором он может наблюдаться даже при значительном расстоянии между ямами.

Здесь все основные результаты, полученные в [8], включая предсказание резонансного усиления туннельного тока переменным полем соответствующей частоты, распространены на более реалистический случай двух трехмерных ям нулевого радиуса. В работе рассмотрены также некоторые особенности трехмерного случая, обусловленные возможностью различной поляризации электрического поля.

В разделе 1 приведены необходимые для дальнейшего выражения волновых функций и уровней энергии в системе двух–трехмерных потенциальных ям нулевого радиуса различной и одинаковой интенсивностей. В разделе 2 в первом порядке теории возмущений по взаимодействию с внешними полями получена зависимость туннельного тока от параметров задачи в случае ям различной интенсивности. Раздел 3 содержит аналогичные результаты в случае одинаковых ям как для нерезонансной, так и резонансной областей значений параметров. Наконец, в разделе 4 найдены численные значения туннельных токов для всех перечисленных ситуаций, обсуждены аналогии и отличия полученных результатов по сравнению с одномерным случаем.

1. Уровни энергии и волновые функции для частицы в поле двух ям нулевого радиуса

Рассмотрим частицу массы m в поле двух–трехмерных потенциальных ям нулевого радиуса, расположенных в точках $\mathbf{R}_1$ и $\mathbf{R}_2$ и характеризуемых интенсивностями α_1, α_2. В пространстве между ямами волновая функция частицы удовлетворяет свободному стационарному уравнению Шредингера и имеет вид [9–11]

$$\Psi(\mathbf{r}) = A\frac{e^{-\gamma r_1}}{r_1} + B\frac{e^{-\gamma r_2}}{r_2}, \tag{1}$$

где $r_1 = |\mathbf{r} - \mathbf{R}_1|$, $r_2 = |\mathbf{r} - \mathbf{R}_2|$ — расстояния от частицы до соответствующей ямы, $\gamma^2 = -2m\varepsilon/\hbar^2$, ε — энергия частицы.

Наличие ям нулевого радиуса приводит к следующим граничным условиям [9–11]:

$$\frac{1}{r_1\Psi}\,\frac{d(r_1\Psi)}{dr}\bigg|_{r_1=0} = -\alpha_1, \quad \frac{1}{r_2\Psi}\,\frac{d(r_2\Psi)}{dr}\bigg|_{r_2=0} = -\alpha_2, \tag{2}$$

при помощи которых получаем систему уравнений для коэффициентов A, B

$$\alpha_1 = \gamma - \frac{B}{A}\frac{e^{-\gamma a}}{a},$$

$$\alpha_2 = \gamma - \frac{A}{B}\frac{e^{-\gamma a}}{a}, \quad a \equiv |\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|. \tag{3}$$

Условие разрешимости системы (3) дает уравнение на спектр

$$(\alpha_1 - \gamma)(\alpha_2 - \gamma) - a^{-2}\exp(-2\gamma a) = 0. \tag{4}$$

Подобно [8] будем искать асимптотику спектра для больших расстояний между ямами $\alpha_k a \gg 1$, причем рассмотрим случаи достаточно сильно различающихся и одинаковых ям: 1) $\alpha_2 > \alpha_1$, $\alpha_2 - \alpha_1 \gg a^{-1}\exp(-2\alpha_1 a)$; 2) $\alpha_1 = \alpha_2 \equiv \alpha$.

Из графического решения уравнения (4) видно, что при $\alpha_k a \gg 1$ $\gamma_1 \sim \alpha_1$, $\gamma_2 \sim \alpha_2$, поэтому их можно искать методом последовательных приближений в виде ряда по степеням параметра $(\alpha a)^{-1}\exp(-\alpha a)$.

Пусть сначала $\alpha_2 > \alpha_1$, $\alpha_2 - \alpha_1 \gg a^{-1}\exp(-2\alpha_1 a)$. Вводя обозначение

$$\Delta_{21} \equiv \alpha_2 - \alpha_1, \tag{5}$$

имеем аналогично [8]

$$\gamma_1 \approx \alpha_1 - \frac{1}{a^2\Delta_{21}}e^{-2\alpha_1 a} - \frac{1}{a^3\Delta_{21}^2}\left(\frac{1}{a\Delta_{21}} + 2\right)e^{-4\alpha_1 a}, \tag{6}$$

$$\gamma_2 \approx \alpha_2 + \frac{1}{a^2\Delta_{21}}e^{-2\alpha_2 a} - \frac{1}{a^3\Delta_{21}^2}\left(\frac{1}{a\Delta_{21}} + 2\right)e^{-4\alpha_2 a}, \tag{7}$$

Подставляя (6), (7) в (3), найдем связь между коэффициентами A, B и затем определим их значения с использованием условий нормировки волновых функций вида (1). Отметим, что интегралы, фигурирующие в условиях нормировки, вычисляются явно, причем интегралы перекрытия, содержащие произведения вида $(r_1 r_2)^{-1}\exp(-\gamma r_1)\exp(-\gamma r_2)$, являются интегралами типа свертки и вычисляются при помощи преобразования Фурье. В итоге имеем

$$A_1 \approx \sqrt{\frac{\alpha_1}{2\pi}}\left[1 + \frac{1}{2a\Delta_{21}}\left(2 - \frac{1}{a\Delta_{21}} - \frac{1}{\alpha_1 a}\right)e^{-2\alpha_1 a}\right],$$

$$B_1 \approx -\sqrt{\frac{\alpha_1}{2\pi}}\frac{1}{a\Delta_{21}}e^{-\alpha_1 a}\left[1 + \frac{1}{a\Delta_{21}}\left(2 + \frac{1}{2a\Delta_{21}} - \frac{1}{2\alpha_1 a}\right)e^{-2\alpha_1 a}\right], \tag{8}$$

$$A_2 \approx \sqrt{\frac{\alpha_2}{2\pi}}\frac{1}{a\Delta_{21}}e^{-\alpha_2 a}\left[1 - \frac{1}{a\Delta_{21}}\left(2 + \frac{3}{2a\Delta_{21}} - \frac{1}{2\alpha_2 a}\right)e^{-2\alpha_2 a}\right],$$

$$B_2 \approx \sqrt{\frac{\alpha_2}{2\pi}}\left[1 - \frac{1}{2a\Delta_{21}}\left(2 + \frac{1}{a\Delta_{21}} - \frac{1}{\alpha_2 a}\right)e^{-2\alpha_2 a}\right], \tag{9}$$

Пусть теперь $\alpha_1 = \alpha_2 \equiv \alpha$. Тогда решение уравнения (4) методом последовательных приближений дает

$$\gamma_k \approx \alpha + (-1)^{k+1} a^{-1} \exp(-\alpha a); \quad k = 1, 2. \tag{10}$$

Действуя так же, как в предыдущем случае, найдем

$$\Psi_k(r) \approx A_k \left[\frac{e^{-\gamma_k r_1}}{r_1} + (-1)^{k+1} \frac{e^{-\gamma_k r_2}}{r_2} \right], \tag{11}$$

$$A_k \approx \sqrt{\frac{\alpha}{4\pi}} \left[1 + \frac{1}{2}(-1)^k e^{-\alpha a} \left(1 - \frac{1}{\alpha a} \right) \right]. \tag{12}$$

2. Туннельный ток в постоянном и переменном электрических полях. Случай потенциальных ям разной интенсивности

Как и в работе [8], выберем в качестве начального локализованное состояние, являющееся стационарным при наличии уединенной потенциальной ямы нулевого радиуса. Исследуем далее эволюцию этого состояния в системе двух ям нулевого радиуса при включении постоянного $\mathbf{E}_1$ и переменного $\mathbf{E}_2 \cos\omega t$ электрических полей. Для этого, следуя [12], построим сначала две волновые функции $\varphi_k(\mathbf{r}, t)$, удовлетворяющие нестационарному уравнению Шредингера с потенциалом

$$V(\mathbf{r}, t) = e(\mathbf{E}_1, \mathbf{r}) + e(\mathbf{E}_2, \mathbf{r}) \cos\omega t, \tag{13}$$

где e — заряд электрона, и граничным условиям (2), а при $t = 0$ переходящие в функции $\Psi_k(\mathbf{r})$ раздела 1. Ищем $\varphi_k(\mathbf{r}, t)$ в виде

$$\varphi_k(\mathbf{r}, t) = b_{1k}(t)\Psi_1(\mathbf{r}, t) + b_{2k}(t)\Psi_2(\mathbf{r}, t); \quad k = 1, 2, \tag{14}$$

причем

$$\Psi_k(\mathbf{r}, t) \equiv \exp\left(-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_k t \right) \Psi_k(\mathbf{r}), \quad b_{ik}(0) = \delta_{ik}. \tag{15}$$

Нетрудно убедиться, что для волновых функций вида (14) граничные условия (2) выполнены.

Далее построим функцию

$$\Phi(\mathbf{r}, t) = s_1\varphi_1(\mathbf{r}, t) + s_2\varphi_2(\mathbf{r}, t), \tag{16}$$

где s_k — числовые коэффициенты, переходящую при $t = 0$ в стационарное состояние уединенной ямы нулевого радиуса

$$\Phi(\mathbf{r}, 0) = \Psi_{02}(\mathbf{r}) \equiv \sqrt{\frac{\alpha_2}{2\pi}} \frac{1}{r_2} \exp(-\alpha_2 r_2). \tag{17}$$

С помощью функции $\Phi(\mathbf{r}, t)$ можно определить ток через площадку σ между точками $r_1 = 0$ и $r_2 = 0$, в которых локализованы ямы

$$I = e \int_\sigma d\mathbf{s}\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \frac{ie\hbar}{2m} \int_\sigma d\mathbf{s}(\Phi\nabla\Phi^* - \Phi^*\nabla\Phi). \tag{18}$$

Как подробно показано в [8], вклад непрерывного спектра, опущенный в (16), в первом порядке теории возмущений при частотах переменного поля $\omega \sim 1$ ГГц существен лишь для высокочастотной составляющей тока. Последняя связана с квантовыми флуктуациями, а также поправками к ним за счет влияния внешних полей и имеет характерную частоту $\omega_{12} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)/\hbar \gg \omega$.

Используя стандартный метод нестационарной теории возмущений [12], подставим $\varphi_k(\mathbf{r}, t)$ из (14) в нестационарное уравнение Шредингера с потенциалом (13). В результате после домножения на $\varphi_m(\mathbf{r}, t)$ и интегрирования получим уравнение для коэффициентов b_{kn}

$$i\hbar \frac{db_{kn}}{dt} = \sum_{m=1}^{2} V_{km}(t) b_{mn}(t), \tag{19}$$

где

$$V_{km}(t) \equiv \int d^3 r \Psi_k^*(\mathbf{r}, t) V(\mathbf{r}, t) \Psi_m(\mathbf{r}, t). \tag{20}$$

Полагая в первом порядке теории возмущений

$$b_{kn}(t) \approx \delta_{kn} + b_{kn}^{(1)}(t), \tag{21}$$

имеем из (19)

$$i\hbar \frac{db_{kn}^{(1)}}{dt} = V_{kn}(t). \tag{22}$$

Отсюда с учетом начальных условий на b_{kn} из (15) находим

$$b_{kn}^{(1)}(t) = -\frac{i}{\hbar} \int_0^t d\tau V_{kn}(\tau). \tag{23}$$

Подставляя далее (13) в (20) и производя вычисления по (23) подобно [8], имеем

$$b_{kn}^{(1)}(t) = -\frac{e}{\hbar} \sum_{\mu=1}^{3} I_{kn}^{\mu} \left\{ \frac{1}{\omega_{kn}} \left(e^{i\omega_{kn} t} - 1\right) E_{1\mu} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\omega_{kn} + \omega} \left(e^{i(\omega_{kn} + \omega)t} - 1 \right) + \frac{1}{\omega_{kn} - \omega} \left(e^{i(\omega_{kn} - \omega)t} - 1 \right) \right] E_{2\mu} \right\}, \tag{24}$$

где введено обозначение

$$I_{kn}^{\mu} \equiv \int d^3 r \Psi_k(\mathbf{r}) r_{\mu} \Psi_n(\mathbf{r}), \tag{25}$$

и функции $\Psi_k(\mathbf{r})$ имеют вид (1) со значениями A_k, B_k, γ_k, определенными в разделе 1.

Для $\Phi(\mathbf{r},t)$ с использованием (14), (16), (21) получим

$$\Phi(\mathbf{r},t) \approx \left[s_1\left(1+b_{11}^{(1)}(t)\right)+s_2 b_{12}^{(1)}(t)\right]\Psi_1(\mathbf{r},t)+$$

$$\left[s_1 b_{21}^{(1)}(t)+s_2\left(1+b_{22}^{(1)}(t)\right)\right]\Psi_2(\mathbf{r},t), \tag{26}$$

а из начального условия (17)

$$s_k \approx \int d^3r\,\Psi_{02}(\mathbf{r})\Psi_k(\mathbf{r}). \tag{27}$$

Аналогично [8] интегралы в правой части (27) следует вычислять в том же порядке по $\exp(-\alpha a)$, в котором выполняется равенство

$$s_1^2+s_2^2=1, \tag{28}$$

и можно пренебрегать вкладом непрерывного спектра.

Все интегралы, фигурирующие в (25), (27), оказываются не более сложными, чем интегралы типа сверток, и вычисляются элементарно [13]. Помещая начало координат посередине отрезка прямой, соединяющего ямы $\left(\mathbf{R}_2=-\mathbf{R}_1=\frac{1}{2}\mathbf{a}\right)$, находим в результате

$$I_{11}^{\mu} \approx -\frac{a_\mu}{2}\left[1+\frac{2}{a\Delta_{21}}\left(1-\frac{1}{a\Delta_{21}}\right)e^{-2\alpha_1 a}\right],$$

$$I_{22}^{\mu} \approx \frac{a_\mu}{2}\left[1-\frac{2}{a\Delta_{21}}\left(1+\frac{1}{a\Delta_{21}}\right)e^{-2\alpha_2 a}\right],$$

$$I_{12}^{\mu}=I_{21}^{\mu}\approx -4\frac{\sqrt{\alpha_1\alpha_2}}{a^2}a_\mu\frac{1}{(\alpha_2^2-\alpha_1^2)^2}\left[\left(\frac{1}{a}+\alpha_1\right)e^{-\alpha_1 a}-\left(\frac{1}{a}+\alpha_2\right)e^{-\alpha_2 a}\right], \tag{29}$$

$$s_1 \approx -2\frac{\sqrt{\alpha_1\alpha_2}}{\alpha_1+\alpha_2}\frac{1}{a\Delta_{21}}e^{-\alpha_2 a}, \quad s_2 \approx 1-\frac{1}{2a^2\Delta_{21}^2}e^{-2\alpha_2 a}. \tag{30}$$

Очевидно, что в силу условия (28) мы имеем право использовать лишь нулевой порядок по $\exp(-\alpha_2 a)$ в выражениях для s_k. Этого, однако, оказывается достаточно для вычисления вкладов в ток, связанных с частотой внешнего поля $\omega \ll \omega_{12}$ (но не с частотами ω_{12} и $\omega_{12}\pm\omega$).

Вычислим теперь низкочастотную составляющую тока, протекающего через площадку σ радиуса ρ, ортогональную вектору $\mathbf{a}$ и проходящую через точку $\mathbf{r}=0$, в пределе $\rho\to\infty$. Возникающие интегралы выражаются через интегральную показательную функцию, асимптотики которой известны [14]. Результат есть

$$I_{\text{нч}} \approx \frac{8e^2}{m}\frac{\alpha_1\alpha_2}{a^3}(\mathbf{E}_2,\mathbf{a})\frac{1}{(\alpha_2^2-\alpha_1^2)^2}e^{-\frac{\alpha_1+\alpha_2}{2}a}\times$$

$$\times\left[\left(\alpha_1+\frac{1}{a}\right)e^{-\alpha_1 a}-\left(\alpha_2+\frac{1}{a}\right)e^{-\alpha_2 a}\right]\frac{\omega}{\omega_{12}^2}\sin\omega t. \tag{31}$$

Поскольку $\omega \sim 1$ ГГц, а $\omega_{12} \sim 10^5$ ГГц, то подобно [8] пренебрежение высокочастотной составляющей тока оправдывается тем, что она усредняется до нуля за характерное время измерения. Отметим также, что качественно результат (31) не отличается от полученных в одномерном случае [8], в частности, не содержит зависимости от постоянного поля (численные оценки приведены ниже в разделе 4).

3. Вероятность перехода и туннельный ток в постоянном и переменном электрических полях. Случай потенциальных ям одинаковой интенсивности

Как хорошо известно [9], в дискретном спектре системы двух одинаковых ям имеет место экспоненциально малое расщепление уровней. Из (10) получаем

$$\omega_{12} = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\hbar} \approx \frac{2\hbar}{m}\alpha\frac{e^{-\alpha a}}{a}. \tag{32}$$

В зависимости от расстояния между ямами ω_{12} может варьироваться в широких пределах и, следовательно, возможен резонанс.

Рассмотрим сначала нерезонансную ситуацию. Действуя аналогично предыдущему случаю, но используя γ_k из (10), $\Psi(\mathbf{r})$ из (11) и коэффициенты A_k из (12), найдем

$$I_{11}^{\mu} = I_{22}^{\mu} = 0, \quad I_{12}^{\mu} = I_{21}^{\mu} \approx -\frac{1}{2}a_{\mu}, \tag{33}$$

$$s_k \approx \frac{1}{\sqrt{2}}\left[(-1)^{k+1} + \frac{1}{2}e^{-\alpha a}\right]. \tag{34}$$

Используя затем (18), (24) и (26), получим результат для низкочастотной составляющей тока, протекающего через площадку σ,

$$I_{\text{нч}} \approx \frac{e^2}{m}e^{-2\alpha a}\frac{\alpha}{a}\left(\mathbf{E}_2, \mathbf{a}\right)\frac{\omega}{\omega_{12}^2}\sin\omega t. \tag{35}$$

С помощью (32) можно переписать (35) в виде, не содержащем экспоненциальной зависимости от расстояния,

$$I_{\text{нч}} \approx \frac{e^2 m}{4\hbar^2}\frac{a}{\alpha}\left(\mathbf{E}_2, \mathbf{a}\right)\omega\sin\omega t. \tag{36}$$

Поскольку в данном случае равенство (28) выполнено с точностью до членов порядка $\exp(-\alpha a)$ включительно, то оказывается возможным вычисление не только тока, но и вероятности перехода в состояние, локализованное на первой яме (как было указано в [8], для потенциалов разной интенсивности существенный вклад в вероятность перехода дает непрерывный спектр),

$$W = \left|\int d^3r\,\Psi_{01}^*(\mathbf{r},t)\Phi(\mathbf{r},t)\right|^2,$$

$$\Psi_{01}(\mathbf{r},t) = e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_{01}t}\Psi_{01}(\mathbf{r}) \equiv e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_{01}t}\sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}\frac{1}{r_1}}e^{-\alpha r_1}. \tag{37}$$

Аналогично [8] с точностью до поправок $(\omega/\omega_{12})^2$, находим

$$W \approx \frac{1}{2}(1-\cos\omega_{12}t) - \frac{e}{4\hbar}e^{-\alpha a}\frac{(\mathbf{a},\mathbf{E}_2)}{\omega_{12}}\Big[2(\cos\omega t - \cos\omega_{12}t - 1) +$$

$$+\left(1+\frac{\omega}{\omega_{12}}\right)\cos(\omega_{12}-\omega)t + \left(1-\frac{\omega}{\omega_{12}}\right)\cos(\omega_{12}+\omega)t\Big]. \tag{38}$$

Обратимся теперь к случаю резонанса. Введем расстройку частоты $\delta \ll \omega, \omega_{12}$

$$\omega = \omega_{12} - \delta. \tag{39}$$

Так как теория возмущений более неприменима, то необходимо обратиться непосредственно к решению системы уравнений (19). Используя стандартный прием [12], сохраним в (19) только медленно изменяющиеся слагаемые, зависящие от частоты δ. В результате найдем две пары решений [12]

$$b_{11} = 4A\frac{\hbar\delta_1}{e(\mathbf{E}_2,\mathbf{a})}\exp(i\delta_2 t), \quad b_{21} = A\exp(i\delta_1 t) \tag{40}$$

и

$$b_{12} = -4B\frac{\hbar\delta_2}{e(\mathbf{E}_2,\mathbf{a})}\exp(-i\delta_1 t), \quad b_{22} = B\exp(-i\delta_2 t) \tag{41}$$

где

$$\delta_1 = -\frac{\delta}{2} + \Omega, \quad \delta_2 = \frac{\delta}{2} + \Omega, \quad \Omega = \frac{1}{2}\sqrt{\delta^2 + \frac{e^2(\mathbf{E}_2,\mathbf{a})^2}{4\hbar^2}}. \tag{42}$$

Строя далее волновые функции $\varphi_k(\mathbf{r},t)$ согласно (14) и $\Phi(\mathbf{r},t)$ согласно (16), получим

$$\Phi(\mathbf{r},t) = [s_1 b_{11}(t) + s_2 b_{12}(t)]\, e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_1 t}\Psi_1(\mathbf{r}) +$$

$$+ [s_1 b_{21}(t) + s_2 b_{22}(t)]\, e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon_2 t}\Psi_2(\mathbf{r}). \tag{43}$$

Требуя, чтобы $\Phi(\mathbf{r},t)$ удовлетворяло начальному условию (17), и рассматривая случай точного резонанса (определяемая (39) расстройка частоты $\delta = 0$), найдем

$$I = I_{\text{нч}} + I_\Omega \approx \frac{2e\hbar}{m}\frac{\alpha}{a}\exp(-\alpha a)\sin\omega t +$$

$$+\frac{e\hbar}{m}\frac{\alpha}{a}\exp(-2\alpha a)\cos\omega t\sin 2\Omega t, \tag{44}$$

причем, согласно (42), $\Omega = e|(\mathbf{E}_2,\mathbf{a})|/4\hbar$.

По сравнению с одномерным случаем [8] необходимость учета новой составляющей I_Ω в токе I связана с тем, что скалярное произведение

$(\mathbf{E}_2, \mathbf{a})$ может быть мало по модулю при больших значениях поля $|\mathbf{E}_2|$, вследствие чего I_Ω не будет усредняться до нуля за время измерения. Вообще говоря, ток I_Ω параметрически меньше, чем $I_{\text{нч}}$, но, поскольку он связан с гармониками $2\Omega \pm \omega$, его целесообразно сохранить в окончательном результате.

Вероятность перехода в собственное состояние, соответствующее первому изолированному потенциалу нулевого радиуса, в главном порядке по $\exp(-\alpha a)$, как и в [8], равна

$$W \approx \frac{1}{2}(1 - \cos\omega t). \tag{45}$$

4. Численные значения туннельных токов и обсуждение результатов

Зададим конкретные значения параметров задачи для получения численных результатов. Пусть $\omega = 1\,\text{ГГц}$, разность потенциалов $(\mathbf{E}_2, \mathbf{a}) = 1\,\text{В}$ и затравочные уровни энергии, соответствующие изолированным ямам, $\varepsilon_{01} = -2\,\text{эВ}$, $\varepsilon_{02} = -4\,\text{эВ}$. Тогда в случае $\alpha_2 > \alpha_1$ максимальная амплитуда тока (31) (соответствующая полю $\mathbf{E}_2$, направленному от одной ямы к другой) при $a = 2\,\text{Å}$ есть

$$I^{(a)}_{\text{нч}} \approx 5.2 \cdot 10^{-4}\,\text{нА}. \tag{46}$$

В случае $\alpha_1 = \alpha_2$, полагая $\varepsilon_0 = -4\,\text{эВ}$, при той же поляризации поля из (36) получаем

$$I^{(a)}_{\text{нч}} \approx 10^{-2}\,\text{нА}. \tag{47}$$

Наконец, в случае резонанса вычислим ток при $a = 10\,\text{Å}$, $\omega \simeq 80\,\text{ГГц}$, так как, согласно (32), именно при таких расстоянии и частоте облучения возникает резонанс. Из (44) найдем

$$I^{(a)}_{\text{нч}} \approx 13\,\text{нА}, \quad I^{(a)}_{\Omega} \approx 2.2 \cdot 10^{-4}\,\text{нА}. \tag{48}$$

Таким образом, амплитуда тока I_Ω численно очень мала и его трудно обнаружить экспериментально даже при малых Ω, т.е. при малых $(\mathbf{E}_2, \mathbf{a})$.

В результате проведенного рассмотрения можно заключить, что, как и в одномерном случае [8], имеет место возрастание туннельного тока при переходе от различающихся к равным затравочным уровням энергии и от нерезонансного к резонансному случаю. Особенно благоприятна для наблюдения ситуация резонанса, в которой имеет место значительное усиление туннельного эффекта переменным полем (последнее, как уже отмечалось в [8], может оказаться важным для задач сканирующей туннельной микроскопии).

В то же время по сравнению с одномерным случаем выявились и новые интересные обстоятельства. Так, в нерезонансных ситуациях туннельный ток пропорционален косинусу угла между направлением поля и линией, соединяющей ямы, и достигает максимального значения, когда поле направлено от одной ямы к другой (см. формулы (31), (36)). Если же имеет место ситуация резонанса, то помимо низкочастотной составляющей тока, аналогичной полученной в [8] и не зависящей от направления поля, появляется дополнительный вклад в туннельный ток, который также является низкочастотным при надлежащем выборе поляризации электрического поля (см. (44)).

Отметим, наконец, что представление действующего на электрон электрического поля в виде суммы постоянного и переменного полей без учета искажений, связанных, например, с поляризацией диэлектрика, связано с модельностью рассмотренной задачи. Учет искажений поля привел бы к необходимости разложения его по гармоникам. Дополнительные гармоники играют при этом роль поправок в силу того, что их амплитуда существенно меньше, чем амплитуда основной гармоники (особенно в случае резонанса). Учет подобных поправок в рамках данной упрощенной модели представляется неоправданным. В рамках более сложной модели, учитывающей зонную структуру электронных состояний острия и исследуемой поверхности, было бы интересно обсудить вопрос об эффективных массе и заряде туннелирующего электрона.

Авторы благодарны В.Н.Островскому и В.И.Панову за полезные обсуждения затронутых в статье проблем.

Список литературы

[1] *Бинниг Г., Popep Г.* // УФН. 1988. Т. 154. С. 261–278.

[2] *Свистунов В.М., Белоголовский М.А., Дьяченко А.И.* // УФН. 1988. Т. 154. С. 153–160.

[3] *Маслова Н.С., Панов В.И.* // УФН. 1989. Т. 157. С. 185–195.

[4] *Binnig G., Quate C.F., Gerber Ch.* // Phys.Rev.Lett. 1986. Vol. 56. P. 930–933.

[5] *Moiseev Yu.N., Mostepanenko V.M., Panov V.I., Sokolov I.Yu.* // Phys.Lett. 1988. Vol. 132A. P. 354–358.

[6] *Моисеев Ю.Н., Мостепаненко В.М., Панов В.И., Соколов И.Ю.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 1. С. 141–148.

[7] *Kochanski Greg.P.* // Phys.Rev.Lett. 1989. Vol. 62. P. 2285–2288.

[8] *Александров Ф.О., Климчицкая Г.Л., Мостепаненко В.М.* // Ядерная физика. 1991. Т. 54. С. 69–79.

[9] *Демков Ю.Н., Островский В.Н.* Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике. Л., 1975. 240 с.

[10] *Базь А.И., Зельдович Я.Б., Переломов А.М.* Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1966. 340 с.

[11] *Смирнов В.М., Фирсов О.Б.* // ЖЭТФ. 1964. Т. 47. Вып. 1. С. 232–239.

[12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. М.: Нвука, 1974. 704 с.

[13] *Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И.* Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 800 с.

[14] *Абрамовиц М., Стиган И.* Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 832 с.

С.-Петербургский технологический институт

Поступило в Редакцию
6 февраля 1992 г.
В окончательной редакции
21 апреля 1992 г.