

01;07

©1992 г.

ЭФФЕКТ УСИЛЕНИЯ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ НА СИСТЕМЕ ДВУХ МАЛЫХ СЛУЧАЙНО ОРИЕНТИРОВАННЫХ РАССЕИВАТЕЛЕЙ.

Ф.М.Исмагилов, Ю.А.Кравцов

В рамках двукратного рассеяния в дипольном приближении рассмотрено рассеяние волны на системе двух частиц при произвольном соотношении между длиной волны падающего излучения и расстоянием между частицами. Уменьшение расстояния между частицами приводит к размытию пространственной области обратного рассеяния, а также к значительному увеличению рассеяния в кроссполаризованном канале.

При рассеянии на системе хаотически расположенных частиц возникают когерентные каналы, которые приводят к явлению усиления обратного рассеяния (УОР) [1,2]. Такое явление наблюдается даже при рассеянии на системе двух частиц. В данной работе изучаются проявления эффекта УОР при рассеянии на двух частицах, разнесенных на расстояние ρ . Особое внимание уделено случаю близких частиц: $\rho \ll \lambda$. В этом случае поле, создаваемое одной частицей в месте расположения другой, еще не успевает приобрести поперечную структуру, как в дальней зоне, что упрощает конечные выражения.

Пусть на две частицы с координатами \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 падает плоская волна, поляризованная вдоль оси Ox : $\mathbf{e}_x E_0 \exp(-ikz)$ (рис. 1). Оставаясь в рамках дипольного приближения, примем, что размеры частиц d малы по сравнению как с длиной волны, так и с расстоянием между частицами $d \ll \rho$, $d \ll \lambda$. Запишем уравнения Уотсона для системы двух частиц

$$\mathbf{p}_1 = \alpha_1(\mathbf{E}_1 + \hat{g}_{12}\mathbf{p}_2), \quad \mathbf{p}_2 = \alpha_2(\mathbf{E}_2 + \hat{g}_{21}\mathbf{p}_1). \quad (1)$$

Здесь α_1, α_2 — поляризуемости частиц; $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ — их дипольные моменты; $\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2$ — напряженности внешнего поля в точках расположения частиц. Оператор \hat{g} описывает поле, которое в ближней зоне содержит как поперечную, так и продольную компоненты [3],

$$\hat{g}_{21}\mathbf{p}_1 = \hat{g}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1)\mathbf{p}_1 = (\gamma\mathbf{p}_1 + \beta\mathbf{l}(\mathbf{l}, \mathbf{p}_1)) \exp(ik\rho). \quad (2)$$

Здесь $\rho = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$ — радиус-вектор, соединяющий центры частиц; $\mathbf{l} = \rho/\rho$ — единичный вектор, характеризующий ориентацию системы двух частиц;

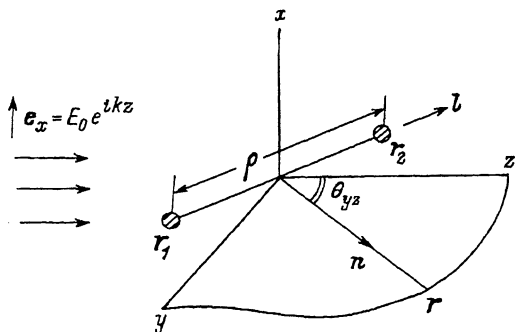


Рис. 1. Плоская волна $e_x = E_0 \exp(ikz)$, поляризованная вдоль оси Oz , падает на систему из двух частиц с координатами r_1 и r_2 .

Наблюдение производится в плоскости Oyz в направлении n .

$\gamma = k^2/\rho + ik/\rho^2 - 1/\rho^3$, $\beta = -k^2/\rho + 3ik/\rho^2 + 3/\rho^3$. На больших расстояниях ($k\rho \ll 1$) имеем $\gamma \cong -\beta \cong k^2/\rho$, так что поле (2) имеет поперечную структуру

$$\hat{g}_{21} \mathbf{p}_1 = \exp(ik\rho)\gamma(\mathbf{p}_1 - \mathbf{l}(\mathbf{p}_1 \mathbf{l})) = \exp(ik\rho)\gamma[\mathbf{l}[\mathbf{p}_1 \mathbf{l}]], \quad (k\rho \gg 1). \quad (3)$$

Согласно формуле Лоренц-Лоренца, для поляризуемости диэлектрических частиц α имеем

$$\alpha = \frac{3}{4\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} V,$$

где $V \cong d^3$ — объем частицы, ε — электрическая проницаемость.

При $k\rho \ll 1$ имеем $\beta \cong 3/\rho^3$, так что произведения $|\alpha\gamma|$ и $|\alpha\beta|$ являются малыми величинами,

$$|\alpha\beta| = 3|\alpha\gamma| \cong \frac{9}{4\pi} \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \left(\frac{d}{\rho}\right)^3 \ll 1, \quad (4)$$

так как по предположению $d \ll \rho$. При удалении частиц ($k\rho \gg 1$) эти величины становятся еще меньше: они приобретают малый множитель $(d/\rho)(kd)^2$ вместо $(d/\rho)^3$. Таким образом, величины $|\alpha\beta|$ и $|\alpha\gamma|$ малы в любом случае, и поэтому при решении системы (1) достаточно ограничиться приближением двукратного рассеяния:

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_1^{(1)} + \mathbf{p}_1^{(2)} + \dots \cong \alpha_1 \mathbf{E}_1 + \alpha_1 \alpha_2 \hat{g}_{12} \mathbf{E}_2,$$

$$\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_2^{(1)} + \mathbf{p}_2^{(2)} + \dots \cong \alpha_2 \mathbf{E}_2 + \alpha_2 \alpha_1 \hat{g}_{21} \mathbf{E}_1. \quad (5)$$

Поле в произвольной точке \mathbf{r} дается выражением

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \hat{g}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \mathbf{p}_1 + \hat{g}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_2) \mathbf{p}_2. \quad (6)$$

Предполагая частицы одинаковыми ($\alpha_1 = \alpha_2$), из (2) и (5)–(6) находим рассеянное поле в достаточно удаленной области ($R \gg \lambda$)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{2\alpha k^2}{R} E_0 \left\{ (\mathbf{e}_x - \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{e}_x)) \cos\left(\frac{k\rho}{2}(\mathbf{n}\mathbf{l} - l_z)\right) + \right. \\ \left. + \alpha[\gamma \mathbf{e}_x + \beta \mathbf{l}(\mathbf{l}\mathbf{e}_x) - \gamma \mathbf{n}(\mathbf{n}\mathbf{e}_x) - \beta \mathbf{n}((\mathbf{n}\mathbf{l})(\mathbf{l}\mathbf{e}_x))] \cos\left(\frac{k\rho}{2}(\mathbf{n}\mathbf{l} - l_z)\right) \right\}, \quad (7)$$

где $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_c|$ — расстояние от центра тяжести частиц $\mathbf{r}_c = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)/2$ до точки наблюдения \mathbf{r} , $\mathbf{n} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_c)/R$ — направление наблюдения.

Предполагая, что приемник поляризован вдоль оси Ox или Oy , из (7) находим сечение рассеяния недеполяризованной $\sigma_{xx} = R^2 |E_x|^2 / E_0^2$ и кроссполяризованной $\sigma_{xy} = R^2 |E_y|^2 / E_0^2$ компонент соответственно (в σ_{xx} и σ_{xy} первый индекс указывает направление поляризации источника, а второй — приемника)

$$\sigma_{xx} = 4\alpha^2 k^4 \left\{ (1 - n_x^2) \cos \left(\frac{k\rho}{2} (\mathbf{n}l - l_z) \right) + \right. \\ \left. + \alpha(\gamma + \beta l_x^2 - \gamma n_x^2 - \beta n_x l_x (\mathbf{n}l)) \cos \left(\frac{k\rho}{2} (\mathbf{n}l - l_z) \right) \right\}, \quad (8a)$$

$$\sigma_{xy} = 4\alpha^2 k^4 \left\{ n_y n_x \cos \left(\frac{k\rho}{2} (\mathbf{n}l - l_z) \right) + \right. \\ \left. + \alpha(\gamma l_y l_x - \gamma n_y n_x - \beta n_y l_x (\mathbf{n}l)) \cos \left(\frac{k\rho}{2} (\mathbf{n}l - l_z) \right) \right\}. \quad (8b)$$

Интересуясь средними значениями σ_{xx} и σ_{xy} , выражения (8) необходимо еще усреднить по направлениям ориентации расположения частиц l . Для описания угловых характеристик удобнее пользоваться сечением рассеяния σ , нормированным к удвоенному полному сечению рассеяния вперед для одной частицы $\sigma_f = \alpha^2 k^4$. Отношение $K = \alpha/2\sigma_f = \sigma/2\alpha^2 k^4$ описывает эффективное усиление рассеяния. Предполагая угловое распределение ориентации частиц l равномерным на единичной сфере, вычислим коэффициенты усиления недеполяризованной и кроссполяризованной компонент в плоскости Oyz ($n_x = 0$) (рис. 1)

$$K_{xx}(\theta_{yz}) = 1 + F_1(a) + 2\alpha D(k\rho) + \tilde{K}_{xx}(\theta_{yz}),$$

$$K_{xy}(\theta_{yz}) = \frac{1}{15} \alpha^2 |\beta^2| (1 + F_4(b) + \cos(\theta_{yz})(F_3(b) - F_4(b)) \cos^2(\theta_{yz})), \quad (9)$$

где

$$\tilde{K}_{xx}(\theta_{yz}) = \alpha^2 \left\{ |\gamma|^2 (1 + F_1(b)) + \frac{1}{3} (\gamma\beta^* + \gamma^*\beta) (1 + F_2(b)) + \frac{1}{5} |\beta^2| (1 + F_3(b)) \right\},$$

$$D(x) = (\gamma + \gamma^*) (1 + F_1(x)) + \frac{1}{3} (\beta + \beta^*) (1 + F_2(x)), \quad a = 2k\rho \sin(\theta_{yz}/2),$$

$$b = 2k\rho \cos(\theta_{yz}/2), \quad F_1(x) = \sin(x)/x, \quad F_2(x) = 3(F_1(x) - \cos(x))/x^2,$$

$$F_3(x) = 15(F_2(x) - F_1(x))/x^2, \quad F_4(x) = 2.5F_2(x) - 1.5F_3(x). \quad (10)$$

Угловые зависимости коэффициентов усиления K_{xx} и K_{xy} для удаленных частиц ($k\rho \gg \lambda$) схематически представлены на рис. 2. Как видим, в случае параллельной поляризации наблюдаются два пика шириной $\Delta\theta \cong 1/k\rho$: вперед с амплитудой 1 и назад с амплитудой

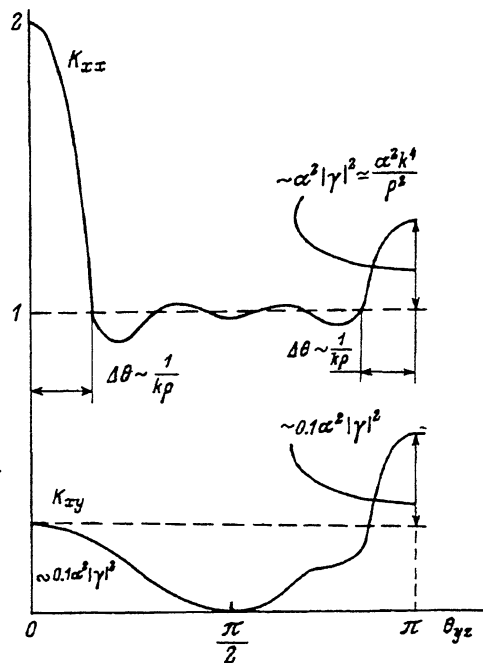


Рис. 2. Угловые зависимости коэффициентов усиления недеполяризованной K_{xx} и кроссполяризованной K_{xy} компонент в случае далеко расположенных частиц ($k\rho \gg 1$).

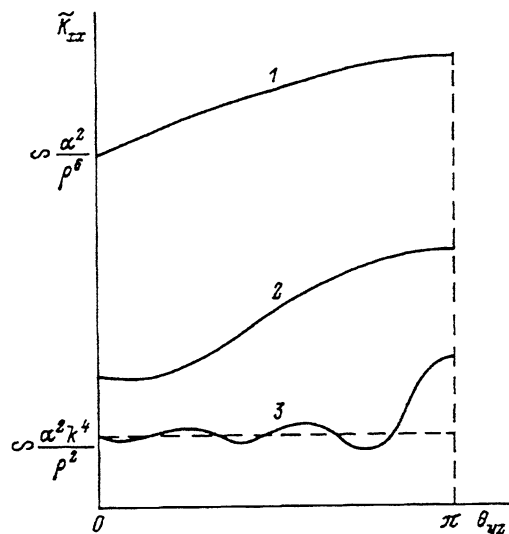


Рис. 3. Угловое распределение рассеяния \tilde{K}_{xx} (формула (10)) при различных расстояниях между частицами $k\rho$. 1 — 0.1, 2 — 1, 3 — 10.

$\approx |\alpha\gamma|^2 \approx \alpha^2 k^4 / \rho^2$, причем угловое распределение усиления назад описывается слагаемым \tilde{K}_{xx} (выражение (10)). При поперечной поляризации наблюдается только усиление назад с амплитудой $\approx 0.1|\alpha\gamma|^2$. В направлении $\theta_{yz} = \pi/2$ при любой ориентации частиц рассеяния не происходит. Как и следовало ожидать из общего рассмотрения рассеяния на системе хаотически расположенных частиц, вслед за пиком УОР наблюдается небольшое ослабление усиления той же ширины $\Delta\theta \cong 1/k\rho$ [2,4]. Нетрудно заметить, что поскольку $d \ll \rho$ и $d \ll \lambda$, то эффект УОР мал по величине: высота пика составляет $\approx |\alpha\gamma|^2 \ll 1$.

На рис. 3 схематически показано изменение углового распределения УОР недеполяризованной компоненты \tilde{K}_{xx} , описываемой выражением (10), при различных расстояниях между частицами. Как видно из рис. 3, с уменьшением $k\rho$ происходит размазывание пика УОР, и об эффекте усиления можно говорить просто как о превышении интенсивности рассеяния назад по сравнению с рассеянием вперед. Это превышение удобно характеризовать разностями

$$\Delta_{xy} = K_{xy}(\pi) - K_{xy}(0), \quad \Delta_{xx} = \tilde{K}_{xx}(\pi) - \tilde{K}_{xx}(0). \quad (11)$$

На рис. 4 представлены зависимости величин Δ_{xx} , Δ_{xy} и их отношения $\zeta = \Delta_{xy}/\Delta_{xx}$ от расстояния между частицами. На больших расстояниях ($k\rho \gg 1$) эффект УОР при поперечной поляризации на порядок слабее, чем при продольной поляризации $\zeta \cong 0.1$, что согласуется с эксперимен-

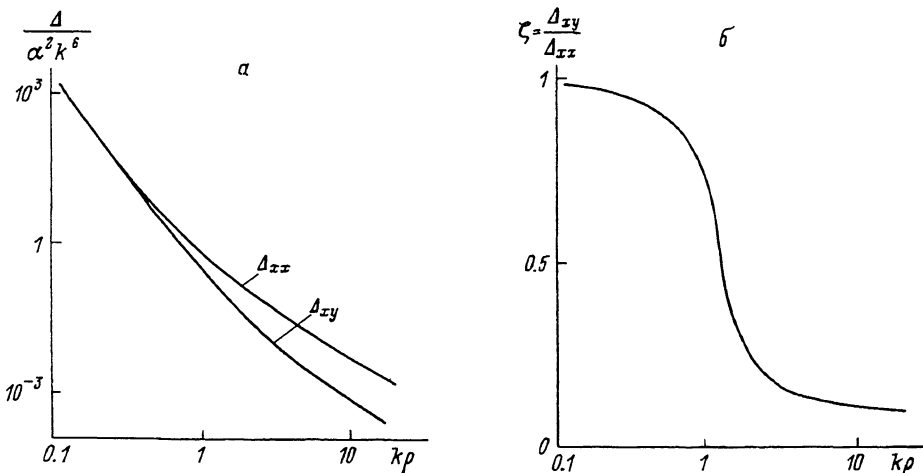


Рис. 4. Зависимости амплитуд УОВ недеполяризованной Δ_{xx} и кроссполяризованной Δ_{xy} компонент (а), определяемых по формулам (11), и их отношения $\zeta = \Delta_{xy}/\Delta_{xx}$ (б) от расстояния между частицами.

тальными данными [5]. Этого и следовало ожидать, имея в виду, что волна, рассеянная одной частицей, успевает стать поперечной при падении на другую частицу. Сближение частиц приводит к значительному увеличению амплитуды УОР (на пять порядков величин при уменьшении kr от 10 до 0.1). При $kr \ll 1$ преобладает продольная компонента рассеянного поля, и поэтому различие между Δ_{xx} и Δ_{xy} пропадает ($\zeta \rightarrow 1$).

Необходимо отметить, что величину Δ_{xx} с уменьшением расстояния между частицами становится все труднее наблюдать экспериментально, так как наряду с размытием пространственной области усиления обратного рассеяния происходит точно такое же расширение области усиления рассеяния вперед, имеющего гораздо большую амплитуду. При $kr \ll 1$ они накладываются друг на друга, в результате чего усиление обратного рассеяния оказывается слабо выраженным по сравнению с усилением вперед. Для кроссполяризованной компоненты этой трудности нет.

Угловые распределения коэффициентов усиления K_{xx} и K_{xy} в плоскости Oxz ($n_y = 0$) и их изменения при уменьшении расстояния между частицами имеют аналогичный характер.

Подводя итоги, можно сказать, что уменьшение расстояния между частицами приводит к размазыванию пиков УОР как при поперечной, так и продольной поляризации, при этом сами поляризационные величины Δ_{xx} и Δ_{xy} , определяемые по формулам (11), значительно возрастают. При $kr \ll 1$ поле между частицами еще не успевает приобрести поперечный характер, в результате недеполяризованная и кроссполяризованная компоненты усиливаются примерно одинаково ($\Delta_{xx} \cong \Delta_{xy}$).

Отдельный интерес представляет собой поведение общего сечения рассеяния σ_{tot} при уменьшении расстояния между частицами. На рис. 5 представлено нормированное общее сечение рассеяния $\eta = \sigma_{tot}/2\sigma_0$ при различных значениях поляризуемости частиц α . Здесь $\sigma_0 = (8/3)\pi\alpha^2 k^4$ — сечение рассеяния на одной частице [6]. На больших расстояниях ($kr \gg 1$) частицы становятся несвязанными и сечение σ_{tot} равно некоге-

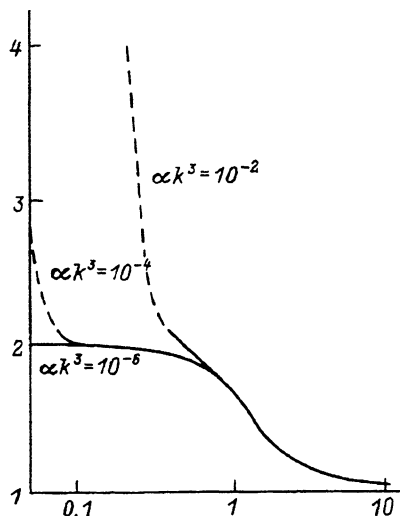


Рис. 5. Зависимость нормированного полного сечения рассеяния $\eta = \sigma_{\text{tot}}/2\sigma_0$ от расстояния между частицами.

Штриховая линия — асимптотическое поведение, описываемое формулой (12).

рентной сумме $2\sigma_0$. При $(k\rho \rightarrow 0)$ σ_{tot} несколько превышает значение $4\sigma_0$, отвечающее когерентной сумме однократно рассеянных полей,

$$\sigma_{\text{tot}} = 4\sigma_0(1 + 2\alpha^2/\rho^6), \quad (\alpha/\rho^3 \ll 1). \quad (12)$$

Увеличение σ_{tot} по сравнению с $4\sigma_0$ объясняется существованием когерентных каналов при многократном рассеянии полей. Неограниченный рост сечения (штриховая линия) связан, очевидно, с нарушением применимости дипольного приближения при $\alpha/\rho^3 \geq 1$. Для определения поведения сечения рассеяния на еще более близких расстояниях ($\rho \approx d$) необходимо выйти за пределы дипольного приближения и рассмотреть рассеяние на протяженных, близко расположенных частицах.

Указанные особенности рассеяния на совокупности малых частиц необходимо иметь в виду при интерпретации экспериментальных данных при высокой концентрации рассеивателей. Наиболее перспективными являются наблюдения в кроссполяризованном канале.

Список литературы

- [1] Watson K.M. // J. Math. Phys. 1969. Vol. 10. N 4. P. 688–702.
- [2] Бутковский О.Я., Кравцов Ю.А., Рябкин В.В. // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 5. С. 666–667.
- [3] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1988. 512 с.
- [4] Кравцов Ю.А., Саучев А.И. // УФН. 1982. Т. 37. № 7. С. 501–527.
- [5] Wolf P.E., G.Maret // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. N 24. P. 2696–2699.
- [6] Холст Г.К. Рассеяние света малыми частицами. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. 536 с.

Институт общей физики РАН
Малое специализированное предприятие
“Грот”
Москва

Поступило в Редакцию
18 марта 1991 г.