

04; 10

© 1991 г.

## ВЛИЯНИЕ КОЛЬЦЕВОГО ПЛАЗМЕННОГО КАНАЛА НА РАЗВИТИЕ РЕЗИСТИВНОЙ ШЛАНГОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ РЭП

Е. К. Колесников, А. С. Мануйлов

В рамках модели «жесткого пучка» исследовано влияние на развитие резистивной шланговой неустойчивости РЭП вихревых токов, генерируемых в кольцевом плазменном канале конечной проводимости при боковых отклонениях пучка. Для простого случая однородного по времени пучка получено аналитическое выражение для пространственного инкремента шланговой неустойчивости и продемонстрирован стабилизирующий эффект указанных вихревых токов.

### Введение

В последние годы внимание исследователей все больше привлекают вопросы динамики транспортировки релятивистских электронных пучков (РЭП) в газоплазменных средах. Особый интерес в комплексе проблем, связанных с распространением РЭП в указанных средах, представляют вопросы развития пучково-плазменных неустойчивостей, среди широкого спектра которых наибольшим инкрементом обладает резистивная шланговая неустойчивость (РШН), характеризующаяся нарастающими по амплитуде боковыми изгибными колебаниями пучка [1-7]. Физический механизм развития РШН обусловлен взаимодействием тока пучка с вихревыми токами, генерируемыми в плазменной среде при боковом смещении РЭП. Кроме того, наличие равновесного обратного плазменного тока приводит к дополнительному механизму нарастания шланговой амплитуды. В работе [2] теоретически было показано, что одним из способов стабилизации РШН является транспортировка РЭП внутри идеальнопроводящего кожуха.

Однако, как показали эксперименты [7], аналогичную роль может играть и созданный с помощью вспомогательного лазера кольцевой плазменный канал конечной проводимости. В частности, подобного рода каналы предполагается использовать при проводке РЭП через ускоряющие системы современных индукционных ускорителей.

В настоящей работе в рамках модели «жесткого пучка» (позволяющей аналитически исследовать дисперсионные свойства линейной стадии РШН) дано теоретическое описание стабилизирующего эффекта кольцевого плазменного канала конечной проводимости.

1. Рассмотрим параксиальный моноэнергетический аксиально-симметричный РЭП, распространяющийся в плазменной среде, характеризуемой однородной скалярной проводимостью  $\sigma_0$  и окруженной кольцевым плазменным каналом конечной проводимости  $\sigma_w$  ( $\sigma_w \gg \sigma_0$ ) толщины  $h$  и внутреннего радиуса  $R_w$ . Ограничимся далее случаем высокой проводимости фоновой среды ( $4\pi\sigma_0 R_b / c \gg 1$ , где  $R_b$  — радиус пучка,  $c$  — скорость света), когда выполнено условие полной компенсации пространственного заряда пучка. Кроме того, будем предполагать, что плазменный канал является достаточно тонким ( $h \ll R_w$ ) и выполнено условие слабого скин-эффекта

$$h \ll \delta = \frac{c}{(2\pi\sigma_w\omega)^{1/2}}, \quad (1)$$

где  $\delta$  — толщина скин-слоя для переменного электромагнитного поля частоты  $\omega$ .

Цилиндрическую систему координат  $(r, \vartheta, z)$  выберем так, чтобы ось  $z$  совпадала с осью системы пучок—канал. Для простоты будем предполагать, что при боковых смещениях пучка проводимость среды не возмущается. Рассмотрим далее представляющие основной интерес низкочастотные ( $\omega R_b \ll c$ ), длинноволновые ( $k_z R_b \ll 1$ ) возмущения вида  $\exp[i(\vartheta - \omega\tau - \Omega z)]$ , где  $\omega$  и  $k_z$  — частота и волновое число колебаний,  $\vartheta$  — азимутальный угол,  $\tau = t - z/v_z$  — сдвинутое время ( $v_z$  — продольная компонента скорости электронов пучка),  $\Omega = \omega/v_z - k_z$  — доплеровски смещенное волновое число колебаний.

2. Для исследования дисперсионных свойств линейной стадии РШН при наличии кольцевого плазменного канала воспользуемся традиционной моделью «жесткого пучка», в которой предполагается, что боковое смещение РЭП происходит без деформации радиального профиля плотности тока пучка [1–6]. Известно, что в низкочастотной области указанная модель дает хорошее соответствие с более точными моделями [3, 5].

Нетрудно показать, что приведенное в [1] уравнение для малых смещений оси пучка  $Y$  может быть представлено в следующем модифицированном виде:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = 2 \left( \frac{I_b}{I_A} \right) \frac{\pi}{I_b^2} \int_0^\infty dr I_b(r) \left[ Y \frac{\partial J_{z0}}{\partial r} + J_{z1} \right], \quad (2)$$

где  $I_b$  — ток пучка,  $I_A$  — предельный ток Альфвена,  $I_b(r)$  — ток пучка в пределах трубки радиуса  $r$ ,  $J_{z0}$  и  $J_{z1}$  — соответственно равновесное и возмущенное значения  $z$ -компоненты плотности коллективного тока пучково-плазменной системы.

С помощью закона сохранения заряда для параксиальных РЭП в ситуации полной зарядовой компенсации пучка можно получить следующие уравнения:

$$\frac{\partial J_{z0}}{\partial \tau} + \frac{J_{z0}}{\tau_m} = \frac{J_{b0}}{\tau_m}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial J_{z1}}{\partial \tau} + \frac{J_{z1}}{\tau_m} = - \frac{Y}{\tau_m} \frac{\partial J_{b0}}{\partial r}, \quad (4)$$

где  $J_{b0}$  — равновесный радиальный профиль плотности тока пучка,

$$\tau_m(\tau) = \frac{2\pi\sigma_c(\tau) R_b^2(\tau)}{c^2} \ln \frac{R_w}{R_b} \quad (5)$$

— скин-слое время.

Предполагая для простоты, что  $J_{b0}$  не зависит от  $\tau$ , из (2)–(4) получим

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = 2\pi \frac{i_w}{I_b} \left( \frac{I_b}{I_A} \right) - k_s^2 Y (1 - f_m) + k_s^2 \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' [\exp g(\tau, \tau')] \frac{Y(z, \tau')}{\tau_m(\tau')}, \quad (6)$$

где

$$i_w = \int_{R_w}^{R_w+h} dr J_{z1}(r, \tau) \quad (7)$$

— вихревой ток, индуцируемый при боковом смещении РЭП в кольцевом плазменном канале на единицу длины;

$$k_s^2 = 4\pi^2 \left( \frac{I_b}{I_A} \right) \int_0^\infty dr r \left( \frac{J_{b0}(r)}{I_b} \right)^2; \quad (8)$$

$$g(\tau, \tau') = \int_{\tau}^{\tau'} \frac{d\tau''}{\tau_m(\tau'')}; \quad (9)$$

$f_m$  — коэффициент магнитной нейтрализации РЭП.

В яллу предположения о малой толщине плазменного канала ( $h \ll R_w$ ) величина  $i_w$  может быть рассмотрена как поверхностный вихревой ток. Тогда с учетом (1) имеем

$$\frac{\partial A_{z1}}{\partial r} \Big|_{R_w} = \frac{\partial A_{z1}}{\partial r} \Big|_{R_w^+} = \frac{4\pi}{c} i_w, \quad (10)$$

$$i_w = -\frac{1}{c} \frac{\partial A_{z1}}{\partial z} \Big|_{R_w} \times \tau_w h. \quad (11)$$

Решая уравнение Ампера для  $A_z$  и  $A_{z1}$  с соответствующими граничными условиями [1], с помощью (3), (4), (7), (10) и (11) получим следующее уравнение для определения  $i_w$ :

$$\frac{\partial i_w}{\partial \tau} + \frac{i_w}{\tau_w} = -\frac{1}{\pi R_w^2 \tau_m} \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' \exp[g(\tau, \tau')] \frac{\partial [Y(z, \tau') I_b(\tau')]}{\partial \tau'}, \quad (12)$$

где  $\tau_w = 2\pi \sigma_w h R_w / c^2$  — скиновое время для вихревых токов в кольцевом плазменном канале.

Тогда из уравнений (6) и (12) окончательно получим уравнение, описывающее эволюцию РШН на ливейной стадии при наличии кольцевого плазменного канала,

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 Y}{\partial z^2} = & -\frac{k_w^2}{I_b} \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' \exp\left(\frac{\tau' - \tau}{\tau_w}\right) \frac{1}{\tau_m(\tau')} \int_{-\infty}^{\tau'} d\tau'' \exp[g(\tau', \tau'')] \frac{\partial [Y(z, \tau'') I_b(\tau'')]}{\partial \tau''} + \\ & + k_s^2 Y f_m - k_s^2 \int_{-\infty}^{\tau} d\tau' \exp[g(\tau, \tau')] \frac{\partial Y(z, \tau')}{\partial \tau'}, \end{aligned} \quad (13)$$

где  $k_w^2 = 2/R_w^2 (I_b/I_A)$ .

Заметим, что уравнение (13) отличается от приведенных ранее в [1, 2] соответствующих уравнений первым слагаемым в правой части, которое описывает эффект кольцевого плазменного канала на эволюцию РШН.

3. Чтобы проиллюстрировать указанный эффект, ограничимся простым случаем, когда параметры  $I_b$ ,  $R_b$  и  $\sigma_c$  не зависят от временной переменной  $\tau$ . В этой ситуации нетрудно получить следующее дисперсионное уравнение:

$$-\hat{\Omega}^2 = \Psi \frac{is\eta}{k_s^2 (1-is)(1-i\eta)} + f_m + \frac{is}{1-is}, \quad (14)$$

где  $\hat{\Omega} = \Omega/k_s$ ,  $s = \omega\tau_m$ ,  $\eta = \tau_w/\tau_m$ ,  $\Psi = (k_w/k_s)^2$ .

Далее будем предполагать полное отсутствие магнитной компенсации ( $f_m = 0$ ). Заметим, что дестабилизирующий эффект частичной магнитной компенсации РЭП подробно был рассмотрен в работе [2]. Кроме того, ограничимся нахождением пространственного инкремента РШН. Тогда, полагая  $\omega$  вещественной величиной, из (14) имеем следующий инкремент нарастания:

$$\text{Im}(\hat{\Omega}) = \left[ \frac{(A^2 + B^2)^{1/2} - A}{2(1+s^2)(1+s^2\eta^2)} \right]^{1/2}, \quad (15)$$

где

$$A = s^2 [1 + s^2\eta^2 + \Psi\eta(1+\eta)], \quad (16)$$

$$B = s [\Psi\eta(s^2\eta - 1) - (1 + s^2\eta^2)]. \quad (17)$$

Нетрудно проверить, что при отсутствии кольцевого канала ( $R_w \rightarrow \infty$ ) выражение (15) сводится к известному результату работы [1]. Параметры  $\eta$  и  $\Psi$  могут быть представлены через характеристики пучка, фоновой среды и кольцевого плазменного канала следующим образом:

$$\eta = \left(\frac{\sigma_w}{\sigma_c}\right) \left(\frac{hR_w}{R_b^2}\right) \frac{1}{\ln(R_w/R_b)}, \quad (18)$$

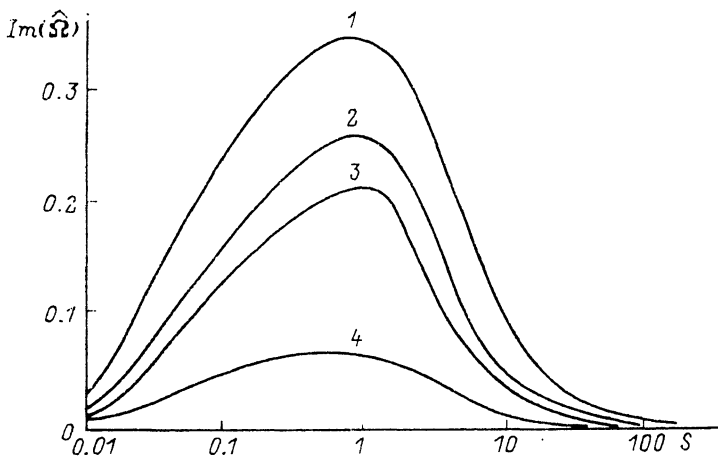
$$\Psi = \rho \left(\frac{R_b}{R_w}\right)^2, \quad (19)$$

где параметр  $p$  принимает соответственные значения 1, 2 и 3 для однородного, гауссовского и беннетовского радиальных профилей плотности тока пучка.

В качестве иллюстрации на рисунке приведены графики зависимости пространственного инкремента РШН  $\text{Im}(\hat{\Omega})$  для беннетовского РЭП от безразмерной возмущающей частоты  $s = \omega \tau_m$ . Кривая 1 соответствует ситуации отсутствия кольцевого плазменного канала [1], кривая 2 относится к следующему случаю:

$$\sigma_w / \sigma_c = 10^2, \quad R_w / R_b = 5, \quad R_w h = 10. \quad (20)$$

Кривая 3 характеризует ситуацию более высокой проводимости канала  $\sigma_w / \sigma_c = 10^3$  (при остальных параметрах, аналогичных (20)).



Наконец, кривая 4 соответствует случаю (20) при замене второго условия на  $R_w / R_b = 2$  (более узкий канал).

4. Таким образом, из рисунка видно, что увеличение проводимости кольцевого плазменного канала заметно понижает пространственный инкремент РШН. Кроме того, сужение канала ( $R_w / R_b \rightarrow 1$ ) является также существенным стабилизирующим фактором, что согласуется с результатами работы [2]. В заключение отметим, что с физической точки зрения стабилизирующая роль кольцевого плазменного канала легко объяснима, поскольку генерируемые в канале вихревые токи (при штатговых отклонениях РЭП) направлены противоположно току пучка и, следовательно, оказывают на него возвращающее к оси системы воздействие.

#### Список литературы

- [1] Lee E. P. // Phys. Fluids. 1978. Vol. 21. № 8. P. 1327—1343.
- [2] Uhm H. S., Lampe M. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. № 8. P. 1574—1585.
- [3] Sharp W. M., Lampe M., Uhm H. S. // Phys. Fluids. 1982. Vol. 25. № 8. P. 1456—1470.
- [4] Надеждин Е. Р., Сорокин Г. А. // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 5. С. 988—991.
- [5] Надеждин Е. Р., Сорокин Г. А. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 5. С. 619—622.
- [6] Колесников Е. К., Мануйлов А. С. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 40—44.
- [7] Murphy D. P., Raleigh M., Pechacek R. E., Greig J. R. // 5<sup>th</sup> Intern. Conf. on High Power Particle Beams. San Francisco, 1983. P. 389—392.

Санкт-Петербургский  
университет

Поступило в Редакцию  
11 февраля 1991 г.