

ДИСПЕРГИРОВАНИЕ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ ПО ЭНЕРГИИ ПРИ ТОРМОЖЕНИИ В ДВУМЕРНОМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ ТИПА $x^{1/n}$

В. В. Зашквара, А. А. Бок

Установлено электростатическое двумерное поле, оказывающее большое диспергирующее воздействие по энергии на пучок заряженных частиц, движущийся с торможением в плоскости симметрии поля вдоль вектора напряженности.

Рассматривая движение пучка заряженных частиц в электростатическом зеркале с двумерным полем $\varphi(x, y)$, имеющим плоскость симметрии xz , можно выделить две составляющие пространственного диспергирования частиц по кинетической энергии: продольную дисперсию (в направлении оси z , перпендикулярной полю), и поперечную дисперсию (в направлении оси x , расположенной вдоль вектора напряженности поля в плоскости симметрии). Продольная дисперсия является базовой характеристикой электростатического зеркала, работающего как энергоанализатор. В работах [1–3] показано, что в условиях углового фокусирования первого порядка продольная дисперсия, поделенная на фокусное расстояние, не зависит от структуры двумерного поля и является только функцией от угла ввода пучка заряженных частиц в зеркало

$$\frac{1}{L} \frac{dL}{d\varepsilon} = \frac{1}{2 \cos^2 \alpha}, \quad (1)$$

где α — угол ввода, L — фокусное расстояние вдоль оси z , $\varepsilon = (dW)/W$ — относительное изменение кинетической энергии.

Поперечная дисперсия обусловлена зависимостью глубины проникновения пучка в поле от энергии при его торможении, она играет существенную роль в тех случаях, когда энергоанализ пучка заряженных частиц осуществляется по принципу фильтрования и используется свойство электростатического зеркала пропускать или отражать заряженные частицы с кинетической энергией в заданном интервале. Этот вид дисперсии в электростатических зеркалах с двумерными полями систематически не анализировался.

В настоящей работе мы хотим обратить внимание на один тип электростатического двумерного поля, которому присуща большая поперечная дисперсия, во много раз большая, чем в известных электростатических фильтрах на отражение, построенных на основе плоского и цилиндрических полей.

Применяя закон сохранения кинетической энергии заряженной частицы, движущейся в плоскости симметрии двумерного электростатического поля, можно получить формулу для расчета тангенса угла наклона траектории к оси z

$$\tan \alpha = \frac{dx}{dz} = \tan \alpha_0 \sqrt{1 - \frac{g(x)}{\omega}}, \quad (2)$$

где α_0 — угол наклона траектории при вхождении ее в поле зеркала (в точке пересечения траектории с нулевой эквипотенциалью);

$$\omega = \frac{W}{qk} \sin^2 \alpha$$

— параметр отражения поля зеркала; q и W — заряд и кинетическая энергия анализируемых частиц; k — коэффициент, имеющий размерность потенциала,

зависящий от соотношения характерных линейных размеров электродов зеркала и подаваемых на них потенциалов; $\varphi(x) = kg(x)$ — потенциал поля в плоскости симметрии xz ; $g(x)$ — безразмерная функция.

В вершине траектории $dx/dz = 0$, поэтому глубина проникновения в поле траекторий, расположенных в плоскости симметрии, должна определяться в результате решения относительно x уравнения

$$g(x) = \omega. \quad (3)$$

Продифференцировав (3) по величине относительного изменения энергии ε с учетом того, что $d\omega/d\varepsilon = \varepsilon$, приходим к формуле для расчета поперечной дисперсии

$$D_t = \frac{1}{x} \frac{dx}{d\varepsilon} = \frac{\omega}{\frac{\partial g}{\partial x} \cdot x}. \quad (4)$$

Возьмем поле типа $g(x) = x^{1/n}$, где n — целое положительное число. В этом случае, согласно (4), $D_t = n$, т. е. в n раз больше поперечной дисперсии зеркала с однородным полем, равной единице.

Восстановим двумерное поле $g(x, y)$ по потенциалу в плоскости симметрии $g(x)$, для этого следует найти сумму степенного ряда, представляющего двумерное поле в окрестности плоскости симметрии $y = 0$,

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m)!} \left[\frac{d^{2m}}{dx^{2m}} g(x) \right] y^{2m} \\ &= x^{1/n} \left\{ 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m)!} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \dots \left[\frac{1}{n} - (2m-1) \right] \left(\frac{y}{x} \right)^{2m} \right\}. \end{aligned} \quad (5)$$

Во вспомогательных целях обратимся к функции

$$f(t) = \frac{1}{2} \left[(1+it)^{1/n} + (1-it)^{1/n} \right],$$

где i — мнимая единица.

$$f(t) = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{(2m)!} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{n} - 1 \right) \dots \left[\frac{1}{n} - (2m-1) \right] t^{2m}. \quad (6)$$

Представим эту функцию степенным рядом по t . Из сравнения (5) и (6) следует, что

$$g(x, y) = \frac{1}{2} x^{1/n} \left[(1+it)^{1/n} + (1-it)^{1/n} \right], \quad t = \frac{y}{x}. \quad (7)$$

Введем полярные координаты $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\theta = \arctg(y/x)$, тогда получим, что

$$g(\rho, \theta) = \rho^{1/n} \cos \frac{\theta}{n}. \quad (8)$$

В декартовых координатах

$$g(x, y) = (x^2 + y^2)^{1/2n} \cos \left[\frac{1}{n} \arctan \left(\frac{y}{x} \right) \right]. \quad (9)$$

При $n = 1$ формулы (8) и (9) описывают однородное поле, при $n = 2$ мы встречаемся с полем, эквипотенциальные поверхности которого имеют параболическую форму

$$\rho = \frac{2g^2}{1 + \cos \theta}.$$

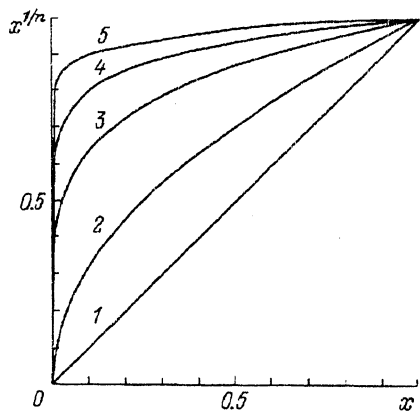


График функции $x^{1/n}$.
 n: 1 - 1, 2 - 2, 3 - 5, 4 - 10, 5 - 20.

Если $n \geq 3$, то эквипотенциальные поверхности полей, представляемых (8) и (9), являются замкнутыми. На рисунке представлены графики функции $g(x) = x^{1/n}$, построенные при различных значениях показателя n . Как видно, с ростом n резко увеличивается крутизна подъема функции $g(x)$ вблизи начала координат и возрастает протяженность участка, на котором функция изменяется плавно. Сильное диспергирующее воздействие поля $g(x)$ при больших значениях n обусловлено тем, что сначала на узком начальном участке поля осуществляется резкое торможение пучка, затем уже замедленный пучок заряженных частиц плавно тормозится на большом протяжении, благодаря чему вершины траекторий, по которым движутся частицы, мало отличающиеся по энергии, хорошо пространственно разделяются. Это свойство поля типа $x^{1/n}$ создает предпосылку для построения на его основе высокодисперсионного энергетического фильтра на отражение.

Список литературы

- [1] Голиков Ю.К., Иванов В.Г., Коломенков В.Ю., Матышев А.А. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 5. С. 1010–1012.
- [2] Фишкова Т.Я. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 7. С. 1358–1364.
- [3] Карецкая С.П., Сайченко Н.Ю. // Тез. докл. Всесоюз. семинара по методам расчета электронно-оптических систем. Львов, 1990. С. 69.

Институт ядерной физики, Алма-Ата

Поступило в Редакцию 10 апреля 1991 г.