

07

©1992

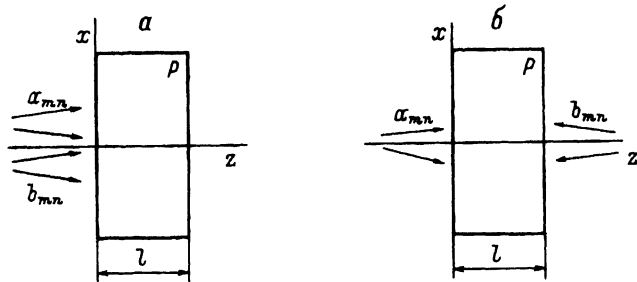
## СВОЙСТВА ОБЪЕМНОЙ ГОЛОГРАММЫ, ПОЛУЧЕННОЙ ПУТЕМ ЗАПИСИ НАЛОЖЕННЫХ ГОЛОГРАММ ОПТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПОЛНЫХ СИСТЕМ ДИСКРЕТНЫХ ОРТОНОРМИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

*В.В. Орлов*

Выполнен теоретический анализ свойств объемных пропускающих и отражательных голограмм, полученных путем записи наложенных голограмм оптических моделей полных систем дискретных ортонормированных функций. Показано, что такие голограммы не имеют интермодуляционной структуры, обусловленной интерференцией точек опорного источника друг с другом и точек объекта друг с другом, трансформируют одну систему ортогональных функций в другую, разлагают волновое поле предъявляемого объекта по системе ортогональных функций, записанных на голограмме. Найдена дифракционная эффективность фазовых и абсорбционных голограмм. Показано, что дифракционная эффективность фазовой пропускающей голограммы достигает 100%, а фазовой отражающей стремится к 100% при увеличении толщины голограммы. Показано, что фазовая отражательная голограмма при определенных условиях обладает свойствами резонатора с распределенной обратной связью.

### Введение

Свойство линзы осуществлять разложение волнового поля когерентно освещенного объекта по пространственным гармоникам Фурье широко используется для оптической обработки информации. С целью оптического разложения волнового поля по произвольной системе ортогональных функций было предложено использовать тонкие [1], а затем объемные [2,3] голограммы, полученные путем записи наложенных голограмм оптических моделей ортогональных функций. Дальнейшее исследование таких голограмм показало, что если на голограмме записаны оптические модели полных систем дискретных ортонормированных функций, то полученная голограмма не имеет интермодуляционной структуры, обусловленной интерференцией точек опорного источника между собой и точек объекта между собой, и объемная фазовая пропускающая голограмма со 100%-ной дифракционной эффективностью трансформирует одну систему



**Рис.** Схемы записи пропускающей (а) и отражательной (б) голограмм, где  $P$  — регистрирующая среда.

ортогональных функций в другую, в частности со 100%-ной дифракционной эффективностью разлагает волновое поле предъявляемого объекта по системе ортогональных функций, записанных на голограмме [4,5].

В настоящей работе продолжен теоретический анализ свойств объемных голограмм, полученных путем записи наложенных голограмм оптических моделей полных систем дискретных ортонормированных функций для случая отражающих, фазовых и абсорбционных, а также пропускающих абсорбционных голограмм.

### Запись голограммы

Пусть на одном участке регистрирующей среды, ограниченной двумя параллельными плоскостями, перпендикулярными оси  $z$ , осуществляется запись  $N$  наложенных голограмм, пропускающих (см. рисунок,а) или отражающих (см. рисунок,б). Пусть опорные источники и объекты состоят каждый из  $N$  точек, занимающих неизменное положение относительно регистрирующей среды, и пусть точкам опорного источника и объекта в области регистрирующей среды соответствуют плоские волны, поляризованные в одном направлении и распространяющиеся под малыми углами к оси  $z$ .

Обозначим через  $a_{mn}$  ( $b_{mn}$ ) комплексную амплитуду  $n$ -й точки опорного источника (объекта) во время  $m$ -й экспозиции. Все множество комплексных амплитуд точек опорных источников и объектов можно представить в виде двух матриц

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1N} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N1} & b_{N2} & \dots & b_{NN} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где матрица  $\hat{A}$  соответствует опорным источникам, матрица  $\hat{B}$  — объектам.

Пусть вектор-строки матрицы  $\hat{A}$  (аналогично матрицы  $\hat{B}$ ) с точностью до постоянного множителя представляют собой некоторую полную систему дискретных ортонормированных функций и время всех экспозиций одно и то же.

Если приращение диэлектрической проницаемости голограммы пропорционально экспозиции, то диэлектрическую проницаемость голограммы можно представить в следующем виде:

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon + i\sigma_0 + \kappa t\varepsilon_0 \left| \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N a_{mn} e^{i\mathbf{k}_{an}\mathbf{r}} + \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N b_{mn} e^{i\mathbf{k}_{bn}\mathbf{r}} \right|^2, \quad (2)$$

где  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость регистрирующей среды до экспонирования;  $\Delta\varepsilon$  и  $\sigma_0$  — изменения действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости в областях с нулевой экспозицией, обусловленные обработкой регистрирующей среды;  $t$  — время каждой экспозиции;  $\kappa = \kappa' + i\kappa''$  — комплексный коэффициент пропорциональности;  $\mathbf{k}_{an}$ ,  $\mathbf{k}_{bn}$  — волновые векторы плоских компонент опорной и объектной волн в регистрирующей среде при ее экспонировании.

Полученная голограмма не имеет интермодуляционной структуры, обусловленной интерференцией точек опорного источника друг с другом и точек объекта друг с другом. Действительно, при выполнении всех  $N$  экспозиций амплитуда пространственной гармоника диэлектрической проницаемости голограммы, соответствующая двум произвольным точкам опорного источника (объекта), пропорциональна скалярному произведению двух соответствующих вектор-столбцов матрицы  $\hat{A}$  ( $\hat{B}$ ). Вместе с тем, как следует из свойств матриц, в силу ортонормированности и полноты системы вектор-строк матрицы  $\hat{A}$  ( $\hat{B}$ ) вектор-столбцы этой матрицы также ортонормированы, следовательно, их скалярное произведение равно нулю. В случае отражающих голограмм отсутствие интермодуляционной структуры означает, что голограмма содержит решетки, записанные только во встречных пучках и не содержит решеток, записанных в попутных пучках.

Отметим, что матрицами  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  могут быть любые унитарные матрицы, например матрицы, описывающие вращение в  $N$ -мерном пространстве, матрицы, чьи вектор-строки представляют собой функции дискретного преобразования Фурье или функции Уолша. В простейшем случае матрицы  $\hat{A}$  и  $\hat{B}$  диагональны, что имеет место, когда при каждой экспозиции опорный источник и объект состоят каждый из одной точки, отличной от точек, соответствующих другим экспозициям.

### Теоретический анализ трансформации волнового поля пропускающими голограммами

Для анализа свойств пропускающих голограмм воспользуемся модовой теорией объемных пропускающих голограмм [6]. Согласно модовой теории, при записи одной голограммы и ее последующем восстановлении волновое поле в глубине голограммы, на расстоянии  $z$  от ее поверхности, описывается операторным соотношением

$$\mathbf{C}(z) = e^{iD\hat{E}z} \mathbf{C}(0), \quad (3)$$

где  $\mathbf{C}(0)$ ,  $\mathbf{C}(z)$  — комплексные векторы, описывающие волновые поля на поверхности голограммы и в глубине голограммы соответственно;  $\hat{E}$  —

матрица голограммы;  $D = (k\kappa\sqrt{\varepsilon_0})/2$ , где  $k$  — волновое число поля в вакууме.

В рассматриваемом случае при записи наложенных голограмм соотношение (3) сохраняет свою справедливость, при этом матрица голограммы принимает вид

$$\hat{E} = \begin{pmatrix} L + L_0 & \dots & 0 & a_{m1}b_{m1}^* & \dots & a_{m1}b_{mN}^* \\ 0 & \dots & 0 & a_{m2}b_{m1}^* & \dots & a_{m2}b_{mN}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & L + L_0 & a_{mN}b_{m1}^* & \dots & a_{mN}b_{mN}^* \\ b_{m1}a_{m1}^* & \dots & b_{m1}a_{mN}^* & L + L_0 & \dots & 0 \\ b_{m2}a_{m1}^* & \dots & b_{m2}a_{mN}^* & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{mN}a_{m1}^* & \dots & \vdots & 0 & \dots & L + L_0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где

$$L = \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N (|a_{mn}|^2 + |b_{mn}|^2), \quad L_0 = \frac{i\sigma_0}{\kappa\varepsilon_0}$$

и

$$a_{mi}b_{mj}^* = \sum_{m=1}^N a_{mi}b_{mj}^*,$$

т.е. по индексу  $m$ , повторяющемуся дважды, производится суммирование.

Вектор  $C(z)$  состоит из  $N$  компонент, соответствующих полю опорного источника, и  $N$  компонент, соответствующих полю объекта,

$$C(z) = [C_{a1}(z), \dots, C_{aN}(z), C_{b1}(z), \dots, C_{bN}(z)]^T, \quad (5)$$

где символ  $T$  означает операцию транспонирования, преобразующую вектор-строку в вектор-столбец.

Через вектор  $C(z)$  выражается комплексная амплитуда  $\Psi(\mathbf{r})$  волнового поля внутри голограммы

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N C_{aj}(z)e^{i\mathbf{k}_a \cdot \mathbf{r}} + \sum_{j=1}^N C_{bj}(z)e^{i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}}, \quad (6)$$

где первая сумма отвечает полю опорного источника, вторая — полю объекта.

Можно показать, что матрица пропускающей голограммы  $\hat{E}$  имеет  $2N$  собственных вектора

$$\Lambda_{m1} = \begin{pmatrix} a_{m1} \\ \vdots \\ a_{mN} \\ \sqrt{\frac{Q}{G}}b_{m1} \\ \vdots \\ \sqrt{\frac{Q}{G}}b_{mN} \end{pmatrix}, \quad \Lambda_{m2} = \begin{pmatrix} a_{m1} \\ \vdots \\ a_{mN} \\ -\sqrt{\frac{Q}{G}}b_{m1} \\ \vdots \\ -\sqrt{\frac{Q}{G}}b_{mN} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $m = 1, 2, \dots, N$  и два соответствующих им собственных числа  $\lambda_{m1} = L + L_0 + \sqrt{GQ} \equiv \lambda_1$  и  $\lambda_{m2} = L + L_0 - \sqrt{GQ} \equiv \lambda_2$ , где  $Q = \sum_{j=1}^N |a_{mj}|^2$ ,  $G = \sum_{j=1}^N |B_{mj}|^2$  — интенсивности опорного и объектного пучков соответственно.

Каждому собственному вектору матрицы голограммы соответствует волновое поле, называемое модой голограммы. По модам голограммы можно разложить любое волновое поле, возникающее в голограмме в результате ее освещения точками опорного источника и объекта, что позволяет легко найти, как голограмма трансформирует падающее на нее волновое поле, так как трансформация каждой моды сводится к умножению ее плоских компонент на одно и то же комплексное число, зависящее от собственной числа данной моды и глубины голограммы  $z$ .

Разлагая в соотношении (3) вектор поля  $C(0)$  по собственным векторам матрицы голограммы, найдем вектор поля  $C(z)$  в глубине голограммы

$$C(z) = \sum_{m=1}^N [d_{m1} e^{iD\lambda_{1z}} \Lambda_{m1} + d_{m2} e^{iD\lambda_{2z}} \Lambda_{m2}], \quad (8)$$

где  $d_{m1}, d_{m2}$  — коэффициенты разложения.

Пусть полученная голограмма освещается  $j$ -м опорным источником. Тогда, исходя из граничного условия на левой поверхности голограммы

$$C(0) = (a_{j1}, \dots, a_{jN}, 0, \dots, 0)^T = \frac{1}{2} (\Lambda_{j1} + \Lambda_{j2}), \quad (9)$$

находим  $d_{m1} = d_{m2} = 1/2\delta_{mj}$ , где  $\delta_{mj}$  — символ Кронекера.

При этом вектор поля в глубине голограммы, согласно (8), имеет вид

$$C(z) = \frac{1}{2} e^{iD(L+L_0)z} \left( e^{iD\sqrt{QG}z} \Lambda_{j1} + e^{-iD\sqrt{QG}z} \Lambda_{j2} \right). \quad (10)$$

В случае фазовой голограммы ( $\kappa = \kappa'$ ,  $L_0 = 0$ ), как следует из (10), волновое поле  $j$ -го опорного источника по мере увеличения глубины голограммы полностью и без искажений трансформируется в волновое поле  $j$ -го объекта. Затем поле  $j$ -го объекта — в поле  $j$ -го опорного источника, и далее процесс трансформации периодически повторяется. При этом дифракционная эффективность голограммы описывается соотношением

$$\eta(z) = \sin^2 \left( D\sqrt{QG}z \right) \quad (11)$$

и при

$$z = \frac{\pi}{2} \frac{1 + 2n}{D\sqrt{QG}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

достигает 100%. Таким образом, фазовая пропускающая голограмма осуществляет трансформацию любой ортогональной функции из одной системы функций в одну из ортогональных функций из другой системы функций. В частности, если матрица опорных источников  $\hat{A}$  представляет собой, например, систему функций Уолша [7] или функций дискретного преобразования Фурье, а матрица  $\hat{B}$  диагональна, то полученная голограмма, будучи освещена точками опорного источника, комплексные

амплитуды которых воспроизводят какой-либо объект, в первом порядке дифракции восстановит плоские волны, комплексные амплитуды которых пропорциональны коэффициентам разложения волнового поля объекта по данной системе ортогональных функций.

В случае пропускающей абсорбционной голограммы ( $\kappa = i\kappa''$ ) трансформационные свойства остаются такими же, как и в случае фазовой голограммы, при существенно меньшей дифракционной эффективности. Если абсорбция обусловлена только экспозицией ( $L_0 = 0$ ), то максимальная дифракционная эффективность абсорбционной голограммы достигается при равенстве интенсивностей пучков ( $Q = G$ ) на глубине

$$z = \frac{1}{2|D|Q} \ln \frac{2N + 1}{2N - 1} \quad (12)$$

и определяется соотношением

$$\eta = \frac{(2N - 1)^{(2N-1)}}{(2N + 1)^{2N+1}}, \quad (13)$$

принимая значения  $\eta = 3.7, 0.86, 0.35, 0.23\%$  при числе наложенных голограмм  $N = 1, 2, 3, 4$  соответственно.

### Теоретический анализ трансформации волнового поля отражательными голограммами

Для анализа свойств отражающих голограмм воспользуемся модовой теорией объемных отражающих голограмм [8,9], согласно которой трансформация волнового поля отражающей голограммой, как и пропускающей, описывается соотношением (3), где матрица голограммы  $\hat{E}$  в рассматриваемом случае наложенных отражающих голограмм принимает вид

$$\hat{E} = \begin{pmatrix} L + L_0 & \dots & 0 & a_{m1}b_{m1}^* & \dots & a_{m1}b_{mN}^* \\ 0 & \dots & 0 & a_{m2}b_{m1}^* & \dots & a_{m2}b_{mN}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & L + L_0 & a_{mN}b_{m1}^* & \dots & a_{mN}b_{mN}^* \\ -b_{m1}a_{m1}^* & \dots & -b_{m1}a_{mN}^* & -(L + L_0) & \dots & 0 \\ -b_{m2}a_{m1}^* & \dots & -b_{m2}a_{mN}^* & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -b_{mN}a_{m1}^* & \dots & -b_{mN}a_{mN}^* & 0 & \dots & -(L + L_0) \end{pmatrix} \quad (14)$$

где

$$L_0 = \left[ 2 \frac{\Delta\omega}{\omega} \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon + i\sigma_0 \right] \frac{1}{\kappa\varepsilon_0},$$

$\omega$  — частота излучения при записи голограммы,  $\Delta\omega$  — разность частот восстанавливающего и записывающего излучения.

Матрица отражательной голограммы  $\tilde{E}$  имеет  $2N$  собственных векторов

$$\Lambda_{m1} = \begin{pmatrix} a_{m1} \\ \vdots \\ \frac{a_{mN}}{-(L+L_0)+\sqrt{(L+L_0)^2-GQ}} \\ \frac{a_{mN}}{-(L+L_0)+\sqrt{(L+L_0)^2-GQ}} b_{m1} \\ \frac{a_{mN}}{-(L+L_0)+\sqrt{(L+L_0)^2-GQ}} b_{mN} \end{pmatrix}, \Lambda_{m2} = \begin{pmatrix} a_{m1} \\ \vdots \\ \frac{a_{mN}}{-(L+L_0)-\sqrt{(L+L_0)^2-GQ}} \\ \frac{a_{mN}}{-(L+L_0)-\sqrt{(L+L_0)^2-GQ}} b_{m1} \\ \frac{a_{mN}}{-(L+L_0)-\sqrt{(L+L_0)^2-GQ}} b_{mN} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где  $m = 1, 2, \dots, N$ , и два соответствующих им собственных числа  $\lambda_{m1} = \sqrt{(L+L_0)^2 - GQ} \equiv \lambda_1$  и  $\lambda_{m2} = -\sqrt{(L+L_0)^2 - GQ} \equiv \lambda_2$ .

Предположим, что голограмма восстанавливается полем  $j$ -го опорного источника. Тогда, задав соответствующие граничные условия на левой и правой поверхностях голограммы

$$\mathbf{C}(0) = (a_{j1}, \dots, a_{jN}, u_{j1}, \dots, u_{jN})^T,$$

$$\mathbf{C}(l) = (v_{j1}, \dots, v_{jN}, 0, \dots, 0)^T, \quad (16)$$

где  $u_{j1}, \dots, u_{jN}$ ;  $v_{j1}, \dots, v_{jN}$  — величины, подлежащие расчету,  $l$  — толщина голограммы, найдем коэффициенты разложения поля по модам голограммы

$$d_{m1} = \delta_{mj} \frac{[\lambda + (L + L_0)]e^{-iD\lambda l}}{[\lambda + (L + L_0)]e^{-iD\lambda l} + [\lambda - (L + L_0)]e^{iD\lambda l}},$$

$$d_{m2} = \delta_{mj} \frac{[\lambda - (L + L_0)]e^{iD\lambda l}}{[\lambda + (L + L_0)]e^{-iD\lambda l} + [\lambda - (L + L_0)]e^{iD\lambda l}}, \quad (17)$$

где  $\lambda = \lambda_1 = -\lambda_2$ .

Подставив коэффициенты разложения (17) в (8), найдем вектор поля  $\mathbf{C}(z)$  в глубине голограммы при восстановлении голограммы  $j$ -м опорным источником

$$\mathbf{C}(z) = \left\{ \frac{[\lambda + (L + L_0)]e^{-iD\lambda(l-z)} + [\lambda - (L + L_0)]e^{iD\lambda(l-z)}}{[\lambda + (L + L_0)]e^{-iD\lambda l} + [\lambda - (L + L_0)]e^{iD\lambda l}} [a_{j1}, \dots, a_{jN}], \right. \\ \left. \frac{[e^{iD\lambda(l-z)} - e^{-iD\lambda(l-z)}] Q}{[\lambda + (L + L_0)]e^{-iD\lambda l} + [\lambda - (L + L_0)]e^{iD\lambda l}} [b_{j1}, \dots, b_{jN}] \right\}^T \quad (18)$$

Комплексная амплитуда волнового поля выражается через компоненты вектора  $\mathbf{C}(z)$  соотношением (6).

Из (18) следует, что волновое поле  $j$ -го опорного источника без искажений трансформируется в волновое поле  $j$ -го объекта и, следовательно, отражательная голограмма имеет такие же трансформационные свойства, как и пропускающая и, в частности, способна разлагать волновое

поле предъявляемого объекта по заданной полной системе дискретных ортонормированных функций.

Рассмотрев волновое поле на левой поверхности голограммы ( $z = 0$ ), найдем дифракционную эффективность голограммы

$$\eta = \left| \frac{(L + L_0)}{\sqrt{GQ}} - \sqrt{\frac{(L + L_0)^2}{GQ} - 1} \operatorname{cth} \left( i D l \sqrt{GQ} \sqrt{\frac{(L + L_0)^2}{GQ} - 1} \right) \right|^{-2}. \quad (19)$$

Дифракционная эффективность фазовой отражательной голограммы зависит от того, происходит ли дифракция внутри “запрещенной зоны” или вне ее, где понятие “запрещенной зоны” имеет такой же смысл, как и при дифракции на одной объемной решетке [10].

Внутри “запрещенной зоны”, т.е. при условии  $(L + L_0)^2 / (GQ) < 1$ , дифракционная эффективность фазовой голограммы описывается соотношением

$$\eta = \left[ \frac{(L + L_0)^2}{GQ} + \left( 1 - \frac{(L + L_0)^2}{GQ} \right) \operatorname{cth}^2 D l \sqrt{GQ - (L + L_0)^2} \right]^{-1}. \quad (20)$$

и при неограниченном увеличении толщины голограммы  $l$  монотонно стремится к единице. В частности, если приращение средней диэлектрической проницаемости голограммы, обусловленное средней экспозицией, полностью скомпенсировано ( $L + L_0 = 0$ ) путем придания соответствующих значений параметрам  $\Delta \varepsilon$  или  $\Delta \omega$ , то дифракционная эффективность определяется соотношением  $\eta = \operatorname{th}^2 (D l \sqrt{GQ})$ .

Вне “запрещенной зоны”, т.е. при условии  $(L + L_0)^2 / (GQ) > 1$ , дифракционная эффективность фазовой голограммы описывается соотношением

$$\eta = \left[ \frac{(L + L_0)^2}{GQ} + \left( \frac{(L + L_0)^2}{GQ} - 1 \right) \operatorname{cth} D l \sqrt{(L + L_0)^2 - GQ} \right]^{-1}. \quad (21)$$

и периодически зависит от толщины голограммы  $l$ , изменяясь от нулевого значения при  $l = (n\pi) / (D\lambda)$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  до максимального, равного  $\eta = (GQ) / (L + L_0)^2$ , при  $l = ((2n + 1)\pi) / (2D\lambda)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

Особый интерес представляет случай, когда  $L_0 = 0$ , т.е. когда приращение средней диэлектрической проницаемости голограммы, обусловленное средней экспозицией, никак не скомпенсировано. Тогда максимальное значение дифракционной эффективности, имеющее место при равенстве интенсивностей пучков  $Q = G$  и толщине голограммы  $l = ((2n + 1)\pi) / (2DQ\sqrt{4N^2 - 1})$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , определяется числом наложенных голограмм

$$\eta = \frac{1}{4N^2}. \quad (22)$$

При этом дифракционная эффективность принимает значения 25, 6.25, 2.78, 1.56% для  $N = 1, 2, 3, 4$  соответственно.

В случае абсорбционной отражательной голограммы при условии  $L_0 = 0$  дифракционная эффективность описывается соотношением

$$\eta = \left| \frac{N(G + Q)}{\sqrt{GQ}} + \sqrt{\frac{N^2(G + Q)^2}{GQ} - 1} \operatorname{cth} |D| l \sqrt{N^2(G + Q)^2 - GQ} \right|^{-2} \quad (23)$$



и монотонно возрастает при неограниченном увеличении толщины голограммы  $l$ , стремясь при  $Q = G$  к максимальному значению  $\eta = |\sqrt{4N^2 - 1} + 2N|^{-2}$ , равному 7.17, 1.61, 0.70, 0.39% для  $N = 1, 2, 3, 4$  соответственно.

Из рассмотрения волнового поля внутри голограммы следует, что при условии  $(L + L_0)^2 / (GQ) < 1$  интенсивности как восстанавливающей, так и восстановленной волн по мере увеличения расстояния  $z$  от левой поверхности голограммы монотонно уменьшаются. Однако если  $(L + L_0)^2 / (GQ) > 1$ , то интенсивности восстанавливающего  $I_0$  и восстановленного  $I_1$  полей периодически зависят от  $z$

$$I_0 = \frac{(L + L_0)^2 - GQ \cos^2 \left[ D\sqrt{(L + L_0)^2 - GQ}(l - z) \right]}{(L + L_0)^2 - GQ \cos^2 \left[ D\sqrt{(L + L_0)^2 - GQ}l \right]} Q, \quad (24)$$

$$I_1 = \frac{GQ \sin^2 \left[ D\sqrt{(L + L_0)^2 - GQ}(l - z) \right]}{(L + L_0)^2 - GQ \cos^2 \left[ D\sqrt{(L + L_0)^2 - GQ}l \right]} Q, \quad (25)$$

и могут существенно превышать интенсивность  $Q$  восстанавливающего поля на левой поверхности голограммы. Максимальные интенсивности обоих полей

$$I_0 = \frac{(L + L_0)^2 Q}{(L + L_0)^2 - GQ}, \quad I_1 = \frac{GQ^2}{(L + L_0)^2 - GQ} \quad (26)$$

достигаются в одних и тех же условиях: при толщине голограммы

$$l = \frac{n\pi}{D\sqrt{(L + L_0)^2 - GQ}}, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

на расстояниях от левой поверхности голограммы

$$z = l - \frac{(2n + 1)\pi}{2D\sqrt{(L + L_0)^2 - GQ}}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

и во много раз превосходят интенсивность  $Q$  освещающего голограмму пучка, если  $(L + L_0)^2 / (GQ)$  незначительно превышает единицу. При этом дифракционная эффективность голограммы равна нулю и голограмму можно рассматривать как резонатор с распределенной обратной связью. На эффект увеличения интенсивности поля внутри отражательной голограммы ранее указывалось в случае записи одной голограммы [8].

Рассмотренная теория объемных наложенных голограмм не учитывает возникновения при восстановлении голограммы шумовых волновых полей, поскольку объемная голограмма может быть записана в таких условиях, когда при дифракции на любой пространственной решетке голограммы плоской волны, участвовавшей в записи этой решетки, не возникает шумовых волн, т.е. волн, отличных от тех, которыми данная решетка была записана [11], а угловые расстояния между точками опорного

источника и угловые расстояния между точками объекта могут быть выбраны достаточно большими, чтобы благодаря угловой селективности голограммы можно было бы пренебречь дифракцией волновых полей на тех решетках, в записи которых они не участвовали [12].

Выводы теоретического анализа подтверждены экспериментальными результатами, полученными при разложении объемной пропускающей голограммой волнового поля объекта по функциям Уолша и представленными в работе [5].

Автор благодарит Ю.Н.Денисюка за ценное обсуждение работы.

## Выводы

1. Голограмма, полученная путем записи наложенных голограмм оптических моделей полных систем дискретных ортонормированных функций, не имеет интермодуляционной структуры, обусловленной интерференцией точек опорного источника друг с другом и точек объекта друг с другом. В частности, отражательная объемная голограмма не содержит решеток, записанных в попутных пучках.

2. Объемная голограмма, пропускающая или отражательная, полученная путем записи наложенных голограмм оптических моделей полных систем дискретных ортонормированных функций, трансформирует одну систему ортогональных функций в другую и, в частности, разлагает волновое поле предьявляемого объекта по системе ортогональных функций, записанных на голограмме.

3. Трансформационные свойства голограммы не зависят от того, фазовая голограмма или абсорбционная, что влияет лишь на дифракционную эффективность голограммы. Дифракционная эффективность фазовой пропускающей голограммы достигает 100%, а фазовой отражательной стремится к 100% при увеличении толщины голограммы.

4. При определенном приращении средней диэлектрической проницаемости фазовой отражательной голограммы или изменении частоты восстанавливающего излучения дифракционная эффективность голограммы равна нулю, а интенсивность поля внутри голограммы намного превышает интенсивность волнового поля, падающего на голограмму. В данных условиях фазовую отражательную голограмму можно рассматривать как резонатор с распределенной обратной связью.

## Список литературы

- [1] Гибин И.С., Невежко Е.С., Потатуркин О.И., Твердохлеб П.Е. // Автометрия. 1972. № 5. С. 3-9.
- [2] Денисюк Ю.Н., Давыдова И.Н. // Опт. и спектр. 1986. Т. 60. Вып. 2. С. 365-371.
- [3] Денисюк Ю.Н., Давыдова И.Н., Байкова Л.Н. // Опт. и спектр. 1987. Т. 63. Вып. 6. С. 1351-1354.
- [4] Орлов В.В. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 2. С. 9-12.
- [5] Денисюк Ю.Н., Орлов В.В. // Голографические оптические элементы и системы / Под ред. Ю.Н.Денисюка. Л.: Наука, 1991. С. 3-10.
- [6] Сидорович В.Г. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 6. С. 1306-1312.
- [7] Трайтман А.М., Трайтман В.А. // Основы теории сигналов на конечных интервалах. М.: Сов. радио, 1975. 208 с.
- [8] Лещев А.А., Сидорович В.Г. // Опт. и спектр. 1978. Т. 44. Вып. 2. С. 302-308.

- [9] *Лецев А.А., Сидорович В.Г.* // Проблемы оптической голографии / Под ред. Ю.Н.Денисюка. Л., 1979. С. 42-52.
- [10] *Яриш А., Юх П.* // Оптические волны в кристаллах. М.: Мир, 1987. 616 с.
- [11] *Magnusson R., Gaylord T.K.* // J. Opt. Soc. Amer. 1978. Vol. 68. N 6. P. 809-814.
- [12] *Benlarbi B., Solymar L.* // Int. J. Electronics. 1982. Vol. 52. N 2. P. 95-100.

Всероссийский научный  
центр  
(ГОИ им.С.И.Вавилова)  
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию  
19 августа 1991 г.

---