

01:09

© 1992 г.

РАСЩЕПЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА ПРИ СКАЧКЕ  
ПРОВОДИМОСТИ ОГРАНИЧЕННОЙ СРЕДЫ

А. Г. Нерух, И. Ю. Шаворыкина

Исследовано преобразование прямоугольного электромагнитного импульса при скачкообразном изменении во времени проводимости полупространства. Найдено точное выражение для преобразованного поля как внутри нестационарного полупространства, так и вне его. Проведен анализ этого выражения с помощью пространственно-временной диаграммы. Показано, что первоначальный импульс в момент скачка проводимости расщепляется на „прошедший“ и „отраженный“, причем последний в свою очередь расщепляется на пространственной границе проводящей среды. Все эти импульсы оставляют за собой „след“ поля в виде неоднородного нестационарного электромагнитного поля.

1. Преобразование электромагнитного поля при изменении во времени диэлектрической и магнитной проницаемости среды исследовалось в ряде работ, например [1–3]. При этом особый интерес представляет трансформация электромагнитных импульсов, которая для случая изменения во времени диэлектрической проницаемости среды рассмотрена в работе [4]. В случае безграничной проводящей среды, проводимость которой испытывает скачкообразные изменения во времени, преобразование плоской волны, ограниченной передним фронтом, исследовалось в работе [5]. В этой работе показано, что нестационарность диспергирующей среды, к которой относится и проводящая среда, вносит качественно новые элементы в характер преобразования электромагнитного сигнала, в частности приводит к образованию непрерывного спектра волн в случае первоначальной волны, ограниченной передним фронтом. Образование непрерывного спектра волн будет иметь место и в случае первоначальной гармонической волны, если нестационарная среда является не только диспергирующей, но и ограниченной [3, 6]. Представляет интерес ситуация, когда имеет место сочетание обоих факторов, а именно ограниченный фронтами первоначальный сигнал взаимодействует с ограниченной нестационарной проводящей средой.

2. В настоящей работе исследуется расщепление электромагнитного импульса конечной длительности при скачкообразном образовании в нулевой момент времени проводящей среды в полупространстве  $x \geq 0$ . Электрическое поле импульса, падающего по нормали на границу полу-

пространства, имеет только составляющую, перпендикулярную направлению распространения, и не зависит от поперечных координат.

Решение такой задачи удобно производить на основе эволюционного подхода [7], согласно которому описание нестационарной краевой задачи внутри области  $x \geq 0$  разбивается на три последовательных этапа. Первый этап ( $t < 0$ ) соответствует стационарному состоянию среды, и решение задачи на нем представляет собой первоначальный сигнал  $E_1(t, x)$ . Второй и третий этапы ( $t > 0$ ) соответствуют нестационарному состоянию среды, и поле на них в случае пространственно-одномерной задачи удовлетворяет уравнению [8]

$$E(t, x) = E_1(t, x) - \frac{\sigma}{\varepsilon v^2} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \chi(x') \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\theta\left(t - t' - \frac{|x - x'|}{v}\right)}{|x - x'|} E(t', x'), \quad (1)$$

где  $v = c/\sqrt{\varepsilon}$ ;  $\varepsilon$  и  $\sigma$  — диэлектрическая проницаемость и проводимость среды;  $\theta(t)$  — единичная функция Хевисайда.

Характеристическая функция  $\chi(x) \equiv 1$  на втором этапе ( $t \in [0, x/v]$ ) и  $\chi(x) = \theta(x)$  на третьем, начинающемся в момент  $t = x/v$ . Второй этап характерен тем, что возмущение от границы образовавшейся проводящей среды не успевает достичь точки наблюдения  $(t, x)$ , и поэтому задача на этом этапе соответствует случаю безграничной среды.

Поле вне проводящей области ( $x > 0$ ) находится с помощью соотношения (1), выражающего теперь внешнее поле через внутреннее, если положить  $\chi(x) = \phi(x)$ .

Так как уравнение (1) является уравнением Вольтерра второго рода, то его решение всегда может быть записано с помощью резольвенты

$$E(t, x) = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx' R(t, t', x, x') E_1(t', x') + E_1(t, x), \quad (2)$$

которая является решением уравнения, аналогичного (1),

$$R(t, t', x, x') = \theta(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\theta\left(t - t' - \frac{|x - x'|}{v}\right)}{|x - x'|} + \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx'' \chi(x'') \times \\ \times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \frac{\theta\left(t - t' - \frac{|x - x''|}{v}\right)}{|x - x''|} R(t, t', x, x''). \quad (3)$$

Решение этого уравнения на втором этапе дает резольвенту [8]

$$R_2(t, t', x, x') = - \frac{\sigma_{\varepsilon}}{v} \int_{\alpha - l\infty}^{\alpha + l\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{q - \sigma_{\varepsilon}}{\sqrt{q^2 - \sigma_{\varepsilon}^2}} \times \\ \times e^{(q - \sigma_{\varepsilon})\tau - \frac{|x - x'|}{v} \sqrt{q^2 - \sigma_{\varepsilon}^2}}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{\varepsilon} = (2\pi\sigma)/\varepsilon$ ,  $\tau = t - t'$ ,  $\alpha \geq \sigma_{\varepsilon}$ .

Резольвента третьего этапа строится с помощью отражений так же, как и в работе [7], и отличается от (4) наличием слагаемого, обусловленного существованием границы проводящего полупространства. Требуя, чтобы эта резольвента удовлетворяла уравнению (3), получим для нее следующее выражение:

$$R_3(t, t', x, x') = -\frac{\sigma_\varepsilon}{v} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{q-\sigma_\varepsilon}{\sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}} e^{(q-\sigma_\varepsilon)t} \times$$

$$\times \left\{ e^{-\frac{|x-x'|}{v} \sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}} + \frac{\sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}-q+\sigma_\varepsilon}{\sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}+q-\sigma_\varepsilon} e^{-\frac{(x+x')}{v} \sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}} \right\}. \quad (5)$$

Выражение (5) позволяет с помощью (2) находить преобразованное поле для первоначального поля с произвольной зависимостью от времени и координаты. Пусть первоначальное поле  $E_1$  представляет собой прямоугольный импульс

$$E_1(t, x) = E_0 \{ \theta(vt-vt_1-x) - \theta(vt-vt_2-x) \}, \quad E_0 = \text{const},$$

$$t_2 < t_1 < 0.$$

Тогда из (2) с учетом (4) и (5) поля  $E_2$  и  $E_3$  могут быть записаны в виде

$$E_2(t, x) + E_0 \{ \theta(vt-vt_1-x) - \theta(vt-vt_2-x) \} + \sigma_\varepsilon E_0 \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \times$$

$$\times \left\{ \theta(x+vt_2) \frac{e^{(q-\sigma_\varepsilon)\left(t-t_2-\frac{x}{v}\right)}}{\sigma_\varepsilon(q-\sigma_\varepsilon)} - \theta(x+vt_1) \frac{e^{(q-\sigma_\varepsilon)\left(t-t_1-\frac{x}{v}\right)}}{\sigma_\varepsilon(q-\sigma_\varepsilon)} - \right.$$

$$- \theta(x+vt_2) \frac{e^{(q-\sigma_\varepsilon)t - \left(t_2 + \frac{x}{v}\right) \sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}}}{(q+\sigma_\varepsilon)\left(\sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}-q+\sigma_\varepsilon\right)} + \theta(x+vt_1) \times$$

$$\times \frac{e^{(q-\sigma_\varepsilon)t - \left(t_1 + \frac{x}{v}\right) \sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}}}{(q+\sigma_\varepsilon)\sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}-q-\sigma_\varepsilon} - \theta(-x+vt_2) \times$$

$$\times \frac{e^{(q-\sigma_\varepsilon)t + \left(t_2 + \frac{x}{v}\right) \sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}}}{(q+\sigma_\varepsilon)\left(\sqrt{q^2-\sigma_\varepsilon^2}+q-\sigma_\varepsilon\right)} + \theta(-x-vt_1) \times$$

$$\times \frac{e^{(q-\sigma_\varepsilon)t + \left(t_1 + \frac{x}{v}\right)\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}}}{(q + \sigma_\varepsilon)\left(\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2} + q - \sigma_\varepsilon\right)} \left. \right\} \quad (6)$$

$$E_3(t, x) = E_2(t, x) + \sigma_\varepsilon E_0 \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{q + \sigma_\varepsilon - \sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}}{(q + \sigma_\varepsilon)\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2} + q - \sigma_\varepsilon} \times$$

$$\times \left\{ e^{(q-\sigma_\varepsilon)t + \left(t_2 - \frac{x}{v}\right)\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}} - e^{(q-\sigma_\varepsilon)t + \left(t_1 - \frac{x}{v}\right)\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}} \right\} \quad (7)$$

Первые два слагаемых в (6) легко интегрируются по  $q$  с помощью вычетов. Для интегрирования следующих слагаемых преобразуем их таким образом:

$$\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{e^{qt-b}\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}}{(q + \sigma_\varepsilon)\left(\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2} \pm (q - \sigma_\varepsilon)\right)} = \frac{1}{2\sigma_\varepsilon} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \times$$

$$\times \left\{ \frac{e^{qt-b}\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}}{\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}} \mp \frac{e^{qt-b}\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}}{q - \sigma_\varepsilon} \right\} =$$

$$= \frac{1}{2\sigma_\varepsilon} \left\{ \theta(t-b) I_0\left(\sigma_\varepsilon \sqrt{t^2 - b^2}\right) \mp \int_0^t d\tau e^{-\sigma_\varepsilon(t-\tau)} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \times \right.$$

$$\left. \times e^{qt-b}\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2} \right\}, \quad (8)$$

где  $I_0$  — модифицированная функция Бесселя [9].

Для вычисления интеграла по  $q$  в (8) учтем, что [9]

$$\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} e^{qt} \left( e^{-b\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}} - e^{-bq} \right) =$$

$$= \theta(t-b) \frac{\sigma_\varepsilon b}{\sqrt{t^2 - b^2}} I_1\left(\sigma_\varepsilon \sqrt{t^2 - b^2}\right).$$

Так как

$$\int_{\alpha-l\infty}^{\alpha+l\infty} \frac{dq}{2\pi i} e^{q(t-b)} = \sigma(t-b),$$

то окончательное выражение для интеграла (8) примет вид

$$\int_{\alpha-l\infty}^{\alpha+l\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{e^{qt-b} \sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}}{(q + \sigma_\varepsilon) \left( \sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2} \pm (q - \sigma_\varepsilon) \right)} = \frac{1}{2\sigma_\varepsilon} \theta(t-b) \times$$

$$\times \left\{ I_0 \left( \sigma_\varepsilon \sqrt{t^2 - b^2} \right) \mp e^{-\sigma_\varepsilon(t-b)} \mp \sigma_\varepsilon b \int_0^{\sqrt{t^2 - b^2}} \frac{I_1(\sigma_\varepsilon \xi)}{\sqrt{\xi^2 + b^2}} d\xi \right. \times$$

$$\left. \times e^{-\sigma_\varepsilon \left( t - \sqrt{\xi^2 + b^2} \right)} d\xi \right\}. \quad (9)$$

Теперь выражение для поля  $E_2$  после скачка  $\sigma$  преобразуется к виду

$$E_2(t, x) = E_0 \theta(-x - vt_1) \theta(x + vt_2) e^{-2\sigma_\varepsilon t} + E_{11}(t, x) - E_{22}(t, x) +$$

$$+ E_{12}(t, x) - E_{21}(t, x), \quad (10)$$

где

$$E_{1i}(t, x) = \frac{E_0}{2} \theta(vt_i + x) \theta(vt - vt_i - x) \left[ I_0 \left( \sigma_\varepsilon \sqrt{t^2 - \left( t_i + \frac{x}{v} \right)^2} \right) + \right.$$

$$\left. + e^{-\sigma_\varepsilon \left( t - t_i - \frac{x}{v} \right)} + F_0 \left( t, t_i + \frac{x}{v} \right) \right] e^{-\sigma_\varepsilon t},$$

$$E_{ij}(t, x) = \frac{E_0}{2} \theta(-vt_i - x) \theta(vt + vt_i + x) \left[ I_0 \left( \sigma_\varepsilon \sqrt{t^2 - \left( t_i + \frac{x}{v} \right)^2} \right) - \right.$$

$$\left. - e^{-\sigma_\varepsilon \left( t + t_i + \frac{x}{v} \right)} + F_0 \left( t, t_i + \frac{x}{v} \right) \right] e^{-\sigma_\varepsilon t}, \quad i \neq j,$$

$$F_0(t, b) = \sigma_\varepsilon b \int_0^t e^{-\sigma_\varepsilon(t-\tau)} \frac{I_1(\sigma_\varepsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} d\tau. \quad (11)$$

Для вычисления поля  $E_3$  интеграл по  $q$  в (7) преобразуется следующим образом:

$$\int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dq}{2\pi i} \frac{(q - \sigma_\varepsilon - \sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}) e^{qt - b\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2}}}{(q + \sigma_\varepsilon)(\sqrt{q^2 - \sigma_\varepsilon^2} + q - \sigma_\varepsilon)^2} =$$

$$= \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \theta(t-b) \left\{ \sqrt{\frac{t-b}{t+b}} I_1(\sigma_\varepsilon \sqrt{t^2 - b^2}) + \int_b^t d\tau \frac{I_1(\sigma_\varepsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} \times \right.$$

$$\left. \times e^{-\sigma_\varepsilon(t-\tau)} - \sigma_\varepsilon b \int_b^t d\tau \frac{I_0(\sigma_\varepsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\tau + b} e^{-\sigma_\varepsilon(t-\tau)} \right\}. \quad (12)$$

Окончательное выражение для поля  $E_3$  внутри нестационарной области принимает вид

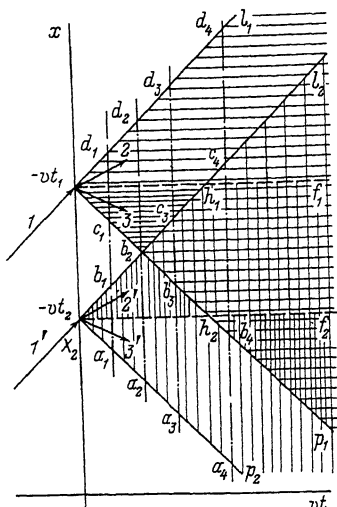
$$E_3(t, x) = E_2(t, x) + \sum_{l=1}^2 (-1)^l \theta(vt + vt_l - x) \frac{E_0}{2} x$$

$$\times \left[ \sqrt{\frac{t+t_l - \frac{x}{v}}{t+t_l - \frac{x}{v}}} I_1\left(\sigma_\varepsilon \sqrt{t^2 - \left(t_l - \frac{x}{v}\right)^2}\right) + F_1\left(t, t_l - \frac{x}{v}\right) \right] e^{-\sigma_\varepsilon t},$$

$$F_1(t, b) = \int_b^t d\tau e^{-\sigma_\varepsilon(t-\tau)} \left[ \sigma_\varepsilon b \frac{I_0(\sigma_\varepsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\tau + b} - \frac{I_1(\sigma_\varepsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} \right].$$

3. Выражение (13) описывает расщепление прямоугольного электромагнитного импульса на временном скачке проводимости внутри области  $x \geq 0$ . Картины поля после изменения свойств среды удобно анализировать по пространственно-временной диаграмме (рис. 1).

Лучи 1 и 1' на рис. 1 определяют мировые линии первоначального импульса до появления проводимости ( $t < 0$ ). Фронты начального импульса в момент появления проводимости являются источниками вторичных пространственно-временных лучей, траектории которых определяются условием постоянства аргументов в выражении для  $E_{lj}$ . Из этого условия следует, что совокупность прошедших пространственно-временных лучей 2 и 2' занимают области  $-vt_1 < x < vt - vt_1$  и  $(f_1 X_1 l_1)$  и  $-vt_2 < x < vt - vt_2$  ( $f_2 X_2 l_2$ ) соответственно. Отраженные лучи 3 и 3' занимают области  $-vt - vt_1 < x < -vt_1$  ( $p_1 X_1 f_1$ ) и



$-vt - vt_2 < x < -vt_2$  ( $p_2 X_2 f_2$ ). Дифференцируя условие постоянства аргументов в  $E_{ij}$ , получим, что скорость распространения фаз поля

$$v_{\phi} = \frac{vt}{t_l + \frac{x}{v}}$$

зависит от координат и равна скорости начального импульса только на мировых линиях фронтов  $x = \pm vt - vt_l$ . Неоднородность

фазовой скорости приводит к „вытеканию“ поля через задние фронты и образованию „следа“. На рис. 1 пунктирными линиями показаны границы между областями с различными выражениями для поля, на котором поле непрерывно. Сплошные линии обозначают границы, на которых поле претерпевает разрыв. На границах между областями прошедших и отраженных лучей  $x = -vt_1$  и  $x = -vt_2$  поле непрерывно.

Тело начального импульса, который при  $t = 0$  занимает отрезок  $-vt_2 \leq x \leq -vt_1$ , вносит свой вклад в трансформированное поле в полосу между горизонтальными штриховыми линиями на рис. 1. Этот вклад однороден по пространственным координатам и экспоненциально затухает со временем. Заметим, что пространственно-временные точки  $(vt, x)$ , лежащие в дважды заштрихованных областях  $p_1 b_2 l_2$  на рис. 1, достигаются лучами, излученными как передним, так и задним фронтами импульса. При этом боковые области  $f_1 h_1 l_2$  и  $f_2 h_2 p_1$  достигаются только прошедшими лучами 2 и 2' ( $f_1 h_1 l_2$ ) или только отраженными 3 и 3' ( $f_2 h_2 p_1$ ). В точках центральной области  $f_2 h_2 b_2 h_1 f_1$  наблюдаются отраженные 3 и прошедшие 2' лучи, излученные обоими фронтами импульса в момент появления проводимости  $\sigma$ , а также однородное поле, излучаемое из внутренних точек импульса.

Таким образом, преобразование прямоугольного импульса при временном скачке проводимости можно трактовать как расщепление его на „прошедший“ и „отраженный“ от временного скачка импульсы, заполненные неоднородным полем, и появление следа, оставляемого этими импульсами. Мировые линии их фронтов определяются прямыми  $l_1, l_2$  и  $p_1, p_2$  соответственно. Угол „отражения“ от квазиплоскости  $t = 0$  в координатах пространство—время равен углу „падения“. При этом передний фронт „отраженного“ импульса соответствует заднему фронту начального, поле в нем определяется параметрами только этого фронта. В „прошедшем“ импульсе последовательность фронтов сохраняется и поле в нем определяют параметры переднего фронта. „Прошедший“ и „отраженный“ импульсы как целое движутся с одинаковой скоростью  $v$  в

противоположных пространственных направлениях. Эти импульсы разделяются в момент  $t = (t_2 - t_1)/2$ , когда их задние фронты пройдут расстояния, равные половине длительности импульса. До этого момента область их пересечения заполнена однородным полем  $E_0 e^{-2\sigma_\varepsilon t}$ .

Область  $p_1 b_2 l_2$  между задними фронтами импульсов заполнена полем, представляющим собой „след“ прошедших импульсов. При этом в центральной части этой области  $f_2 h_2 b_2 h_1 f_1$  поле всегда меньше, чем вне ее. Частотный спектр этого поля является непрерывным.

4. Помимо рассмотренных составляющих выражение (13) для  $E_3$  содержит слагаемое, которое описывает переотражение обратного („отраженного“ от временной неоднородности) импульса от пространственной границы  $x = 0$ .

Поле  $E_r$  в области вне нестационарного полупространства ( $x < 0$ ) найдем по формуле (1), подставив под интеграл полученное выражение для внутреннего поля,

$$E_r = E_0 \left\{ \theta(vt + vt_1 + x) \sqrt{\frac{t + \frac{x}{v} - t_1}{t + \frac{x}{v} - t_1}} I_1 \left( \sigma_\varepsilon \sqrt{\left(t + \frac{x}{v}\right)^2 - t_1^2} \right) - \theta((vt + vt_2 + x) \sqrt{\frac{t + \frac{x}{v} + t_2}{t + \frac{x}{v} - t_2}} I_1 \left( \sigma_\varepsilon \sqrt{\left(t + \frac{x}{v}\right)^2 - t_2^2} \right) \right\} e^{-\sigma_\varepsilon t}. \quad (14)$$

Полная картина поля на границе  $x = 0$  дана на рис. 2, где обозначения аналогичны рис. 1. „Отраженный“ от временного скачка импульс в области  $x > 0$  движется в сторону границы, где расщепляется на два импульса: отраженный от границы и прошедший через нее. Эти импульсы занимают на рис. 2 области  $r_2 T_2 T_1 r_1$  и  $g_1 T_1 T_2 g_2$  соответственно. Отражение от границы начинается в момент  $t = -t_2$ , когда передний фронт обратного импульса дошел до нее. Эти импульсы аналогично описанным выше возбуждают поля сплошного спектра в областях  $rT_s$  и  $sT_1 g_1$ , через которые они прошли. Поля внутри этих импульсов определяются их передними фронтами. Соотношение моментов разделения „прошедшего“ и „отраженного“ от временного скачка импульсов  $t = (t_2 - t_1)/2$  и начала расщепления на границе  $x = 0$  обратного импульса  $t = -t_2$  может быть различным в зависимости от соотношения параметров  $t_1$  и  $t_2$  начального импульса.

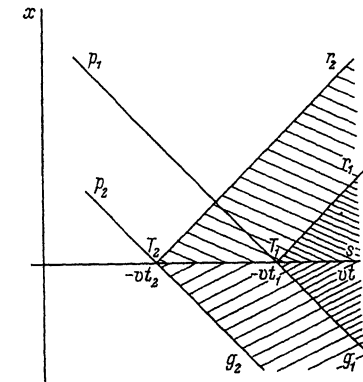


Рис. 2



5. По найденному распределению электрического поля из уравнения Максвелла легко найти распределение магнитного поля

$$B = -c \int_{-\infty}^t \frac{\partial E}{\partial x} dt,$$

которое будет определяться выражением

$$B(t, x) = E_0 \frac{c}{v} \theta(x + vt_2) \theta(-x - vt_1) + B_1^+ + B_2^+ + B_1^- + B_2^-, \quad (15)$$

где

$$B_l^\pm = \pm \frac{E_0 c}{2v} \theta(\pm vt_l \pm x) \theta(vt \mp vt_l \mp x) \left[ \left(1 \pm \frac{1}{2}\right) e^{\mp \sigma_\epsilon (t_l + \frac{x}{v})} + e^{\mp \sigma_\epsilon (t_l + \frac{x}{v})} F_2(\pm t_l \pm \frac{x}{v}) \pm \frac{1}{2} e^{\mp \sigma_\epsilon (2t \mp t_l \mp \frac{x}{v})} - e^{-\sigma_\epsilon t} F_3(t, t_l + \frac{x}{v}) + e^{-\sigma_\epsilon t} F_4(t, \pm t_l \pm \frac{x}{v}) \right],$$

$$F_2(b) = \int_0^b d\tau e^{-\sigma_\epsilon (b-\tau)} \left[ \sigma_\epsilon b \frac{I_1(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} + \frac{1}{2} \frac{I_1(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} - \frac{\sigma_\epsilon b^2}{2} \frac{I_0(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\tau^2 - b^2} \right],$$

$$F_3(t, b) = \frac{1}{2} \int_0^t d\tau e^{-\sigma_\epsilon (t-\tau)} \left[ \frac{I_1(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} - \sigma_\epsilon b^2 \frac{I_0(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\tau^2 - b^2} \right],$$

$$F_4^\pm(t, b) = \frac{1}{2} \int_b^t d\tau e^{\sigma_\epsilon (t-\tau)} \left[ \frac{I_1(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} - \sigma_\epsilon b^2 \frac{I_0(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\tau^2 - b^2} \pm 2\sigma_\epsilon b^2 \frac{I_0(\sigma_\epsilon \sqrt{\tau^2 - b^2})}{\sqrt{\tau^2 - b^2}} \right].$$

6. Количественный анализ распределения поля трансформированного импульса после изменения  $\sigma$  проведем в приближении малой проводимости, а именно когда выполняется условие

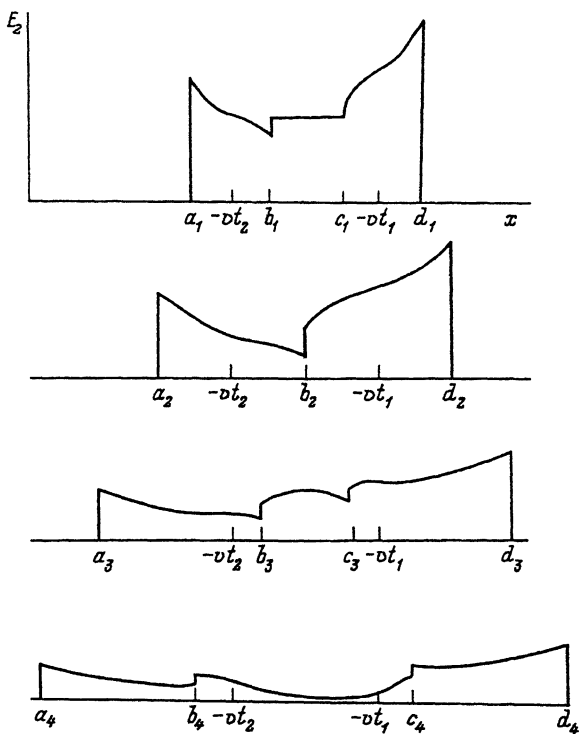


Рис. 3

$$\sigma_{\varepsilon} \sqrt{t^2 - \left(t_l + \frac{x}{v}\right)^2} \ll 1.$$

Тогда, ограничиваясь членами первого порядка малости в разложениях функций Бесселя, выражения для  $E_{il}$  и  $E_{ij}$  в (11) преобразуем к виду

$$\begin{aligned}
 E_{il} &= \frac{E_0}{2} \theta(vt_l \pm x) \theta(vt - vt_l - x) \left[ 1 + e^{-\sigma_{\varepsilon} \left(t - t_l - \frac{x}{v}\right)} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\sigma_{\varepsilon} \left(t_l + \frac{x}{v}\right)}{2} \left( 1 - e^{-\sigma_{\varepsilon} t} \right) \right] e^{-\sigma_{\varepsilon} t}, \\
 E_{ij} &= \frac{E_0}{2} \theta(-vt_l - x) \theta(vt + vt_l + x) \left[ 1 - e^{-\sigma_{\varepsilon} \left(t + t_l + \frac{x}{v}\right)} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{\sigma_{\varepsilon} \left(t_l + \frac{x}{v}\right)}{2} \left( 1 - e^{-\sigma_{\varepsilon} t} \right) \right] e^{-\sigma_{\varepsilon} t}, \quad i \neq j. \quad (16)
 \end{aligned}$$

Последнее выражение позволяет наглядно изобразить распределение поля в преобразованных импульсах. Для этого на рис. 1 проведем сечения  $a_i b_i c_i$  ( $i = 1-4$ ) в характерные моменты времени: до момента  $t \pm (t_2 - t_1)/2$  разделения „прошедшего“ и „отраженного“ импульсов; в момент разделения; после разделения, но до момента  $t = t_2 - t_1$ ; после  $t = t_2 - t_1$ .

На рис. 3 приведено пространственное распределение поля в выбранные моменты времени. Из рисунка видно, что „прошедший“ и „отраженный“ от временного скачка  $\sigma$  импульсы имеют резкие границы, на которых поле претерпевает скачок. При этом знаки этого скачка для задних фронтов импульсов различны. Внутри импульсов поле монотонно убывает от переднего фронта к заднему. Характер распределения поля „следа“ меняется в момент  $t = t_2 - t_1$ , равный длительности импульса, когда „прошедший“ и „отраженный“ импульсы покидают область, которую занимал начальный импульс в момент скачка  $\sigma$ .

### С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] *Островский Л. А., Степенов Н. С.* // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1971. Т. 14. № 4. С. 489—529.
- [2] *Фелсен Л., Маркувиц Н.* Излучение и рассеяние волн. Т. 1. М.: Мир, 1878. 548 с.
- [3] *Борисов В. В.* Неустановившиеся электромагнитные волны. Л., 1987. 237 с.
- [4] *Болотовский Б. М., Плис А. И., Столяров С. Н.* // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 1976. Т. 19. № 4. С. 565—573.
- [5] *Борисов В. В.* // Геомагнетизм и аэронавигация. 1989. Т. 29. № 5. С. 730—737.
- [6] *Минко П. Е., Нерух А. Г.* // Радиотехника. Харьков, 1988. Вып. 86. С. 100—107.
- [7] *Нерух А. Г.* // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 11. С. 2078—2087.
- [8] *Нерух А. Г.* Метод резольвенты в задачах нестационарной дифракции электромагнитных волн. Деп. в УкрНИИТИ. № 462-Ук87. 1987.
- [9] *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Таблицы интегральных преобразований. М.: Наука, 1969. 343 с.

Харьковский университет  
им. А. М. Горького

Поступило в Редакцию  
14 мая 1991 г.