

Из рис. 2 видно, что с ростом величины разрядного тока при постоянных давлении газа в трубке и интенсивности звука глубина модуляции тока увеличивается. Это связано с зависимостью константы ступенчатой ионизации атомов от степени ионизации плазмы [4], т. е. с ростом тока в областях с большим значением тока константа ионизации растет, что ведет к дополнительному возрастанию глубины модуляции разрядного тока.

### Список литературы

- [1] Mkrtychyan A. R., Hatsagortian K. Z., Galechian G. A., Divanian E. G. // *Acustica*. 1989. Vol. 69. P. 124—130.  
 [2] Subertova S. // *Czech. J. Phys.* 1965. Vol. B 15. P. 701—702.  
 [3] Галечян Г. А., Арамян А. Р., Мкртчян А. Р. // *ЖТФ*. 1990. Т. 90. Вып. 2. С. 207—209.  
 [4] Елецкий А. В., Чишликян Р. В. // *Химия плазмы*. 1989. № 15. С. 266—293.

Институт прикладных проблем физики  
Ереван

Поступило в Редакцию  
7 июня 1990 г.  
В окончательной редакции  
25 февраля 1991 г.

01

*Журнал технической физики, т. 61, в. 11, 1991*

© 1991 г.

## ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ДИФРАКЦИИ СВЕТА НА УЛЬТРАЗВУКЕ И ДИАГРАММЫ ДИКСОНА

*Г. Е. Зильберман*

### 1. Диаграммы Диксона

Точное решение задачи о распространении света в поле звуковой волны — это решение волнового уравнения

$$\text{grad div } \mathbf{E} - \Delta \mathbf{E} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где вектор  $\mathbf{D}$  может в различных случаях различным образом быть связан с  $\mathbf{E}$ . Например, в кристаллах без оптической активности и в изотропных средах [1]

$$D_i = \varepsilon_{ik} E_k, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ik} = \varepsilon_{ik}^{(0)} + a_{iklm} u_{lm}, \quad (3)$$

где

$$u_{lm} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_l}{\partial x_m} + \frac{\partial u_m}{\partial x_l} \right)$$

— тензор деформации и  $u_l$  — звуковая волна

$$u_l = u_{l0} \cos(\omega_0 t - k_0 y). \quad (4)$$

В связи с трудностями точного решения уравнения (1) в последние годы широкое распространение для решения задач дифракции света на ультразвуковой волне получили векторные диаграммы, предложенные Диксоном [2]. Основанием для применения этих диаграмм служат, казалось бы, неоспоримые физические соображения — законы сохранения энергии и импульса при столкновениях фотона и фонона. На рис. 1 представлен простейший случай дифракции в изотропном теле на продольном звуке. Вектор  $\mathbf{k}$  означает (поделенный на  $\hbar$ ) импульс фотона до взаимодействия с фононом звуковой волны, вектор  $\mathbf{k}_0$  — импульс фонона,  $\mathbf{k}'$  — импульс фотона после взаимодействия. На рис. 2 по-

казана дифракция с поворотом плоскости поляризации, происходящая при переходе падающего необыкновенного луча в одноосном кристалле к дифрагированному обыкновенному для случая  $n_o > n_e$  (отрицательный кристалл). Волновой вектор падающего луча  $\mathbf{k}$  лежит на эллипсоиде, дифрагированного луча — на сфере. Для перехода на сферу возможны два пути, соответствующие двум возможным в кристалле углам дифракции. На рис. 2 направление звука (ось  $OY$ ) совпадает с одной из осей симметрии поверхности волновых векторов.

Часто пишут (см., например, [3]), что векторные диаграммы представляют собой квантово-механическое описание процесса дифракции. Поскольку уравнение (1) — макроскопическое описание того же явления, то диаграммам Диксона должно быть отдано предпочтение.

Из рис. 1, 2 и многочисленных применений диаграмм в литературе по акустооптике следует, что метод векторных диаграмм по крайней мере в ряде случаев показал свою эффективность. Тем не менее физические соображения, положенные в его основу, нуждаются в уточнении, вследствие чего и надежность их при решении разнообразных задач отнюдь не бесспорна.

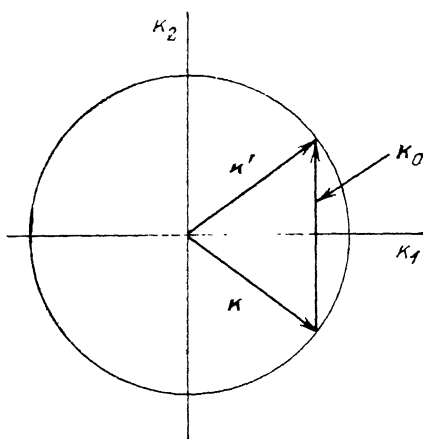


Рис. 1.

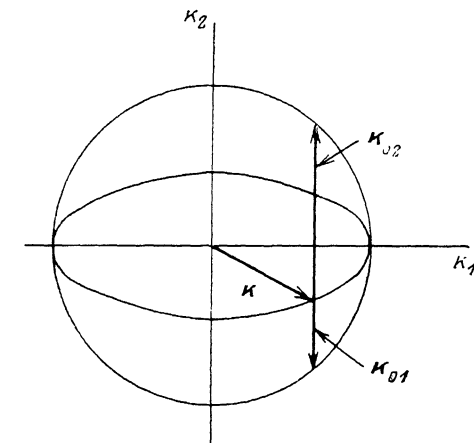


Рис. 2.

Влияние звука на световую волну не сводится только к поглощению или излучению фононов, как это предполагается в методе векторных диаграмм. Представим себе сначала «замерзшую», т. е. не движущуюся звуковую волну. Тогда свет распространяется в среде, где периодическим образом в пространстве меняется показатель преломления (в простейшем, более общем случае тензор  $\epsilon_{ijk}$ ). Возможно, здесь последуют возражения: звуковая волна не может «замерзнуть», так как деформации распространяются в пространстве со скоростью звука. Но, как будет показано ниже, форма точного решения при  $\omega_0 = 0$  и  $\omega_0 \neq 0$  одна и та же. Сами же решения отскачутся на члены порядка  $\omega_0/\Omega$ .<sup>1</sup> Это существенно лишь для незначительного эффекта [4].

При  $\omega_0 = 0$  ни о каких фононах не может быть и речи. Вообще, как выяснится ниже, нет смысла называть  $\mathbf{k}_0$  (рис. 1, 2) импульсом фонона, на самом деле это вектор обратной (звуковой) решетки.

Возможно, еще одним аргументом в пользу этих соображений является дифракция света на реально существующей неподвижной решетке диэлектрической проницаемости, созданной двумя скрещивающимися лазерными лучами в так называемых фоторефрактивных кристаллах (см., например, [5]). На фоторефрактивной решетке созданы голографические интерференционные фильтры, работающие так же, как и акустооптические. Теория дифракции света в этом случае полностью аналогична теории дифракции света на ультразвуке.

<sup>1</sup>  $\Omega$  — частота света.

Если подставить (4) в (3), (2) и в конечном счете в (1), то получим дифференциальное уравнение, в котором все коэффициенты будут периодическими функциями аргумента  $\Phi = k_0 y - \omega_0 t$ . На основании теоремы Флоке можно утверждать, что при изменении величины  $\Phi$  на  $2\pi$  решения  $E_i$  уравнения (1) умножаются на постоянную.

Ситуация здесь такая же, как в электронной теории металлов. Волновая функция электрона в кристаллической решетке имеет вид

$$\Psi_{\mathbf{k}} = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \Omega t)} U_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \quad (5)$$

Здесь  $U_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  — периодическая функция с периодом решетки. При сдвиге  $\mathbf{r}$  на постоянную решетку  $a_r$ ,  $\Psi_{\mathbf{k}}$  умножается на  $e^{i\mathbf{k}a_r}$ . Функция (5) — это не плоская волна, следовательно, определенного импульса у электрона в решетке нет. Есть только определенный квазиимпульс. Операция сложения квазиимпульсов производится не так, как импульсов, к ним может быть добавлен произвольный вектор обратной решетки.

Аналогичным образом (при  $\omega_0 = 0$ ) у световой волны в поле «замороженной» звуковой напряженности поля равна ( $i$  — номер проекции,  $\Omega$  — частота света)

$$E_i = e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \Omega t)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^{(i)} e^{i n k_0 y}, \quad (6)$$

где сумма по  $n$  является периодической функцией  $y$  с периодом  $(2\pi)/k_0$ .

Решение (6) можно записать в виде

$$E_i = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^{(i)} e^{i[k_1 x + (k_2 + n k_0) y + k_3 z] - i \Omega t}. \quad (7)$$

(направление распространения звуковой волны принято за ось  $OY$ ). Величину  $k_0$  называют вектором обратной решетки.

Это и есть правильная запись поля  $E_i$  (при  $\omega_0 = 0$ ). В выражении (7)  $A_0^{(i)}$  — нулевая дифракционная компонента,  $A_n^{(i)}$  —  $n$ -я. Если частотой звука  $\omega_0$  не пренебрегать, то можно снова записать точное решение, соответствующее теореме Флоке, теперь уже в четырехмерном пространстве

$$E_i = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^{(i)} e^{i[k_1 x + (k_2 + n k_0) y + k_3 z] - i(\Omega + n \omega_0) t}. \quad (8)$$

В этой общей форме решения подлежащими вычислению остаются коэффициенты  $A_n^{(i)}$ . Для случая высокочастотного звука их можно найти с помощью метода непрерывных дробей<sup>2</sup>, из которого следует несколько более сложное выражение

$$E_i = \sum_{n, j} A_{n, j}^{(i)} e^{i[k_1 j x + (k_2 + n k_0) y + k_3 z] - i(\Omega + n \omega_0) t}. \quad (8')$$

Звук вносит изменения также и в  $k_1$  (или  $k_3$ ), что отражается во введении суммирования по  $j$  [4, 6-9].<sup>2</sup> Подчеркнем, что (8') есть точное решение задачи о дифракции света на ультразвуке. В этом решении учтено все, в том числе и движение решетки, т. е. фононы. Сохраняющейся величиной является не импульс фотона, а квазиимпульс, что в общем случае коренным образом меняет дело.

Таким образом, физическая интерпретация диаграмм Диксона поставлена под сомнение и успехи этих диаграмм должны быть объяснены на основе точной теории. Одновременно надо выяснить, в каком случае диаграммы не могут дать правильного результата.

Рассмотрим этот вопрос на примере рис. 2. Падаёт волна, содержащая  $E_2$  и  $E_3$  (необыкновенный луч), дифрагированная волна будет  $E_1$  (обыкновенный луч). Для  $E_2$  и  $E_1$  имеем выражения

<sup>2</sup> Именно это приводит к тому, что дифракционные максимумы не имеют  $\delta$ -образного характера.

$$E_2 = \sum_n A_n^{(2)} e^{i[k_1 x + (k_2 + nk_0) y + k_3 z] - i(\Omega + n\omega_0) t}, \quad (9)$$

$$E_1 = \sum_n A_n^{(1)} e^{i[k_1 x + (k_2 + nk_0) y + k_3 z] - i(\Omega + n\omega_0) t}. \quad (10)$$

Для того чтобы была правильной диаграмма, приведенная на рис. 2, необходимо, чтобы суммы в (9) и (10) сводились к плоским волнам. Это возможно только приближенно при выполнении брэгговского условия, которое в данном случае означает, что  $k_0$  (или  $k_2$ ) удовлетворяет уравнению [7, 4]

$$1 + 2 \frac{k_2}{k_0} - \left( \frac{n_0^2 - n_2^2}{n_0^2} \right) \frac{k_2^2}{k_0^2} = 0. \quad (11)$$

В этих условиях из (9) остается  $A_0^{(2)} e^{i\mathbf{k}r}$  и из (10)  $A_1^{(1)} e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{k}_0)r}$ , что соответствует диаграмме рис. 2. Два решения уравнения (11) отвечают двум возможным  $\mathbf{k}_0$  на этом рисунке.

Даже при точном выполнении брэгговского условия мы пренебрегаем здесь (при типичных значениях параметров для высокочастотного звука) величинами порядка 0.1 по сравнению с единицей. Это еще допустимо. Однако уже при небольшом уходе от резонанса волны  $A_2^{(2)}$  и  $A_{-1}^{(1)}$  (наибольшие из оставшихся) возрастают. При приближении к режиму Рамана—Ната векторные диаграммы полностью отказывают, впрочем, на это Диксон и не претендует.

В общем случае оказывается, что при падающей волне  $A_0$  (см. (8)) дифрагированными могут быть волны  $A_n$  с различными  $n$ . Если пользоваться диаграммами, то следовало бы нарисовать ряд диаграмм, где к вектору  $\mathbf{k}$  добавлялись бы  $\mathbf{k}_0$ ,  $-\mathbf{k}_0$ ,  $2\mathbf{k}_0$ ,  $-2\mathbf{k}_0$ ,  $3\mathbf{k}_0$  и т. д., да еще указать «вес» каждой диаграммы (диаграммы высших порядков).

Укажем на то, что ряд новых эффектов в области физики дифракции света на ультразвуке был открыт аналитически и нет никаких шансов получить их из векторных диаграмм. Сюда относятся, например, невазимный эффект [4], существование дополнительных брэгговских углов в кристаллах с оптической активностью [10, 11]. Неизвестно, как изобразить поворот плоскости поляризации света в изотропном твердом теле поперечным ультразвуком [8]. Вообще не ясно, как учесть в рамках метода векторных диаграмм изменение тензора  $u_{l,m}$  (3) при переходе от поперечного звука к продольному. Не понятно, как совместить диаграммы Диксона с обычными граничными условиями (дифрагированная волна на передней грани образца в пренебрежении волнами, отраженными от противоположной грани, равна нулю), если дифрагированной является одна плоская волна: она может либо тождественно равняться нулю, либо нигде не быть нулем.

Изложенное выше иллюстрирует, в какой степени и когда векторные диаграммы могут оказаться полезными. По-видимому, это можно сформулировать так: диаграммы верны в тех случаях, когда из каждой суммы вида (8) остается только один член, для чего необходим (но не всегда достаточен) брэгговский режим. В этих условиях диаграммы могут служить средством первой ориентировки в геометрически сложных случаях.

### Список литературы

- [1] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1957.
- [2] Dixon R. W. // IEEE J. Quant. Electron. 1967. Vol. 3. N 2. P. 85—93.
- [3] Ультразвук. Маленькая энциклопедия. М., 1979. С. 127.
- [4] Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф., Антонов С. Н. и др. Препринт ИРЭ. № 28 (400). М., 1984.
- [5] Купченко Л. Ф., Космына М. Б., Вдовенков В. Ю. и др. // УФЖ. 1988. Т. 33. № 10. С. 1469—1474.
- [6] Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф. // РИЭ. 1977. Т. 22. № 8. С. 1551—1556.
- [7] Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф., Голтянская Г. Ф. // РИЭ. 1984. Т. 29. № 11. С. 2095—2100.
- [8] Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф., Голтянская Г. Ф. // РИЭ. 1983. Т. 28. № 8. С. 1518—1524.

- [9] Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф., Сидоров И. Ф. // РИЭ. 1982. Т. 2. С. 241—247.  
 [10] Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф., Голтыянская Г. Ф. // РИЭ. 1984. Т. 29. № 12. С. 2449—2454.  
 [11] Зильберман Г. Е., Купченко Л. Ф., Быков А. А. и др. // РИЭ. 1987. Т. 32. № 12. С. 1993—1994.

Харьковское высшее военное  
 командно-инженерное училище  
 им. Маршала Советского Союза  
 Н. И. Крылова

Поступило в Редакцию  
 25 декабря 1990 г.

05; 06  
 © 1991

Журнал технической физики, т. 61, в. 11, 1991

## РЕНТГЕНОТОПОГРАФИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЛОКАЛЬНЫХ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ПОЛОСКОВОЙ СТРУКТУРЕ ИНЖЕКЦИОННОГО ЛАЗЕРА

А. А. Хазанов, Ф. Н. Чуховский, Г. Ф. Кузнецов

Как известно [1, 2], одной из причин деградации некоторых полупроводниковых приборов является рекомбинационно-стимулированная миграция точечных дефектов в поле неоднородных упругих напряжений, приводящая к их накоплению в областях экстремумов энергии взаимодействия дефекта с деформированной кристаллической решеткой. В связи с этим анализ распределения локальных упругих деформаций в приборных структурах представляет не только теоретический, но и практический интерес.

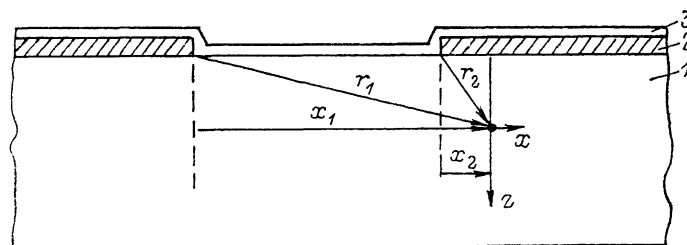


Рис. 1. Схематическое изображение сечения полосковой структуры плоскостью дифракции  $xz$ .  
 1 — подложка GaAs, 2 — пленка SiO<sub>2</sub>, 3 — пленка металла.

С целью определения характера упругих напряжений в полосковой структуре инжекционного лазера в работах [1, 3] был проведен теоретический расчет деформаций в системе изотропная полубесконечная подложка—тонкая пленка с полосковым окном. При этом, однако, не принималось во внимание влияние сплошного слоя контактной металлизации, присутствующего в реальных полосковых структурах (рис. 1).

В настоящей работе приведены результаты экспериментального исследования локальных деформаций, существующих в планарной полосковой структуре, методом трансмиссионной рентгеновской топографии в условиях аномального прохождения.

Образцы представляли собой пластины арсенида галлия ориентации (001) толщиной 300 мкм, на поверхность которых методом пиролитического осаждения при температуре 350 °С была нанесена диэлектрическая пленка SiO<sub>2</sub> толщиной 0,3 мкм. В ней были протравлены полосковые окна шириной 12 мкм, после чего на часть площади каждого образца напылялся при температуре 400 °С однородный слой металла толщиной 0,2 мкм. Затем образцы выдержива-