

10

© 1992 г.

ИЗУЧЕНИЯ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПУЧКОВ ЛЕНТОЧНОГО ТИПА

В. И. Радченко

Описана используемая в экспериментальной практике методика перехода от реально измеряемого пространственно-углового распределения рассеянных частиц к профилю, который мог бы быть получен в приближении бесконечно широкой и тонкой ленты первичного пучка и определяется только физическими процессами взаимодействия частиц указанного пучка с мишенью. Приведено выражение, позволяющее связать данный профиль пучка с дифференциальным сечением рассеяния частиц для режима однократных столкновений. Обсуждаются и анализируются величины, характеризующие пучок частиц и установку. Приведены результаты измерения профиля пучка и сечений для процессов рассеяния ионов гелия с энергией 4.5 МэВ в кислородной мишени.

Для процессов взаимодействия частиц с газообразными мишенями дифференциальное сечение рассеяния является функцией, которая содержит исчерпывающую информацию о том или ином конкретном процессе. Рассеяние частиц при взаимодействиях с твердыми телами наиболее полно описывается функцией пространственно-углового распределения (ПУР) частиц для первоначального пучка круглого сечения, имеющего достаточно малые диаметр и угловую расходимость. Однако при постановке соответствующих экспериментов часто возникают технические требования, диктующие использование пучков ленточной геометрии. В ряде задач ленточная геометрия пучка стала традиционной, в особенности это касается исследований рассеяния частиц на малые углы ($\lesssim 10^{-4}$ рад) [1]. При любой геометрии пучка необходимо учесть влияние конечных угловых и линейных его размеров на результирующие ПУР частиц в плоскости регистратора ПР, т.е. свести задачу к эксперименту с бесконечно малыми диаметром и толщиной ленты пучка. Такое сведение для однократных столкновений частиц с мишенью позволяет наиболее просто связать возникающую картину ПУР с дифференциальным сечением рассеяния.

Будем считать, что ось пучка совпадает с осью \vec{z} правой декартовой системы координат. Ось \vec{y} для ленточного пучка лежит в плоскости ленты, которую для определенности будем полагать горизонтальной. Плоскость (x, z) в точке $y = 0$ назовем базовой вертикальной плоскостью. Измерение профиля пучка производится, как правило, вдоль одной оси \vec{x} в плоскости регистратора (куда чаще всего и помещают начало системы координат) с помощью узкой щели высотой h_3 . Ширина b_3 этой щели (вдоль оси \vec{y}) и горизонтальные размеры пучка, а значит, и ширины b_1, b_2 щелей (обычно $b_1 = b_2$), формирующих первичный пучок, для исключения краевых эффектов выбираются из условий реализации режима бесконечно широкой ленты пучка. Эти условия заключаются в том, что при данных ширинах щелей b_1, b_2 и базе между ними L_1 поток исходных частиц (при проектировании их траекторий на горизонтальную плоскость) сосредоточен в таком диапазоне углов относительно оси \vec{z} , а характерные углы

$$-\frac{b_3}{2} \leq y \leq \frac{b_3}{2}$$

плоскости регистратора профиль пучка (по оси \vec{x}) не зависит от точки y , в которой он измеряется, и идентичен профилю, полученному для бесконечно широкого пучка первичных частиц, движущихся параллельно базовой плоскости (x, z) .

Аппаратуру регистрации частиц и способы измерения профиля пучка мы здесь не рассматриваем. При расположении щели регистратора в некоторой зоне профиля пучка детектируются частицы из некоторого интервала углов рассеяния Θ . Угол Θ представляет собой угол между проекциями траекторий частицы до и после мишени на базовую вертикальную плоскость. Причем расстояние L_2^1 между ПР и центром мишени может быть значительно меньше расстояния L_2 между ПР и последней по ходу пучка коллимирующей щелью.

Указанный интервал углов рассеяния в базовой плоскости определяется высотами h_1, h_2 формирующих щелей, расстоянием L_1 между ними, а также высотой h_3 щели регистратора при заданных расстояниях L_2, L_2^1 . Устремляя $h_1, h_2, h_3 \rightarrow 0$, получим, что проекции исходных траекторий частиц на вертикальную плоскость совпадают с направлением оси \vec{z} , а ПУР частиц определяется только физическими процессами их взаимодействия с мишенью. В реальном эксперименте выполнение условия $h_1, h_2 \rightarrow 0$ ограничено снижением интенсивности пучка, рассеянием частиц на остаточном газе установки, немоноэнергетичностью ионов при наличии в канале транспортировки поперечных электрических и магнитных полей и другими причинами, действующими одновременно [1]. Другими словами, при изучении рассеяния частиц на малые углы не всегда удается исключить те факторы, влияние которых на размеры и форму ПУР частиц, прошедших мишень, оказывается существенным. Для учета такого влияния используется формализм аппаратной функции установки.

Напомним необходимые элементы этого формализма. Хотя получаемые ниже результаты носят общий характер, будем для определенности говорить о распределении линейной плотности потока частиц по оси x . Пусть в интервал $[x', x' + dx']$ направляется поток $j(x') \cdot dx'$ частиц. Допустим теперь, что в нашей задаче появились причины, приводящие к рассеянию частиц и не зависящие от положения точки x' , в область dx которой направляется исходный поток. Вследствие рассеяния в интервале $[x, x + dx]$ будет зарегистрирован поток частиц (рис. 1)

$$d^2N(x) = a(x - x') \cdot dx \cdot j(x') \cdot dx', \quad (1)$$

где $a(x - x')$ — аппаратная функция (АФ), описывающая указанный процесс рассеяния.

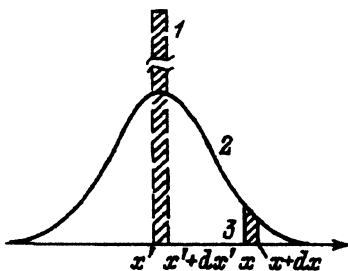


Рис. 1. Формирование функции распределения переменной x .

1 — $j(x') \cdot dx'$, 2 — $a(x - x') \cdot j(x') \cdot dx'$, 3 — $d^2N(x)$.

Смысл ее очевиден из соотношения (1): величина $dP(x, x') = a(x - x') \cdot dx$ представляет собой вероятность рассеяния частиц, направленных в точку x' , в интервал от x до $x + dx$, т.е. $a(x - x')$ — плотность вероятности процесса рассеяния на величину $x - x'$.

Следовательно

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(x - x') \cdot dx' = 1$$

и представляет собой условие нормировки АФ на единицу.

Интегрируя (1) по x' и учитывая, что

$$J(x) = \frac{dN(x)}{dx}$$

есть плотность потока рассеянных частиц в точке x , получим

$$J(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a(x - x') \cdot j(x') \cdot dx'. \quad (2)$$

Это выражение называется интегралом свертки функций $a(x - x')$ и $j(x')$. Если плотность потока частиц описывается δ -функцией Дирака $N_0 \cdot \delta(x' - x_0)$, то из формул (1) или (2) находим, что

$$J(x) = N_0 \cdot a(x - x_0). \quad (3)$$

Сделаем в (2) замену переменных $\xi = x - x'$, тогда

$$J(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\xi) \cdot j(x - \xi) \cdot d\xi, \quad (4)$$

т.е. при бесконечных пределах интегрирования с точностью до нормировки в качестве аппаратной может выступать любая из свертываемых функций.

При подстановке в (2) функций $a(x - x')$ и $j(x')$, имеющих гауссово распределение, результирующее распределение также будет гауссовым с дисперсией, равной сумме дисперсий исходных распределений $\delta^2 = \delta_a^2 + \delta_j^2$. Если функции a и j имеют лоренцеву форму (в теории вероятностей это распределение Коши), то интеграл свертки также дает лоренцево распределение, но с шириной $\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_j$. Когда форма одной функции гауссова, другой лоренцева, то форма результирующей функции $J(x)$ называется фогтовской и является промежуточной между формами исходных распределений.

Иллюстрируя сказанное на примере пучкового эксперимента, плотность потока $j(x')$ следует отождествить с распределением в ПР первичного пучка частиц, сформированного коллимирующими щелями, а причины возникновения «рассеяния», о котором говорилось в связи с введением аппаратной функции, — с реальным рассеянием в мишени. Но поскольку, согласно (4) и (2), роль аппаратной функции может играть любая свертываемая функция, то эту роль, очевидно, целесообразнее отдать распределению первичного потока не рассеянных мишенью частиц, которое характеризует именно «аппаратуру» по изучению рассеяния.

Различие по ширине и форме действительного $J(x')$ и измеряемого $f(x)$ ПУР частиц может быть вызвано тем, что измерительная щель имеет конечную высоту h_3 , т.е. характеризуется своей нормированной на единицу аппаратной функцией

$$a_3(x - x') = \begin{cases} h_3^{-1}, & |x - x'| \leq \frac{h_3}{2}, \\ 0, & |x - x'| > \frac{h_3}{2}. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь x' — точка, в которую направляется пучок; x — координата центра щели регистратора. Тогда измеряемое распределение плотности потока частиц будет иметь вид

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a_3(x - x') \cdot J(x') \cdot dx' = \frac{1}{h_3} \int_{x-h_3/2}^{x+h_3/2} J(x') dx'. \quad (6)$$

Из (6) очевидно, что при $h_3 \rightarrow 0$, когда полная ширина распределения $J(x')$ на половине высоты (ПШПВ) значительно превышает высоту h_3 щели, $f(x) = J(x)$. Поэтому для проведения корректных измерений формы ПУР следует стремиться к выполнению условия $h_3 \ll$ ПШПВ аппаратной функции $j_{\Delta\Phi}(x)$ установки, за исключением того случая, когда ширина аппаратной функции пренебрежимо мала по сравнению с ПШПВ частиц, рассеянных в мишени. В связи с этим часто пользуются понятием углового аксептанса детектора, которым по определению называется телесный угол, занимаемый детектором по отношению к рассеивающему центру. Для ленточного пучка угловым аксептансом детектора называют угол

$$\varphi = \arctg \frac{h_3}{L'_2}.$$

Таким образом, должно быть $\varphi \ll$ ПШПВ (в угл. ед.) распределения частиц $J(x')$, рассеянных в мишени, а также $\varphi \ll$ ПШПВ (угл. ед.) функции $j_{\Delta\Phi}(x)$.

Объединяя формулы (2) и (6) и делая затем замену переменных $u = x - x'$, найдем, что

$$\begin{aligned} f(\xi) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} a_3(\xi - x) \cdot a(x - x') \cdot j(x') \cdot dx' \cdot dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} a(u) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} a_3(\xi - u - x') \cdot j(x') \cdot dx' \right\} du. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь, как в формуле (2), функция $a(u)$ представляет собой плотность вероятности рассеяния частиц в мишени. Выражение в фигурных скобках

$$A(\xi - u) = \int_{-\infty}^{\infty} a_3(\xi - u - x') \cdot j(x') \cdot dx' \quad (8)$$

соответствует распределению плотности потока первичных частиц, измеренному с помощью регистрирующей щели высотой h_3 , и с точностью до нормировочного множителя является полной аппаратной функцией установки.

Целью экспериментальных исследований по изучению рассеяния частиц с использованием пучков ленточного типа является определение профиля функции $a(u)$ из формулы (7). Как правило, в основной своей части (до уровня $\approx 20\%$ от полной высоты) экспериментально измеряемые распределения (7) и (8) совпадают с функцией Гаусса, что позволяет считать распределение $f(\xi) = N_0 \cdot a(\xi)$ частиц, полученное из формулы (7) при $h_1, h_2, h_3 \rightarrow 0$, также гауссовым, но с квадратом ПШПВ (в единицах длины по оси \bar{x}):

$$\omega^2 = \omega_{\Sigma}^2 - \omega_0^2, \quad (9)$$

где $\omega_0, \omega_{\Sigma}$ — ПШПВ аппаратной функции (8) и суммарного распределения (7) соответственно.

Если указанные распределения близки по ширине между собой и в существенной мере отличаются от гауссиана, то, характеризуя процесс физического рассеяния частиц в мишени, вместо формулы (9) для ПШПВ пользуются аналогичным выражением для дисперсии этих распределений, поскольку дисперсия суммы статистически независимых величин равна

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$$

независимо от разнообразия законов распределения каждой из них [2]. Очевидно, что соотношение (9) остается справедливым для ПШПВ любых колоколообразных распределений (7), а (u) из (7) и (8) в том случае, если дисперсия этих распределений существует и они функционально подчиняются одному и тому же закону распределения вида $f(|x - \xi|/\gamma)$, где ξ — центр распределения, γ характеризует рассеяние переменной x .

При выполнении условий однократности столкновений и бесконечно широкой ленты пучка для $h_1, h_2, h_3 \rightarrow 0$ поток частиц, приходящих в регистрирующую щель, как легко показать, будет равен

$$dN(x) = \frac{j h_3 b_3 dt}{L_2'^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\sigma(x, y)}{d\Omega} dy, \quad (10)$$

где j — линейная плотность потока исходных частиц на входе в мишень.

Считаем, что j не зависит от координаты y , dt — толщина мишени, x — координата центра регистрирующей щели в ПР, $(d\sigma(x, y)) / (d\Omega)$ — дифференциальное сечение рассеяния того или иного процесса в координатном представлении. Таким образом, в рамках сделанных предположений выражение (10) позволяет наиболее просто связать измеряемое распределение с дифференциальным сечением рассеяния.

Несколько слов о величинах, характеризующих установку для измерения ПУР частиц. Основной величиной такого рода наряду с угловым аксептансом детектора является угловое разрешение установки для данной мишени. Поскольку для распределения гауссовой формы, согласно (9), характерный угол рассеяния определяется из соотношения

$$\theta^2 = \frac{\omega_{\Sigma}^2 - \omega_0^2}{L_2'^2} = \frac{\omega_{\Sigma}^2}{L_2'^2} - \theta_0^2, \quad (11)$$

где θ_0 — некоторый условный угол, соответствующий ПШПВ АФ установки относительно данной мишени, то в качестве углового разрешения принимается угол рассеяния, который определен условием $\Theta = \theta_0$ (при этом $\omega_{\Sigma} = \sqrt{2} \cdot \omega_0$). Аналогичное условие используется для определения углового разрешения в случае другой формы АФ. Таким образом, для корректного измерения ПУР угловой аксептанс детектора должен быть много меньше углового разрешения установки $\varphi \ll \theta_0$, а измеряемые углы рассеяния $\Theta \gtrsim \theta_0$.

Другой величиной, предназначенной для того, чтобы судить о диапазоне углов, с которыми движутся частицы в пучке, служит угловая расходимость пучка [3]. Выберем некоторую плоскость, параллельную оси \vec{z} пучка в точке z , и спроецируем на нее векторы скоростей частиц (в точке с координатой z), траектории которых проходят, вообще говоря, на бесконечно малом расстоянии δ от указанной плоскости. Обозначим угол между проекцией вектора скорости и осью \vec{z} через Θ . Угловую расходимость пучка в выбранной плоскости в точке \vec{z} целесообразно определить как ПШПВ функции распределения частиц по углам Θ . Такое определение пригодно для функций распределения по Θ трапецеидальной или колоколообразной формы. Если функция углового распределения имеет сложную (скажем, двухмодальную) форму, то угловая расходимость пучка в данной плоскости в точке z может быть определена [3] как интервал углов, заключающий в себе это распределение (например, по уровню 0.1 от максимума распределения или по доле частиц, содержащихся в этом интервале). Ясно, что угловая расходимость пучка, как и угловое разрешение установки, не должна превышать характерный угол рассеяния частиц при их взаимодействии с мишенью.

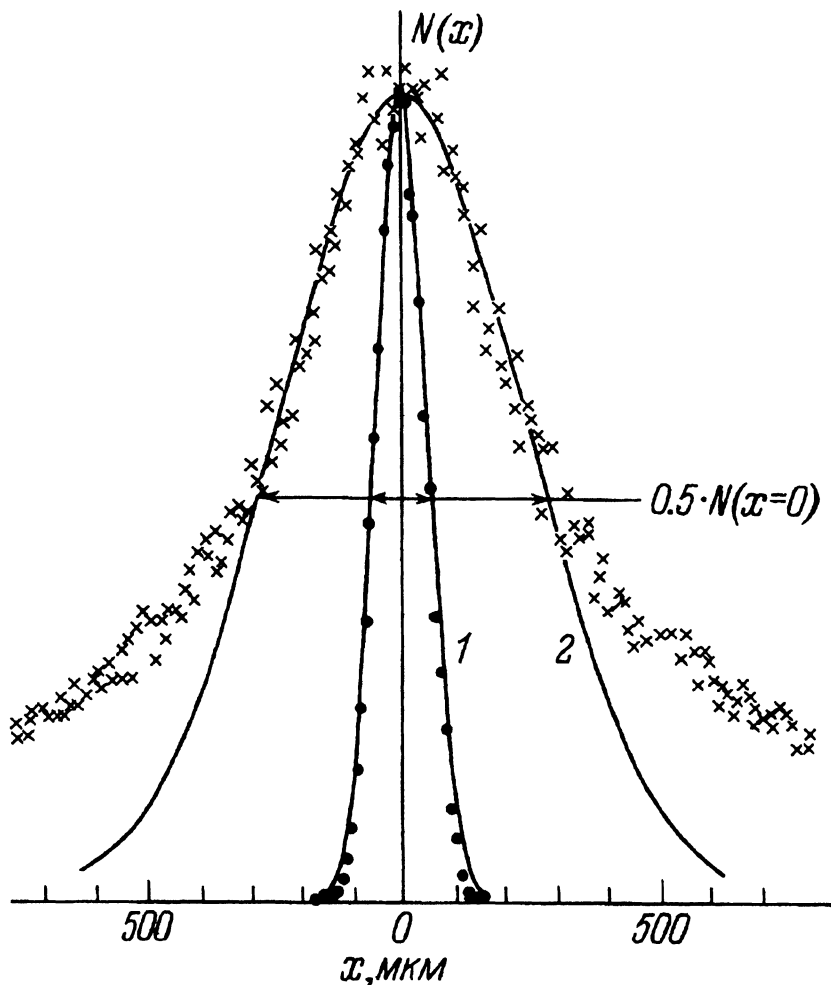


Рис. 2. Пространственно-угловое распределение ионов гелия с энергией $E = 4.5$ МэВ.

1 – аппаратная функция установки (ионы He^+ , рассеяние на остаточном газе); 2 – профиль пучка ионов He^{2+} , образовавшихся в процессе потери электрона однозарядными ионами гелия в кислородной мишени толщиной $t = 2.3 \cdot 10^{15}$ мол·см $^{-2}$; точки – экспериментальные данные; сплошные линии – гауссовы распределения, подобранные под эксперимент.

Дополним сказанное примерами ПУР, измеренных на установке [1] (рис. 2). Видно, что аппаратная функция установки хорошо аппроксимируется распределением Гаусса. В противовес тому, что говорилось в связи с формулой (9), ПУР ионов He^{2+} с энергией 4.5 МэВ, появившихся в процессе $\text{He}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{He}^{2+} + \dots$, удовлетворительно описывается гауссианом лишь до уровня $\sim 40\text{--}45\%$ от высоты пика (толщина кислородной мишени составляла $t = 2.3 \cdot 10^{15}$ мол·см $^{-2}$). Дело в том, что процесс (12) потери электрона ионами He^+ сопровождается процессами (11) и (22) рассеяния без изменения заряда, для которых характерные углы рассеяния соизмеримы или превосходят соответствующий угол для процесса (12) $\Theta_{11}, \Theta_{22} \gtrsim \Theta_{12}$. Последнее утверждение следует из оценок углов Θ_{11} и Θ_{22} , сделанных на основе измеренных профилей ионов гелия для процессов $\text{He}^+ + \text{O}_2 \rightarrow \text{He}^+ + \dots$, $\text{He}^{2+} + \text{O}_2 \rightarrow \text{He}^{2+} + \dots$ (пример такого распределения содержится в работе [1]). С помощью этих же

профилей с погрешностью $\pm 25\%$ были определены сечения процессов (11) и (22) для мишени из кислорода $\sigma_{11} = 2.8 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$, $\sigma_{22} = 6.1 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$, тогда как по нашим измерениям $\sigma_{12} = 9.9 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2$ (погрешность $\pm 15\%$; более подробное обсуждение этих измерений выходит за рамки данной работы).

Таким образом, при указанных сечениях и толщине мишени, представленное на рис. 2 распределение ионов He^{2+} является суперпозицией распределений, соответствующих той или иной последовательности процессов рассеяния с изменением и без изменения заряда частиц. Т.е. ПУР ионов He^{2+} для «чистого» процесса (12) оказывается «вписанным» в более широкий «пьедестал» частиц, участвующих в процессах (11) и (22) (отметим, что $\sigma_{21} \ll \sigma_{12}$). ПШПВ приведенного на рис. 2 ПУР, вычисленная по формуле (11), составила $6 \cdot 10^{-5}$ рад ($\pm 10\%$).

Автор выражает благодарность Г.Д.Ведьманову за интерес и поддержку в работе.

Список литературы

- [1] *Ведьманов Г.Д., Козлов В.П., Кудрявцев В.Н. и др. // ПТЭ. 1989. № 2. С. 47–50.*
- [2] *Худсон Д. Статистика для физиков. М.: Мир, 1967. 242 с.*
- [3] *Ускорение заряженных частиц. Терминология. М.: Наука, 1977. 57 с.*

Уральский политехнический институт
им. С.М.Кирова
Екатеринбург
Поступило в Редакцию
6 мая 1991 г.