

Эффекты самосогласованной динамики дислокаций в упругом поле планарного мезодефекта

© Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев

Нижегородский филиал Института машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия

E-mail: sarafanov@sinn.ru

(Поступила в Редакцию 25 февраля 2009 г.)

На основе кинетического подхода проведено рассмотрение самосогласованной динамики дислокационного ансамбля в упругом поле планарного мезодефекта. Получена эффективная функция напряжений Эйри для планарного мезодефекта, учитывающая экранирующий эффект от системы распределенных дислокационных зарядов. Найдены координатные зависимости компонент тензора напряжений и плотности дислокационного заряда для рассмотренной экранированной системы. Произведен расчет ее упругой энергии и разориентировки областей, прилегающих к планарному мезодефекту.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 08-02-97041).

PACS: 61.72.Lk, 61.72.Bb

1. Введение

Известно, что большие пластические деформации приводят к фрагментации структуры материалов. В ходе этого процесса исходные зерна поликристаллов разбиваются на более мелкие разориентированные области, разделенные малоугловыми и среднеугловыми границами. Фрагментация представляет собой фундаментальное явление и наблюдается в кристаллических материалах с различным типом кристаллической решетки при разных схемах и режимах пластической деформации [1–3]. Экспериментальные и теоретические исследования этого феномена позволили заключить, что в поликристаллах его первопричиной являются мощные упругие напряжения, источники которых (мезодефекты) возникают на межзеренных границах в процессе пластической деформации. Наиболее типичными мезодефектами являются стыковая дисклинация, дисклинационный диполь и планарный мезодефект типа плоского скопления [1,2]. В упругих полях указанных мезодефектов, которые можно рассматривать как первичные (наведенные активной пластической деформацией), формируются вторичные мезодефекты — системы оборванных дислокационных границ [2,4], которые экранируют упругие поля первичных мезодефектов и понижают общую упругую энергию системы [5,6].

В настоящее время сложилось представление о том, что в качестве элементарных актов фрагментации можно рассматривать образование дислокационной стенки (оборванной субграницы) в упругом поле стыковой дисклинации [1,7,8] и образование пары оборванных дислокационных границ разного знака (т.е. формирование полосы переориентации) в поле дисклинационного диполя [1,3,9]. В работе [10] на основе компьютерного моделирования показана возможность формирования диполя оборванных субграниц в упругом поле планарного мезодефекта, представляющего собой плоское скопление дислокаций ориентационного несоответствия [11]. В на-

стоящей работе проведено более строгое рассмотрение этого вопроса аналитическими методами. Теоретически на основе кинетического подхода исследуются эффект экранирования упругого поля планарного мезодефекта и формирование областей разориентации вблизи мезодефекта.

2. Функция напряжений Эйри и упругое поле планарного мезодефекта

Дислокации, попавшие на границу зерен в процессе пластической деформации (рис. 1), можно формально разделить на совокупность дислокаций, имеющих тангенциальную составляющую вектора Бюргерса — планарный мезодефект, и дислокаций с нормальной составляющей вектора Бюргерса, которые приводят к дополнительной разориентировке границы и формируют стыковые дисклинации, возникающие в стыках вследствие рассогласования пластических разворотов на границах зерен [1].

Для дальнейшего анализа нам потребуется выражение для функции напряжений Эйри планарного мезодефекта. Рассмотрим симметрично расположенный относительно начала координат планарный мезодефект (рис. 1, *b*), состоящий из эквидистантно расположенных вдоль оси Oy краевых дислокаций и имеющий некоторую длину $L = 2a$.

Функция напряжений Эйри краевой дислокации, находящейся в начале координат, определяется выражением $\psi^{(e)}(x, y) = Dbx \ln(r/R_c)$ [12], а ее Фурье-образ, как нетрудно показать, имеет вид

$$\psi_{\mathbf{k}}^{(e)} = -i4\pi Dbk_x / \mathbf{k}^4.$$

Здесь $D = G/2\pi(1 - \nu)$, ν — коэффициент Пуассона, G — модуль сдвига, b — модуль вектора Бюргерса,

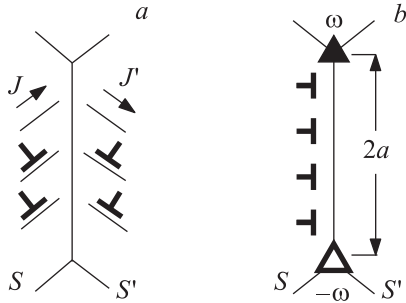


Рис. 1. Схематическое представление потоков дислокаций J и J' , задающих пластическую деформацию (а), и расположения мезодефектов, возникающих на границах стыкующихся зерен S и S' (б).

r — модуль радиус-вектора, R_c — характерный размер кристалла.

Тогда Фурье-образ функции напряжений Эйри всего планарного мезодефекта будет определяться соответствующей суммой

$$\psi_{\mathbf{k}}^{\Sigma} = - \sum_{n=-N}^N \frac{ik_x 4\pi D b}{\mathbf{k}^4} e^{-ik_y n h}, \quad (1)$$

которая в непрерывном пределе сводится к виду

$$\psi_{\mathbf{k}} = - \frac{i 8\pi D b k_x}{\mathbf{k}^4 h} \frac{\sin(k_y a)}{k_y}, \quad (2)$$

где h — расстояние между дислокациями в плоском скоплении, $N = a/h$.

Применяя к (2) обратное преобразование Фурье, определяем функцию напряжений Эйри планарного мезодефекта

$$\psi(x, y) = - \frac{2D b x}{h} \int_0^{\infty} \frac{\cos(k_y y) \sin(k_y a)}{k_y^2} e^{-k_y |x|} dk_y. \quad (3)$$

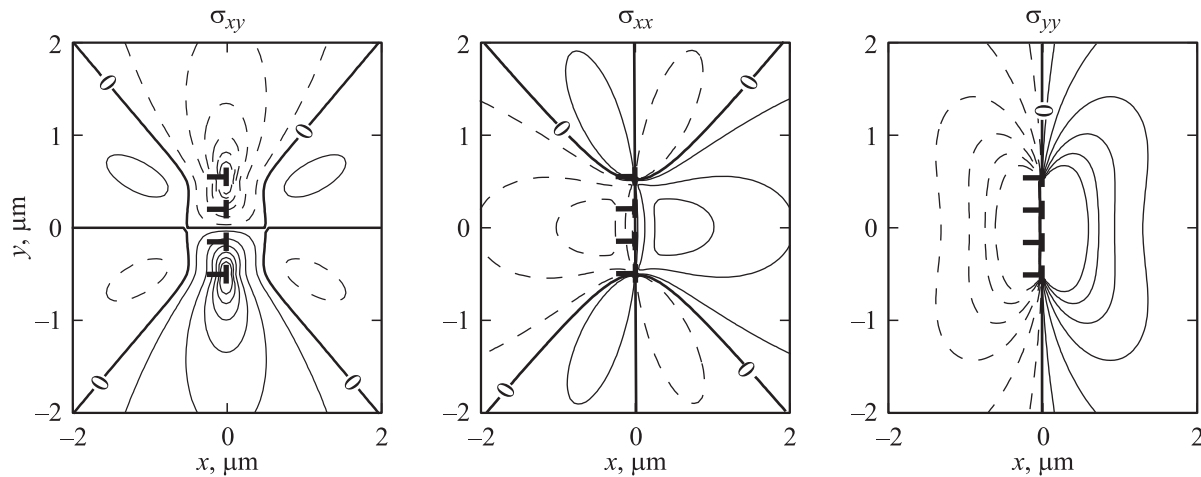


Рис. 2. Поля напряжений от планарного мезодефекта согласно выражениям (4)–(6) при длине мезодефекта $L = 1 \mu\text{m}$ и мощности $\Omega = 0.02$.

Используя (3), находим выражения для компонент тензора напряжений мезодефекта

$$\sigma_{xx} = D\Omega x \left[\frac{y+a}{x^2+(y+a)^2} - \frac{y-a}{x^2+(y-a)^2} \right], \quad (4)$$

$$\sigma_{yy} = 2D\Omega \left[\arctg\left(\frac{y+a}{x}\right) - \arctg\left(\frac{y-a}{x}\right) \right] - \sigma_{xx}, \quad (5)$$

$$\sigma_{xy} = D\Omega \left[\frac{x^2}{x^2+(y-a)^2} - \frac{x^2}{x^2+(y+a)^2} - \frac{1}{2} \ln \frac{x^2+(y+a)^2}{x^2+(y-a)^2} \right], \quad (6)$$

где учтено, что $\sigma_{xx} = \psi''_{yy}$, $\sigma_{yy} = \psi''_{xx}$, $\sigma_{xy} = -\psi''_{xy}$ [12]. Заметим, что аналогичные выражения для компонент тензора напряжений мезодефекта ранее были получены иным способом в работе [13].

Изолинии компонент тензора напряжений для области $4 \times 4 \mu\text{m}$ при длине мезодефекта $2a = 1 \mu\text{m}$ и его мощности $\Omega = b/h = 0.02$ показаны на рис. 2.

Рассматриваемый мезодефект создает большие сдвиговые упругие напряжения, которые могут релаксировать либо в процессе аккомодационной пластической деформации соседнего зерна (при наличие благоприятно расположенных плоскостей скольжения), либо посредством возникновения полосы переориентации. Для последнего случая анализ на основе компьютерного моделирования показал [10], что формирование полосы переориентации в упругом поле планарного мезодефекта возможно только в кинетических условиях, когда в окрестности планарного мезодефекта в его упругих полях самосогласованным образом развивается процесс пластической деформации. Поэтому далее рассмотрена самосогласованная динамика ансамбля непрерывно распределенных дислокаций в упругом поле планарного мезодефекта.

3. Экранирование упругого поля планарного мезодефекта

Рассмотрим мезодефект мощности Ω и длины L , расположенный так же, как в рассмотренном выше случае, в окружении ансамбля движущихся краевых дислокаций.

Будем полагать, что в динамике дислокационного ансамбля участвуют только подвижные краевые дислокации двух типов с векторами Бюргерса разных знаков ($b_a = b_{\pm} = \pm b$). Также предполагается, что движение дислокаций носит квазивязкий характер, дислокации перемещаются в параллельных системах скольжения в направлении некоторой оси, например, $0x$ ($\mathbf{b}_a \parallel \mathbf{e}_x$), и мощность Ω мезодефекта такова, что его упругие поля лишь возмущают поток дислокаций, не приводя дислокации к остановке.

При сделанных предположениях поведение ансамбля дислокаций можно описать системой эволюционных уравнений для скалярной плотности дислокаций $\rho_a(\mathbf{r}, t)$ и функции напряжений Эйри $\psi^{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)$ системы дефектов [14,15]

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \text{div} [\rho_a \hat{M}_a (\mathbf{f}_a + \mathbf{f}_a^{\text{eff}})] = \Phi_a(\rho_a), \quad \mathbf{f}_a^{\text{eff}} = -b_a \nabla \frac{\partial \psi^{\text{eff}}}{\partial y}, \quad (7)$$

$$\psi^{\text{eff}}(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) + \sum_{a=\pm} \int \rho_a(\mathbf{r}', t) \psi_a^e(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}', \quad (8)$$

где $\psi(\mathbf{r})$ — функция напряжений Эйри планарного мезодефекта, определяемая (3), $\psi_a^e(\mathbf{r}) = -b_a D y \ln(r/R_c)$ — функция напряжений Эйри краевой дислокации, \mathbf{f}_a — сила Пича–Келера, обусловленная внешним полем $\sigma_e = \sigma_{xy}^{(e)}$, $\mathbf{f}_a^{\text{eff}}$ — сила, действующая на дислокации со стороны упругого поля системы дефектов, \hat{M}_a — тензор подвижности дислокаций, $\Phi_a(\rho_a)$ — нелинейные функции, ответственные за кинетику дислокаций и удовлетворяющие условию сохранения вектора Бюргерса $\sum_a b_a \Phi_a = 0$ в ходе этих процессов, $\mathbf{r} = (x, y)$ — радиус-вектор, \mathbf{r}_i — радиус-вектор, задающий расположение мезодефекта (в рассматриваемом случае $\mathbf{r}_i = 0$).

Система уравнений (7), (8) допускает стационарное однородное решение $\rho_a = \rho_{0a}$, определяемое из условия $\Phi_a(\rho_a) = 0$. Суммарный дислокационный заряд дислокационного ансамбля в этом случае в силу закона сохранения вектора Бюргерса равен нулю. Поэтому и его среднее значение $\sum_a b_a \rho_{0a} = 0$, что является условием нейтральности дислокационного ансамбля относительно суммарного дислокационного заряда.

Введем новые переменных $\rho = \rho^+ + \rho^-$ и $I = \rho^+ - \rho^-$, определяющие соответственно суммарную и избыточную плотности дислокаций. Тогда для переменных ρ и I стационарное однородное состояние системы ($\rho^+ = \rho^- = \rho_0/2$) запишется в виде $\rho = \rho_0$, $I = 0$.

В стационарных условиях ($\partial \rho_a / \partial t = 0$) при сделанных предположениях система линеаризованных уравнений

самосогласованного поля (7), (8), отвечающая постановке задачи на определение эффективной функции напряжений Эйри $\psi^{\text{eff}}(\mathbf{r})$ для переменных $\rho(\mathbf{r}, t)$ и $I(\mathbf{r}, t)$, будет иметь вид

$$(\mathbf{V} \nabla I) = -\frac{1}{\tau_{\text{rel}}} (\rho - \rho_0), \quad (\mathbf{V} \nabla \rho) - b M_{\parallel} \rho_0 \frac{\partial^3 \psi^{\text{eff}}}{\partial x^2 \partial y} = 0, \quad (9)$$

$$\psi^{\text{eff}}(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}) + Db \int I(\mathbf{r}') (y - y') \ln \frac{r_0}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}', \quad (10)$$

где τ_{rel} — время релаксации подвижных дислокаций к стационарному состоянию, \mathbf{V} — скорость дрейфа дислокаций, обусловленная внешним полем σ_e . То, что правые части в (9), (10) принимают указанный вид, связано с симметрией задачи относительно знака дислокаций и выполнением условия $\sum_a b_a \Phi_a = 0$, отражающего факт сохранения вектора Бюргерса при различных дислокационных реакциях и размножении дислокаций.

Перейдем в (9), (10) к Фурье-компонентам, предварительно выразив ρ из первого уравнения (9) и подставив во второе. В результате находим выражения для функции напряжений Эйри и дислокационного заряда в \mathbf{k} -представлении

$$\psi^{\text{eff}}(\mathbf{k}) = \frac{i8\pi D \Omega k_x \sin k_y a}{(|\mathbf{k}|^4 + 4k_y^2 r_d^{-2}) k_y}, \quad I(\mathbf{k}) = \frac{i8\Omega k_x \sin k_y a}{b(r_d^2 |\mathbf{k}|^4 + 4k_y^2)}. \quad (11)$$

Здесь параметр r_d дается выражением

$$r_d^{-2} = \frac{\pi D b^2 \rho_0}{T_{\text{ext}}} = \frac{G b^2 \rho_0}{2(1-\nu) T_{\text{ext}}} \quad (12)$$

и имеет смысл радиуса экранирования [6], а $T_{\text{ext}} = \tau_{\text{rel}} V^2 / M_{\parallel} = b \sigma_e \bar{L}$ представляет собой работу внешних напряжений по перемещению дислокаций в системе скольжения ($V = M_{\parallel} b \sigma_e$, $\bar{L} = \tau_{\text{rel}} V$ — длина релаксации [15]).

Зная эффективную функцию напряжений Эйри ψ_k^{eff} (11), можно определить распределение плотности дислокаций в поле планарного мезодефекта и компоненты тензора упругих напряжений. Применяя обратное преобразование Фурье, находим выражение для избыточной плотности дислокаций

$$I(\mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int I(\mathbf{k}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d\mathbf{k} = I_c \sum_{\alpha=\pm} \left[\text{ch} \frac{y_{\alpha}}{r_d} \tilde{\mathfrak{J}}_1(x, y_{\alpha}) + \text{sh} \frac{y_{\alpha}}{r_d} \tilde{\mathfrak{J}}_2(x, y_{\alpha}) \right], \quad (13)$$

где $I_c = \Omega / \pi b r_d$, $y_{\alpha} = a \pm y$, $r_{\alpha} = \sqrt{y_{\alpha}^2 + x^2}$, а интегралы

$$\tilde{\mathfrak{J}}_1(x, y_{\alpha}) = \int_0^x K_0(r_{\alpha}/r_d) \frac{dx}{r_d}, \quad (14)$$

$$\tilde{\mathfrak{J}}_2(x, y_{\alpha}) = y_{\alpha} \int_0^x r_{\alpha}^{-1} K_1(r_{\alpha}/r_d) \frac{dx}{r_d} \quad (15)$$

выражаются через функцию Макдональда нулевого порядка $K_0(r/r_d)$, которая имеет асимптотические

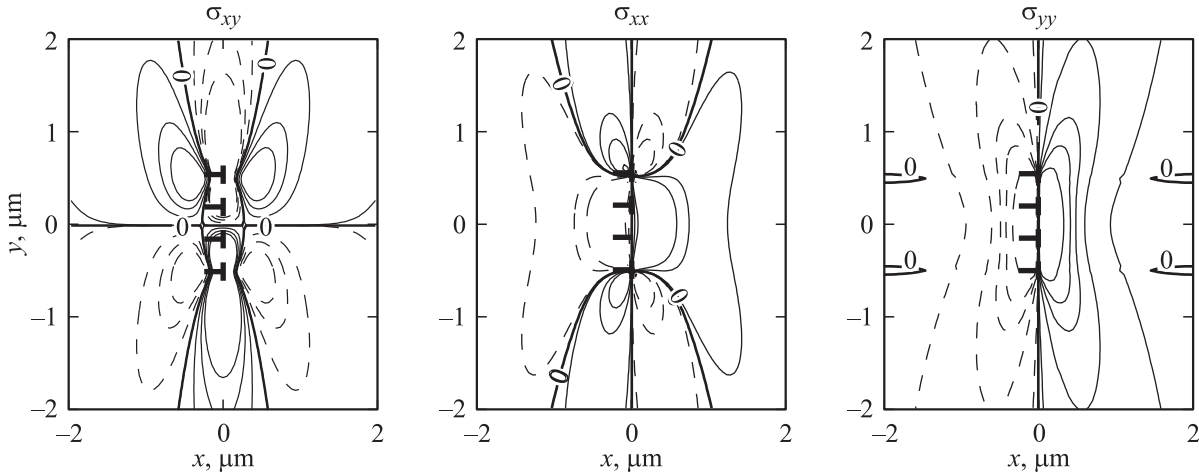


Рис. 3. Экранированные поля напряжений планарного мезодефекта согласно выражениям (17)–(19) при значении радиуса экранирования $r_d = 0.2 \mu\text{m}$, длине мезодефекта $L = 1 \mu\text{m}$ и мощности $\Omega = 0.02$.

пределы [16]

$$K_0(r/r_d) = \begin{cases} \sqrt{\pi r_d/2r} e^{-r/r_d} + \dots, & r \gg r_d, \\ -\ln(r/r_d) + \dots, & r \ll r_d, \end{cases} \quad (16)$$

и функцию Макдональда первого порядка $K_1(z) = -K'_0(z)$.

Аналогично определяем компоненты тензора экранированных напряжений

$$\sigma_{xx} = D\Omega \sum_{\alpha=\pm} \left[\text{sh}(y_\alpha/r_d) \frac{x}{r_\alpha} K_1(r_\alpha/r_d) \right], \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{yy} = -\sigma_{xx} + 2D\Omega \sum_{\alpha=\pm} \left[\text{sh} \frac{y_\alpha}{r_d} \mathfrak{I}_1(x, y_\alpha) \right. \\ \left. + \text{ch} \frac{y_\alpha}{r_d} \mathfrak{I}_2(x, y_\alpha) - \frac{\pi}{2} \text{sgn}(x) \text{sgn}(y_\alpha) \right], \quad (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{xy} = -D\Omega \sum_{\alpha=\pm} \left[\text{ch}(y_\alpha/r_d) K_0(r_\alpha/r_d) \right. \\ \left. + \text{sh}(y_\alpha/r_d) \frac{y_\alpha}{r_\alpha} K_1(r_\alpha/r_d) \right]. \quad (19) \end{aligned}$$

Изолинии компонент тензора экранированных упругих напряжений (17)–(19) показаны на рис. 3. Выражения (17)–(19) переходят при $r_d \rightarrow \infty$, что соответствует незэкранированному случаю, в выражения (4)–(6). Из (17)–(19) также следует, что на расстояниях $x \gg r_d$ упругое поле планарного мезодефекта становится очень малым. Поэтому величину r_d можно рассматривать как радиус экранирования упругого поля мезодефекта в направлении скольжения краевых дислокаций (в направлении 0y упругое поле убывает гиперболически).

Сравним энергию упругого поля в заданной области размера R для случаев экранированного и незэкранированного поля. Энергию упругого поля на единицу длины дефектов для случая плоского деформированного состояния можно вычислить по известной формуле [12]

$$W = \frac{1}{2G} \iint \left[\sigma_{xy}^2 - \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \frac{1-\nu}{2} (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})^2 \right] dx dy. \quad (20)$$

Подставляя в формулу (20) найденные поля напряжений (17)–(19) и численно интегрируя, находим зависимости $W = W(R)$ для рассматриваемых случаев. Эти зависимости показаны на рис. 4.

Нетрудно заметить, что отношение энергии экранированного поля W_e к энергии незэкранированного по-

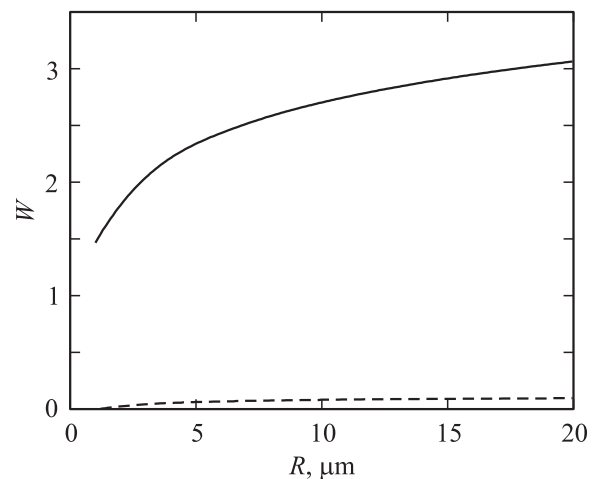


Рис. 4. Зависимость энергии упругого поля W (в единицах $D\Omega^2L^2$) от размера пластической зоны R для двух случаев (при $L = 1 \mu\text{m}$). Штриховая линия — случай экранированного поля при $r_d = 0.2 \mu\text{m}$ ($r_d \ll R$), сплошная линия — случай незэкранированного поля при $r_d = 1 \text{ cm}$ ($r_d \gg R$).

ля W оказывается достаточно малым: $W_e/W \sim 0.5$ при $R = 10 \mu\text{m}$. При увеличении размера пластической зоны R эффект становится еще более выраженным. Таким образом, имеет место существенное снижение упругой энергии для планарного мезодефекта, экранированного системой самосогласованно распределенных в его поле дислокаций.

4. Формирование разориентированных областей

Важным следствием эффекта самосогласованного перераспределения дислокаций в поле первичных мезодефектов является, то что они собирают вокруг себя дислокационный заряд, который создает разориентировку прилегающих к нему областей кристалла.

В работах [8,17,18] было установлено, что для мезодефектов дисклинационного типа разориентировка составляет примерно половину мощности дисклинации ($\theta = 0.5\omega$). Области разориентации формируются вдоль линий нулевого уровня экранированного поля напряжений дисклинаций перпендикулярно действующей системе скольжения дислокаций. Эти области являются сугубо динамическими образованиями и имеют кинетическую природу возникновения. Важно подчеркнуть, что при самосогласованном кинетическом описании внешнее поле не сказывается на расположении областей разориентации. Это существенно отличает кинетический подход от статического, при котором дислокации одного знака выстариваются вдоль линий нулевого уровня суммарного поля и отклоняются во внешнем поле на угол, пропорциональный этому полю. Для дисклинационного диполя кинетический эффект, связанный с самосогласованным перераспределением дислокаций, проявляется в том, что области разориентации проти-

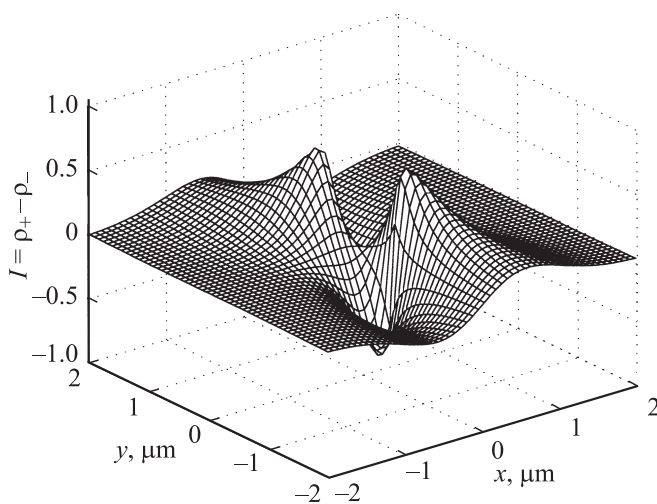


Рис. 5. Распределение избыточной плотности дислокаций $I(x, y)$ в поле планарного мезодефекта согласно формуле (13). График плотности I , нормированной на величину $I_c = \Omega/\pi b r_d$, построен для области $4 \times 4 \mu\text{m}$ при значении $r_d = 0.2 \mu\text{m}$.

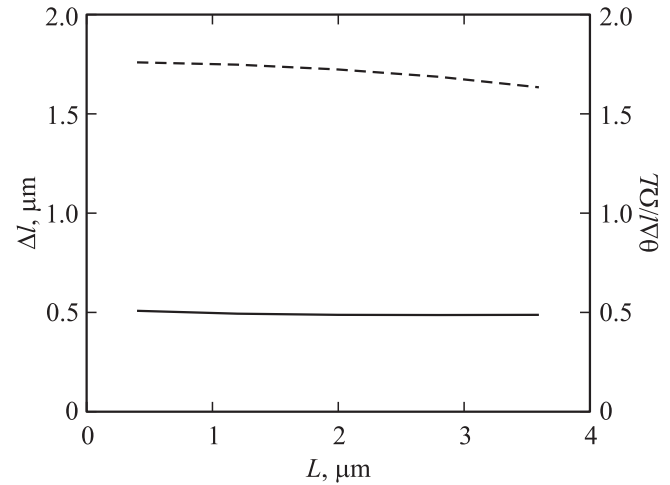


Рис. 6. Зависимость разориентировки θ областей кристалла в окрестности планарного мезодефекта и характерного расстояния Δl между этими областями от длины мезодефекта L (при $r_d = 0.2 \mu\text{m}$, $R = 20 \mu\text{m}$). Штриховая линия — зависимость $\Delta l(L)$, сплошная линия — отношение $\theta \Delta l / \Omega L$ как функция L .

воположного знака располагаются почти параллельно в соответствии с линиями нулевого уровня сдвиговой компоненты тензора экранированных напряжений σ_{xy} [6], в то время как в статике нулевые изолинии поля напряжений σ_{xy} дисклинационного диполя расходятся под прямым углом.

Аналогичный эффект должен иметь место и для планарного мезодефекта. Действительно, планарный мезодефект мощности Ω на расстояниях, существенно превышающих его длину L , эквивалентен супердислокации с модулем вектора Бюргерса $B = \Omega L$ или диполю частичных дисклинаций мощности $\omega = B/\Delta l$, где Δl — плечо диполя. Области разориентации, формируемые упругим полем планарного мезодефекта и задаваемые, согласно (13), экстремумами избыточной плотности дислокаций $I(x, y)$ (рис. 5), располагаются вдоль линий нулевого уровня сдвиговой компоненты σ_{xy} экранированного упругого поля (рис. 3) подобно тому, как это имеет место для случая дисклинационного диполя [6]. Тогда, согласно [9,17], разориентировка формируемых областей должна составлять $\theta \sim \omega/2$ или

$$\theta \sim \frac{\Omega L}{2\Delta l}, \quad (21)$$

что согласуется с результатами работы [10], где формирование субграниц в упругом поле планарного мезодефекта исследовалось при помощи компьютерного моделирования.

С другой стороны, разориентировку областей, прилегающих к планарному мезодефекту, можно определить непосредственно на основе полученных выше результатов, используя выражение (13) для избыточной плотности дислокаций $I(x, y)$. Для геометрии, рассматриваемой

в настоящей работе, имеем

$$\theta = \frac{2\Omega}{\pi R r_d} \sum_{\alpha=\pm} \int_0^{R/2} \int_0^{R/2} \left[\operatorname{ch} \frac{y_\alpha}{r_d} \mathfrak{J}_1(x, y_\alpha) + \operatorname{sh} \frac{y_\alpha}{r_d} \mathfrak{J}_2(x, y_\alpha) \right] dx dy. \quad (22)$$

Численный анализ интеграла (22) показывает, что его значение, нормированное на Ω , почти линейно зависит от длины планарного мезодефекта L (т. е. $\theta/\Omega \sim k(L)L$, где $k(L)$ — слабо изменяющаяся функция L). С увеличением L происходит и некоторое сближение линий нулевого уровня сдвиговой компоненты экранированного упругого поля σ_{xy} , вдоль которых расположены области разориентации. Вычисляя расстояние Δl между этими линиями в зависимости от L (путем решения уравнения $\sigma_{xy} = 0$ при $y = R/4$) и комбинируя его с зависимостью $\theta(L)$, находим, что зависимость $\theta(L)\Delta l/\Omega L$ очень слабо зависит от L и стремится к значению $\theta\Delta l/\Omega L \simeq 0.5$ (рис. 6). Это подтверждает формулу (21) и результаты работы [10].

5. Заключение

Из полученных в настоящей работе результатов следует, что дислокационное экранирование оказывается эффективным способом понижения упругой энергии деформируемого кристалла. Такое энергетически выгодное состояние реализуется как неравновесное состояние в условиях самосогласованного пластического течения в окрестности планарного мезодефекта. Важным следствием эффекта самосогласованного перераспределения дислокаций в условиях их кинетики в поле рассматриваемого мезодефекта является то, что он формирует вокруг себя области дислокационного заряда, которые создают в окрестности мезодефекта разориентированные области разного знака на некотором расстоянии Δl друг от друга. Соответствующая разориентировка этих областей $\theta \sim B/2\Delta l$, где $B = \Omega L$ — модуль вектора Бюргера мезодефекта. Другими словами, планарный мезодефект, характеризуемый вектором Бюргера B , в условиях пластической деформации инициирует создание разориентированной дислокационной структуры с эффективным вектором Бюргера $\Delta B = \theta\Delta l \simeq B/2$, что приводит к существенному снижению упругой энергии системы.

Список литературы

- [1] В.В. Рыбин. Большие пластические деформации и разрушение металлов. Металлургия, М. (1986). 224 с.
- [2] V.V. Rybin. *Probl. Mater. Sci. I* (33), 9 (2003).
- [3] В.И. Владимиров, А.Е. Романов. Дисклинация в кристаллах. Наука, Л. (1986). 224 с.
- [4] А.Н. Вергазов, В.А. Лихачев, В.В. Рыбин. *ФММ* **42**, 146 (1976).

- [5] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. *Письма в ЖТФ* **31**, 73 (2005).
- [6] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. *ФТТ* **49**, 1780 (2007).
- [7] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. *Письма в ЖТФ* **33**, 87 (2007).
- [8] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. *Вопр. материаловедения I* (49), 5 (2007).
- [9] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. *ЖТФ* **79**, 104 (2009).
- [10] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. *Письма в ЖТФ* **35**, 21 (2009).
- [11] А.Н. Орлов, В.Н. Перевезенцев, В.В. Рыбин. *Границы зерен в металлах. Металлургия, М.* (1980). 198 с.
- [12] Дж. Хирт, И. Лоте. *Теория дислокаций. Атомиздат, М.* (1972). 599 с.
- [13] N.A. Pertsev, A.E. Romanov. *Mech. Comp. Mater.* **19**, 565 (1984).
- [14] Г.А. Малыгин. *УФН* **169**, 979 (1999).
- [15] Н.Ф. Сарафанов. *ФТТ* **39**, 1575 (1997).
- [16] И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. *Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Наука, М.* (1971). 1108 с.
- [17] Г.Ф. Сарафанов, В.Н. Перевезенцев. *Вопр. материаловедения 4* (52), 246 (2007).
- [18] G.F. Sarafanov, V.N. Perevezentsev. *Mater. Sci. Eng. A* **503**, 137 (2009).