

01; 09
© 1992 г.ПРОНИКНОВЕНИЕ ДЛИННОВОЛНОВОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ
В ПЛОСКИЙ ВОЛНОВОД С ФЛАНЦЕМ

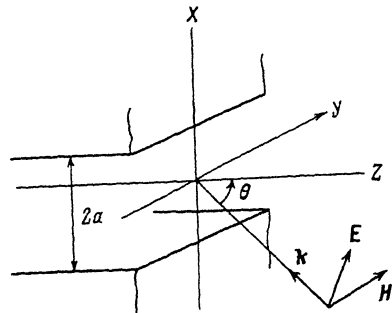
Е. А. Галстьян, О. В. Горностаева

На основе строгого решения методом Винера—Хопфа задачи о возбуждении плоского волновода с фланцем и излучении из него получены в длинноволновом приближении аналитические выражения для коэффициентов прохождения и отражения TEM -волны. Исследована зависимость электрического поля в раскрыве плоского волновода с фланцем от соотношения длины волны падающего излучения и размеров апертуры, получено предельное значение усиления поля в центре раскрыва.

Введение

Для эффективной защиты радиоэлектронной аппаратуры от внешнего электромагнитного излучения обычно применяются проводящие экраны, которые имеют щели, отверстия, вводы, фланцевые соединения и т. п. Эти элементы конструкции экранов могут являться каналами проникновения поля внутрь экранируемого объема. Экспериментальное исследование стойкости аппаратуры к воздействию электромагнитного излучения технически довольно трудоемко и не всегда может быть проведено. Поэтому актуальной становится теоретическая (расчетная) оценка последствий проникновения электромагнитного поля за экран ^[1, 2]. Разнообразие форм щелей как по сечениям, так и по отношению геометрических размеров щелей, экрана и длины волны падающего электромагнитного излучения подразумевает разнообразие теоретических подходов к решению задач о проникновении поля в экранируемое пространство. Ряд методов решения таких задач представлен, например, в работе ^[1].

Из всего многообразия щелей в экранах рассмотрим прямоугольную щель, геометрические размеры которой удовлетворяют соотношениям $b \gg a$, $b \gg \lambda$, (a , b — размеры щели, λ — длина волны электромагнитного излучения). Толщина экрана в данном случае также играет важную роль ^[3], но настоящая работа посвящена исследованию приемных (излучательных свойств входной) выходной апертур щели. Тогда, если все размеры экрана $L \gg a$, хорошей моделью рассматриваемой щели будет являться полуограниченный плоский волновод с бесконечным фланцем. Исследование такой модельной задачи позволяет прояснить физику проникновения электромагнитного излучения во входную апертуру щели. С



электродинамической точки зрения эта задача относится к задачам дифракции электромагнитной волны на вышеописанной структуре.

Задачи о возбуждении плоского волновода с бесконечным фланцем и излучении из него неоднократно привлекли к себе

внимание [4-8]. Так, задача об излучении из этой структуры довольно подробно исследована в работах [4, 7, 8]. Что касается дифракции падающей извне волны на плоском волноводе с фланцем, то задача решена для случая возбуждения модулированным потоком электронов [5] или заряженной нитью [6].

В работах [4, 6] развит обобщенный метод сшивания, основанный на методе факторизации в формулировке Джонса, применительно к некоторым задачам теории дифракции. В частности, в [4] этим методом решена задача об излучении *TEM*-волны плоского волновода. Строгость обобщенного метода сшивания и относительная простота получения численных результатов в широком диапазоне частот обусловили выбор его для решения задачи дифракции плоской монохроматической волны на полуограниченном волноводе с бесконечным фланцем.

1. Пусть на полуограниченный плоский волновод высотой $2a$ с бесконечным фланцем падает под углом θ плоская электромагнитная монохроматическая волна произвольной поляризации (рис. 1). Представим внешнюю волну в виде суперпозиции волн с электрической и магнитной поляризациями относительно апертуры плоского волновода и ограничимся решением задачи лишь для магнитно-поляризованной части внешней волны

$$H_y^{(l)} = e^{ikr}, \quad H^{(l)} = (0, H_y^{(l)}, 0),$$

где $k = \omega/c$ — волновое число, ω — частота падающей волны.

Стенки волновода ($x = \pm a, z < 0$) и фланцы ($|x| \geq a, z = 0$) считаем идеально проводящими.

Используя обобщенный метод сшивания, поле внутри плоского волновода запишем в виде разложения по собственным волноводным волнам

$$H_y^W(x, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ A_n \cos \frac{n\pi x}{a} e^{-l\alpha_n z} + B_n \sin \left[\frac{\pi x}{a} \left(n + \frac{1}{2} \right) \right] e^{-l\beta_n z} \right\}, \quad (1)$$

где A_n, B_n — неизвестные коэффициенты; $\alpha_n = [k^2 - (n\pi/a)^2]^{1/2}$, $\beta_n = [k^2 - \pi^2 \left(n + \frac{1}{2} \right)^2 / a^2]^{1/2}$ — постоянные их распространения.

Полное поле вне волновода представим суммой $H_y^{o6}(x, z) = H_y^{(l)} + H_y$, где $H_y^{(l)}$ — поле падающей волны; H_y — поле, описывающее влияние неоднородности (возбужденное поле).

Возбужденное поле в полупространстве $z > 0$ должно удовлетворять неоднородному волновому уравнению; граничным условиям при $z = 0$ (непрерывность касательных составляющих магнитного и электрического полей в апертуре и равенство нулю касательной составляющей полного электрического поля на металле фланцев); условию излучения на бесконечности; условию на ребре $H_y(x, z) \sim z^{2/3}$, $x = \pm a$, $z \rightarrow 0$.

Поле в полупространстве $z > 0$ представим интегралом Фурье

$$H_y(x, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x, \alpha) e^{i\alpha z} d\alpha,$$

где преобразование Фурье-поля

$$\varphi(x, \alpha) = \int_0^{\infty} H_y(x, z) e^{i\alpha z} dz + \int_{-\infty}^0 H_y(x, z) e^{i\alpha z} dz = \varphi_+(x, \alpha) + \varphi_-(x, \alpha),$$

индексы „+“ и „-“ означают регулярность функций в верхней или нижней полуплоскости α . Будем использовать метод частичных областей, вводя дополнительное разбиение на области по продольной координате 1) $|x| \leq a$, $z > 0$; 2) $|x| \leq a$, $z < 0$; 3) $x > a$, $z > 0$; 4) $x < -a$, $z > 0$. Раскладывая падающее поле на четную и нечетную по координате x части, нетрудно свести задачу к двум независимым для неизвестного поля с четной и нечетной зависимостью от x . Так как данная работа посвящена проникновению длинноволнового излучения ($ka \ll 1$), когда в плоском волноводе возможно распространение только TEM -волны, то ограничимся решением задачи лишь для магнитно-поляризованной четной части внешней падающей волны.

Решение волнового уравнения в области 1 представим в виде

$$\varphi_+^{(1)}(x, \alpha) = C(\alpha) \operatorname{ch} \gamma x + i \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{\alpha - \alpha_n} \cos \frac{n\pi x}{a} - i \frac{\cos(kx \sin \theta)}{\alpha - k \cos \theta},$$

а в областях 3, 4

$$\varphi_+^{(3)}(x, \alpha) + \varphi_+^{(3)}(x, -\alpha) = D(\alpha) e^{-\gamma|x|} - \frac{2ik \cos \theta \cos(kx \sin \theta)}{\alpha^2 - k^2 \cos^2 \theta},$$

где C, D — функции α , $\gamma = (\alpha^2 - k^2)^{1/2}$.

Используя условия непрерывности полей на границе областей 1 и 3 и исключив C и D , получим функциональное уравнение для производной по x от Фурье-образа возбужденного поля

$$\begin{aligned} \varphi_+^{\prime(1)}(a, \alpha) + \varphi_+^{\prime(1)}(a, -\alpha) &= -2ik^2 \sin \theta \frac{\cos \theta \sin(ka \sin \theta)}{\alpha^2 - k^2 \cos^2 \theta} - \\ &- i \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\alpha A_n}{\alpha^2 - \alpha_n^2} \gamma (1 + e^{-2\gamma a}), \end{aligned}$$

где обозначим

$$F_n(\alpha) = \frac{\gamma(1 - e^{-2\gamma a})}{a(\alpha^2 - \alpha_n^2)}.$$

Для того чтобы решить функциональное уравнение, надо разложить его правую часть на сумму функций, одна из которых регулярна в верхней, а другая — в нижней полуплоскости комплексной плоскости переменной α . Заметим, что разложение функций $F_n^{(\alpha)}$ выполняется по общим формулам, приведенным в работе [8]. Однако в нашем случае удобно разлагать не сами функции F_n , а разностные функции

$$\begin{aligned} F_n(\alpha) &= F_{n+}(\alpha) - F_{n-}(\alpha) = \\ &= -\frac{4a\alpha}{\pi} \left\{ \int_0^{ka} \frac{\xi^2 \sin^2 \xi dx}{(\xi^2 + v^2 a^2)(\xi^2 + v_n^2 a^2)} - i \int_0^{\infty} \frac{\eta \sin^2 \eta dy}{0(\eta^2 + v^2 a^2)(\eta^2 + v_n^2 a^2)} \right\}, \\ \xi &= (k^2 a^2 - x^2)^{1/2}, \quad \eta = (k^2 a^2 + x^2)^{1/2}, \quad v_n a = in\pi. \end{aligned}$$

Соотношения, связывающие неизвестные амплитуды A_n четной части поля со значениями функций $\varphi_+^{(1)}(a, \alpha_m)$, вытекают из регулярности этой функции в верхней полуплоскости переменной α

$$\varphi_+^{(1)}(a, \alpha_m) = -i \frac{k \sin \theta \sin(k a \sin \theta)}{\alpha_m - k \cos \theta} - i \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a \alpha_n A_n F_{n+}(\alpha_m), \quad m = 0, 1, \dots$$

Далее, используя условие на ребре для преобразований Фурье-полей

$$\varphi_+^{(1)}(a, \alpha) \sim \alpha^{-2/3}, \quad \alpha \rightarrow \infty$$

и обобщенную теорему Луивилля [8], сведем функциональное уравнение типа Винера—Хопфа к бесконечной системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд A_n

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} (-1)^m \varepsilon_m A_m + \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{a}{\pi} \alpha_n A_n (U_{nm} - iV_{nm}) = \\ = \frac{1}{\pi} q \frac{\sin \theta \sin(q \pi \sin \theta)}{(q^2 \sin^2 \theta - m^2)}, \end{aligned}$$

$$m = 0, 1, 2, \dots, \quad q = \frac{ka}{\pi}, \quad (2)$$

$$v_{nm} = \int_0^{ka} \frac{\xi \sin^2 \xi dx}{(\xi^2 - n^2 \pi^2)(\xi^2 - m^2 \pi^2)}, \quad \xi = \sqrt{k^2 a^2 - x^2},$$

$$v_{nm} = \int_0^{\infty} \frac{\xi \sin^2 \xi dy}{(\xi^2 - n^2 \pi^2)(\xi^2 - m^2 \pi^2)}, \quad \xi = \sqrt{k^2 a^2 + y^2},$$

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m \geq 1, \\ 2, & m = 0. \end{cases}$$

Вместо численного решения системы (2) получим некоторые аналитические соотношения в длинноволновом приближении. Для исследования системы потребуются значения интегралов, входящих в матрицу при $ka \rightarrow 0$,

$$V_{0n}, V_{nn} \sim C_n, C_{nn}, \quad n = 1, 2, \dots; \quad V_{nm} = \frac{n^2 V_{n0} - m^2 V_{ml}}{n^2 - m^2} \sim C_{nm}, \quad n \neq m;$$

$$V_{00} \sim C_0 - \ln ka \approx 0.08 - \ln ka;$$

$$V_{0n} \sim k^2 a^2, \quad V_{nn} \sim k^4 a^4,$$

$$V_{00} \approx \frac{\pi}{2}, \quad V_{nm} = \frac{n^2 V_{n0} - m^2 V_{m0}}{n^2 - m^2} \sim k^2 a^2, \quad n \neq m, \quad (3)$$

C_n, C_{nm} — константы, конкретные значения которых не требуются для вывода длинноволновой асимптотики в нашем приближении.

Выделив неизвестную амплитуду TEM -волны

$$A_0 = \frac{\sin(\pi h)}{\pi h(1/2 + \alpha_{00})} - \sum_{h=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \alpha_{nm} A_n}{1/2 + \alpha_{00}}, \quad m = 0,$$

$$h = q \sin \theta, \quad (4)$$

запишем систему (2) в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (-1)^m \frac{\delta_{nm}}{4} - \frac{(-1)^n \alpha_{nm} \alpha_{0m}}{1/2 + \alpha_{00}} + (-1)^n \alpha_{nm} \right\} A_n = \\ & = \frac{h}{\pi} \frac{\sin \pi h}{(h^2 - m^2)} - \frac{\alpha_{0m} \sin \pi h}{\pi h(1/2 + \alpha_{00})}, \quad m = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\alpha_{nm} = (q^2 - n^2)^{1/2} (U_{nm} - iV_{nm})$.

Тогда получим, что

$$\alpha_{00} \approx ka/2 + ika/\pi \ln ka, \quad ka \ll 1,$$

$$\alpha_{0m} \approx ika \cdot C_m / \pi, \quad m \neq 0,$$

$$\alpha_{nm} \approx n \cdot C_{nm}, \quad n \neq m \neq 0.$$

Нетрудно показать, что правая часть уравнения (5) будет иметь вид

$$i \frac{2kaC_m}{\pi} - \frac{k^2 a^2}{m^2 \pi^2} \sin^2 \theta,$$

следовательно,

$$A_n \sim i(-1)^n ka, \quad n = 1, 2, \dots$$

Подставляя полученное выражение для A_n в уравнение (4) и учитывая вышеуказанную асимптотическую зависимость матричных коэффициентов α_{0m} , получим, что

$$A_0 \approx \frac{\sin(\pi h)}{\pi h(1/2 + \alpha_{00})} \approx$$

$$\approx 2(1 - ka - i \frac{2}{\pi} ka \ln ka - \frac{1}{6} k^2 a^2 \sin^2 \theta).$$

Удерживая в разложении члены второго порядка малости по ka , получим

$$A_0 \approx 2(1 - ka) - i \frac{2}{\pi} ka \ln ka, \quad ka \ll 1,$$

$$A_n \sim i(-1)^n ka, \quad n = 1, 2, \dots \quad (6)$$

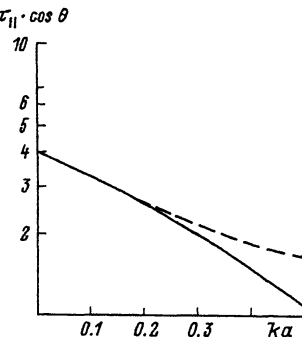
Проведя аналогичные исследования в длинноволновом приближении системы, полученной в работе [4], для случая излучения ТЕМ-волны из полуограниченного плоскостного волновода с бесконечным фланцем, определим, что в этом случае

$$A_0 \approx -1 + \frac{4}{\pi} ka + ika \ln ka,$$

$$A_n \sim i(-1)^n ka, \quad n = 1, 2, \dots, \quad ka \ll 1. \quad (7)$$

Таким образом, пользуясь формулами (6) и (7), можно легко оценить коэффициенты отражения и прохождения и их фазы как в случае

рис. 2. Зависимость эффективной поглощающей поверхности от частоты.



излучения из плоского волновода *ТЕМ*-волны, так и в случае падения плоской волны под любым углом на раскрыт волновода, если длина волны отвечает соотношению $\lambda \gg a$ ($ka \ll 1$).

Для иллюстрации границ применимости длинноволнового приближения на рис. 2 представлена зависимость эффективной поглощающей поверхности τ_{\parallel} (отношения потока электромагнитной энергии, прошедшего внутрь волновода, к той части потока энергии падающей волны, которая геометрически вырезается из нее входным отверстием волновода) от ka , рассчитанная с использованием формулы (6) (сплошная линия) и с помощью численного решения системы (2) методом редукции (штриховая линия). Видно, что до значений $ka \approx 0.25$ длинноволновое приближение дает хорошее совпадение со строгим решением. При этих значениях ka эффективная поглощающая поверхность раскрыва плоского волновода не зависит от угла падения внешней волны и при $ka \rightarrow 0$ для всех θ $\tau_{\parallel} \cos \theta \rightarrow 4$. В этом существенное отличие дифракции плоской волны на полубесконечном волноводе с фланцем от дифракции на плоском бесконечно тонком экране, где соответствующая величина $\tau_{\parallel} \cos \theta \rightarrow \infty$ при $ka \rightarrow 0$ [9].

2. Усиление электрического поля в раскрыве волновода может привести к нелинейным процессам проникновения электромагнитного поля через щели в условиях пробоя и плазмообразования, что существенно зависит от распределения электрических полей в щели. Поэтому отдельно рассмотрим зависимость электрического поля в раскрыве плоского волновода с фланцем от соотношения длины волны падающего излучения и размеров апертуры. Составляющая электрического поля в волноводе в плоскости симметрии $x = 0$

$$E_x(0, z) = - \frac{i}{k} \left. \frac{\partial H_y}{\partial z} \right|_{x=0} =$$

$$= - (1 + A_0) e^{-lkz} - \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sqrt{1 - \frac{n^2 \pi^2}{k^2 a^2}} e^{-lcnz} \quad (8)$$

достигает максимального значения при $z = 0$. Конечно, для подробного исследования распределения электрического поля в апертуре необходимо учитывать вклад и несимметричных волн плоского волновода, но для больших длин волн $\lambda \gg a$, когда эффективная поглощающая поверхность плоского волновода с фланцем практически не зависит от угла падения внешней плоской волны, достаточно рассмотреть выражение (8). На

рис. 3 представлена зависимость $\left| \frac{E_x}{E_0} \right|$ от частоты (E_0 — поле

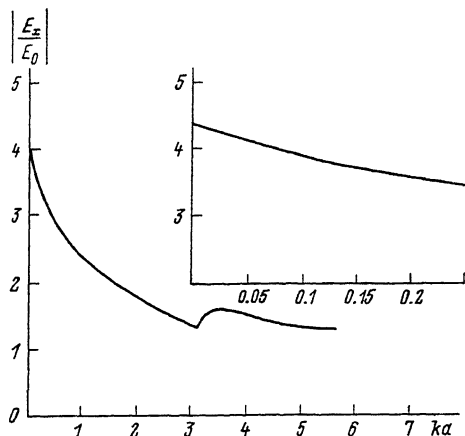


Рис. 3. Электрическое поле на оси волновода в зависимости от частоты ($\theta = 0$).

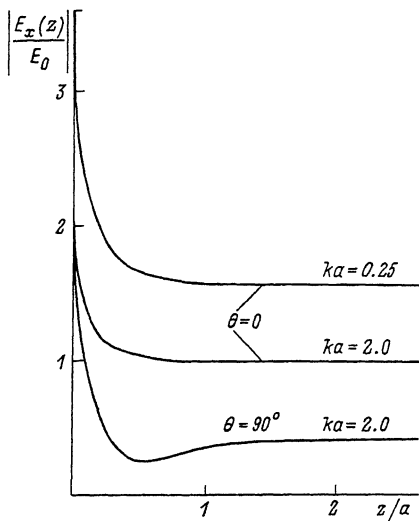


Рис. 4. Распределение поля $E_x(z)$ при различных углах падения θ и значениях частоты.

внешней волны). Как видим из рисунка, максимальное усиление поля, равное ~ 4.3 , достигается при $ka \rightarrow 0$. С ростом частоты усиление поля уменьшается, асимптотически приближаясь к единице с локальными максимумами вблизи частот, соответствующих критическим частотам плоского волновода.

В работе [3], где численно методом сеток и методом моментов исследовалась щель в экране конечной толщины, представлены аналогичные зависимости для поля в апертуре щели. Полученные нами результаты хорошо согласуются с результатами, полученными методом моментов. Однако обоснования предельного (при $ka \rightarrow 0$) значения усиления поля в упомянутой работе не дано. Усиление поля в раскрыве плоского волновода с фланцем связано с поведением электрических и магнитных полей вблизи ребер структуры. Масштаб возмущения полей ребрами пропорционален длине волны падающего излучения, поэтому усиление поля в центре раскрыва растет с увеличением длины волны λ . Длинноволновое приближение (6) и условие на ребре [8]

$$A_n \sim n^{-5/3}, \quad n \rightarrow \infty$$

позволяют с помощью выражения (8) получить предельное значение усиления электрического поля в апертуре

$$\lim_{ka \rightarrow 0} \left| \frac{E_x(0, 0)}{E_0} \right| = \left| -2 + \xi \left(\frac{2}{3} \right) \right| = 4.4 \quad (9)$$

($\xi(x)$ — дзета-функция Римана), хорошо согласующееся с полученным численным решением системы (2).

Аналогичным образом оценку максимального усиления можно получить для произвольного наклона плоскости фланца относительно оси волновода.

Заметим, что в общем поле в раскрыве волновода при $z = 0$ вносят свой вклад все возбуждаемые моды (как распространяющиеся, так и нераспространяющиеся). По мере удаления в глубь волновода от его входной апертуры усиление поля спадает, характерный масштаб его изменения в зависимости от z представлен на рис. 4.

С п и с о к л и т е р а т у р ы

- [1] *Bulter C.M., Rahmat-Samil Y., Mittra R.* // IEEE Trans. Elect. Comp. 1978. Vol. EMC-20. N 1. P. 1—12.
- [2] *Зайдель Р.М.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 8—15.
- [3] *Taflov A., Umashanker K.P., Beker B. et al.* // IEEE. 1988. Vol. AP-36. N 2. P. 247—257.
- [4] *Воскресенский Г.В., Журав С.М.* // РЭ. 1976. Т. 21. № 7. С. 1390—1395.
- [5] *Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П.* // РЭ. 1960. Т. 5. С. 1431—1438.
- [6] *Воскресенский Г.В., Галстян Е.А.* // ЖТФ. 1978. Т. 48. Вып. 2. С. 210—217.
- [7] *Rudduck R.C., Tsai L.L.* // IEEE. 1968. Vol. AP-16. N 1. P. 83—94.
- [8] *Миттра Р., Ли С.* Аналитические методы теории волноводов. М.: Мир, 1974. 327 с.
- [9] *Хенл Х., Мауэ Л., Вестпфаль К.* Теория дифракции. М.: Мир, 1964. 428 с.

Московский радиотехнический
институт

Поступило в Редакцию
26 ноября 1990 г.

В окончательной редакции
1 апреля 1991 г.
