09; 10



# К ТЕОРИИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ВОЛН ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА СИЛЬНОТОЧНОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СТРУКТУРЕ

*Н. И. Карбушев*

Найдены соотношения, определяющие инкременты, коэффициенты усиления и пороговые условия возбуждения медленной волны пространственного заряда сильноточного релятивистского электронного пучка при его распространении в гофрированном волноводе конечной длины. Проведены нелинейные оценки максимально достижимых степени модуляции пучка и амплитуды электрического поля медленной волны пространственного заряда. Полученные результаты качественно отличаются от аналогичных, имеющих место в случае слаботочных пучков.

## Введение

В целях коллективного ускорения заряженных частиц можно использовать, в частности, электрическое поле медленной волны пространственного заряда сильноточного электронного пучка [1, 2]. Фазовая скорость медленной волны в низкочастотной области уменьшается с ростом тока пучка и может обращаться в нуль, когда ток пучка равен пирсовскому или превышает его значение [2]. При больших токах пучка дисперсионные свойства волн пространственного заряда и условия их возбуждения качественно отличаются от имеющих место в случае малых токов.

Привлекательным свойством медленных волн пространственного заряда электронных пучков является возможность их возбуждения в пассивных замедляющих структурах без воздействия с помощью подаваемых извне электромагнитных колебаний. При этом модуляция пучка сопровождается одновременной генерацией прямой или обратной волны структуры. В случае релятивистских пучков в качестве такой структуры может служить волновод со слабой синусоидальной гофрировкой стенки [3], отличающийся повышенной электрической прочностью и хорошими электродинамическими характеристиками. В ряде работ (см., например, [4–7]), посвященных исследованию возбуждения волн в гофрированном волноводе, электронный пучок предполагался слаботочным. Случай же взаимодействия сильноточных электронных пучков с волнами гофрированного волновода изучен явно недостаточно [8].

В настоящей работе исследуются особенности возбуждения медленной волны пространственного заряда моноэнергетичного сильноточного релятивистского электронного пучка в цилиндрическом гофрированном волноводе конечной длины в условиях, когда дисперсионные характеристики медленной и быстрой волн в сильной степени асимметричны, но ток пучка мал по сравнению с пирсовским. Рассматриваются случаи полного заполнения поперечного сечения волновода однородным электронным пучком и тонкостенного трубчатого электронного пучка при наличии сильного продольного внешнего магнитного поля.

## Дисперсионные характеристики волн пространственного заряда

Для волн пространственного заряда электронного пучка с током $I$ и скоростью $u$, полностью заполняющего круглый волновод радиуса $R_0$ с гладкими металлическими стенками, справедливо дисперсионное уравнение

$$\frac{\mu^2}{R_0^2}+\varkappa^2\left[1-\frac{\mu^2 u^2 \nu_b}{4\gamma_0^2 R_0^2 (\omega-ku)^2}\right]=0, \tag{1}$$

где $\nu_b=16eI/\mu^2 m\gamma_0 u^3$ — параметр сильноточности, $\gamma_0=(1-u^2/c^2)^{-1/2}$ — релятивистский фактор, $\varkappa^2=k^2-\omega^2/c^2$, $\omega$ и $k$ — частота и волновой вектор волны, $\mu$ — корень функции Бесселя, $e$ и $m$ — заряд и масса электрона, $c$ — скорость света.

В случае слаботочного пучка, когда параметр сильноточности $\nu_b \ll 1$, его решение во всем диапазоне частот записывается следующим образом:

$$\Delta k=k-\frac{\omega}{u}=\pm\frac{\omega\sqrt{\nu_b}}{2\gamma_0^2 u}\left(1+\frac{\omega^2 R_0^2}{\mu^2\gamma_0^2 u^2}\right)^{-1/2}. \tag{2}$$

При этом $|\Delta k| \ll \omega/2\gamma_0^2 u$, асимметрия дисперсионных кривых медленной и быстрой волн пространственного заряда относительно прямой $\omega=ku$ мала и может быть учтена в следующем приближении по малому параметру $\nu_b$ [8]. Если пучок сильноточный, так что $\nu_b \gg 1$, то решение (2) оказывается справедливым только в высокочастотной области $\omega \gg \mu\gamma_0 u\sqrt{\nu_b}/R_0$. При токе пучка, меньшем пирсовского $\nu_b \ll 4\gamma_0^2$, величина $\Delta k$ остается малой ($|\Delta k| \ll \omega/u$), однако в низкочастотной области, определяемой неравенством

$$\omega^2 \ll \gamma_0^2 u^2/R_0^2 \nu_b, \tag{3}$$

в случае $\nu_b \gg 1$ из уравнения (1) вместо (2) находим

$$\Delta k_{\text{м}}=\frac{\omega\nu_b}{2\gamma_0^2 u}[1-\varepsilon(\omega)] \gg \frac{\omega}{2\gamma_0^2 u},\quad \Delta k_{\text{б}}=-\frac{\omega}{2\gamma_0^2 u} \tag{4}$$

соответственно для медленной и быстрой волн пространственного заряда, где

$$\varepsilon(\omega)=\nu_b(\omega R_0/\mu\gamma_0 u)^2 \ll 1 \tag{5}$$

— малая дисперсионная поправка.

В промежуточной области частот величина $\Delta k_{\text{м}}$ определяется соотношением (2), а для $\Delta k_{\text{б}}$ справедливо выражение (4).

Дисперсионное уравнение для азимутально симметричных волн пространственного заряда тонкостенного трубчатого электронного пучка радиуса $r_b$ в волноводе с гладкими стенками имеет вид [1]

$$(\omega-ku)^2=\nu_b\varkappa^2 u^2 F_0(\varkappa)/4\gamma_0^2, \tag{6}$$

в котором параметр сильноточности $\nu_b=8eI\ln(R_0/r_b)/m\gamma_0 u^3$, а убывающая с ростом аргумента функция $F_0$ равна

$$F_0(\varkappa)=\frac{I_0(\varkappa r_b)}{\ln(R_0/r_b)}\left[K_0(\varkappa r_b)-I_0(\varkappa r_b)\frac{K_0(\varkappa R_0)}{I_0(\varkappa R_0)}\right], \tag{7}$$

где $I_0$ и $K_0$ — функции Бесселя мнимого аргумента нулевого порядка.

Дисперсионные кривые быстрой и медленной волн пространственного заряда слаботочного пучка ($\nu_b \ll 1$) расположены симметрично относительно прямой $\omega=ku$ и определяются в соответствии с (6) формулой

$$\Delta k=\pm\frac{\omega}{2\gamma_0^2 u}\sqrt{\nu_b F_0\left(\frac{\omega}{\gamma_0 u}\right)}, \tag{8}$$

[1] В случае возмущений с вариациями по азимуту функция $F_0$ заменяется на $F_l$, где $l$ — азимутальное волновое число.

причем $|\Delta k| \ll \omega/2\gamma_0^2 u$. Если электронный пучок сильноточный и $\nu_b \gtrsim 1$, то решение типа (8) справедливо лишь в высокочастотной области $\omega \gg \gamma_0 u \nu_b / 2r_b \ln (R_0/r_b)$, где функция $F_0$ мала, так что выполняется неравенство $\nu_b F_0 \ll 1$. При токе пучка, меньшем пирсовского ($\nu_b \ll 4\gamma_0^2$), в области низких частот (3) решение уравнения (5) записывается аналогично (4), где

$$\varepsilon(\omega) = 1 - F_0(\varkappa) \approx \frac{\nu_b}{\ln (R_0/r_b)} \left(\frac{\omega R_0}{2\gamma_0 u}\right)^2 \left(1 - \frac{r_b^2}{R_0^2} - 2\frac{r_b^2}{R_0^2} \ln \frac{R_0}{r_b}\right) \ll 1. \tag{9}$$

В области, определяемой неравенством $\varkappa R_0 \ll 1$, решение дисперсионных уравнений (1) и (6) при любых значениях параметра сильноточности $\nu_b$ может быть записано в виде

$$\Delta k = \frac{\omega \nu_b}{4\gamma_0^2 u} \frac{1 \pm \sqrt{u^2/c^2 + 4/\nu_b}}{1 - \nu_b/4\gamma_0^2}. \tag{10}$$

Далее будем предполагать, что ток сильноточного пучка мал по сравнению с пирсовским и в области частот (3) справедливы формулы (4).

## Возбуждение медленной волны пространственного заряда в гофрированном волноводе

При наличии гофрировки стенки волновода появляется возможность выполнения условий синхронизма замедленных волн гофрированного волновода с волнами пространственного заряда электронного пучка. Возбуждение быстрой волны пространственного заряда возможно только в случае довольно больших дополнительных затрат мощности в виде подаваемой внешней волны, которая в процессе взаимодействия поглощается пучком. При возбуждении же медленной волны пространственного заряда сам пучок усиливает волну волновода, теряя часть своей кинетической энергии.

В случае азимутально симметричной гофрировки стенки волновода, когда его радиус изменяется вдоль продольной координаты $z$ по закону $R(z) = R_0(1 + h \cos \mathscr{K} z)$, где $h \ll 1$, условия синхронизма медленной волны пространственного заряда сильноточного пучка с дисперсионной характеристикой (4) и первой медленной гармоники волны волновода записываются в виде

$$k = \frac{\omega}{u}\left(1 + \frac{\nu_b}{2\gamma_0^2}\right), \quad \omega^2 = \left[\frac{\mu^2}{R_0^2} + (k - \mathscr{K})^2\right] c^2. \tag{11}$$

Отсюда следует, что синхронизм волн имеет место на частотах

$$\omega_{1,2} \approx \gamma_0^2 \frac{\mathscr{K} u}{1 + \nu_b} \left(1 + \frac{\nu_b}{2\gamma_0^2} \pm \frac{u}{c} \sqrt{1 - \frac{\mu^2}{\mathscr{K}^2 R_0^2} \frac{1 + \nu_b}{\gamma_0^2 - 1}}\right) \tag{12}$$

и возможен, если только

$$\mu^2 (1 + \nu_b) < (\gamma_0^2 - 1) \mathscr{K}^2 R_0^2. \tag{13}$$

При выполнении неравенства $k > \mathscr{K}$ в синхронизме с медленной волной пространственного заряда находится прямая волна волновода, а в противоположном случае — обратная.

Для азимутально симметричных волн в гофрированном волноводе при практически полном заполнении его поперечного сечения электронным пучком дисперсионное соотношение в линейном приближении имеет вид [6-8]

$$J_0(k_\perp R_0) J_0(k_{\perp b} R_0) + \frac{h^2}{4} \frac{k_{\perp b}}{k_\perp} R_0^2 \frac{(\varkappa^2 - k\mathscr{K})^2}{\varkappa^2} J_1(k_\perp R_0) J_1(k_{\perp b} R_0) = 0, \tag{14}$$

где $J_0$ и $J_1$ — функции Бесселя нулевого и первого порядков, а величины $k_\perp$ и $k_{\perp b}$ равны соответственно

$$k_\perp = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - (k - \mathscr{K})^2}, \quad k_{\perp b} = \varkappa \sqrt{\frac{\mu^2 u^2 \nu_b}{4\gamma_0^2 R_0^2 (\omega - ku)^2} - 1}. \tag{15}$$

Из него следует, что волновой вектор медленной волны пространственного заряда на частоте синхронизма приобретает поправку $\delta k_0 = k - \omega/u - \Delta k$, определяемую в предположении $|\delta k_0| \ll \Delta k$ формулой

$$\delta k_0^2 = \frac{h^2}{4} \frac{k\mathscr{K}^2}{\mathscr{K} - k}\left(1 - \frac{\mu^2}{\mathscr{K}^2 R_0^2} \frac{1 + \nu_b}{\gamma_0^2 - 1}\right). \tag{16}$$

В случае тонкостенного трубчатого электронного пучка в гофрированном волноводе дисперсионное соотношение в линейном приближении для азимутально симметричных возмущений записывается следующим образом [7, 8]:

$$\left[J_0(k_\perp R_0) - \frac{h^2}{4}(\varkappa^2 - k\mathscr{K})^2 \frac{R_0^2}{\varkappa k_\perp} \frac{I_1(\varkappa R_0)}{I_0(\varkappa R_0)} J_1(k_\perp R_0)\right]\left[(\omega - ku)^2 - \nu_b \varkappa^2 u^2 F_0(\varkappa)/4\gamma_0^2\right] +$$

$$+ \frac{h^2}{16}(\varkappa^2 - k\mathscr{K})^2 \frac{\nu_b u^2 R_0}{\gamma_0^2 k_\perp \ln(R_0/r_b)} \frac{I_0^2(\varkappa r_b)}{I_0^2(\varkappa R_0)} J_1(k_\perp R_0) = 0, \tag{17}$$

где $I_1$ — модифицированная функция Бесселя первого порядка.

Из него в предположении $|\delta k_0| \ll \Delta k$ получаем аналогичную (16) формулу

$$\delta k_0^2 = \frac{h^2}{8 \ln(R_0/r_b)} \frac{k\mathscr{K}^2}{\mathscr{K} - k}\left(1 - \frac{\mu^2}{\mathscr{K}^2 R_0^2} \frac{1 + \nu_b}{\gamma_0^2 - 1}\right), \tag{18}$$

определяющую поправку к волновому вектору медленной волны пространственного заряда пучка.

Из соотношений (16) и (18) следует, что в случае синхронизма медленной волны пространственного заряда с прямой волной волновода ($k > \mathscr{K}$) $\delta k_0 = \pm i|\delta k_0|$, а в случае синхронизма с обратной волной ($k < \mathscr{K}$) — $\delta k_0 = \pm|\delta k_0|$. Коэффициент усиления прямой волны волновода на длине $L$ электронным пучком без предварительной его модуляции равен $G = \operatorname{ch}(|\delta k_0| L)$, тогда как для обратной волны $G = [\cos(|\delta k_0| L)]^{-1}$. Возбуждение медленной волны пространственного заряда может происходить без подачи внешней волны в волновод, если в нем установится положительная обратная связь достаточно большой величины, например, с помощью отражений на его концах. При этом пороговые условия возбуждения записываются следующим образом:

$$\rho G > 1, \tag{19}$$

где $\rho$ — произведение коэффициентов отражения волн волновода на его концах.

Отсюда, используя выражения для коэффициента усиления $G$, находим, что

$$(|\delta k_0| L)_{\text{пор}} = \begin{cases} \operatorname{arch}(1/\rho) & \text{для прямой волны,} \\ \arccos \rho & \text{для обратной волны,} \end{cases} \tag{20}$$

где величина $|\delta k_0|$ определяется формулами (16) или (18).

Как следует из (20), возбуждение медленной волны пространственного заряда при его синхронизме с обратной волной волновода возможно и в отсутствие отражений ($\rho = 0$), тогда как при синхронизме с прямой волной волновода обязательно наличие отражений ($\rho \neq 0$).

Формулы (16) и (18) для поправки к волновому вектору справедливы при точном синхронизме медленной волны пространственного заряда с волной волновода. Наличие рассинхронизма $\Delta$ между ними по волновым векторам на частоте $\omega$ приводит к тому, что поправка $\delta k$ будет определяться из уравнения

$$\delta k(\delta k - \Delta) = \pm|\delta k_0|^2, \tag{21}$$

где $\delta k_0$ — величина поправки при точном синхронизме.

Возбуждение медленной волны пространственного заряда возможно лишь для расстроек, удовлетворяющих неравенству

$$|\Delta| < 2|\delta k_0|. \tag{22}$$

Причиной рассинхронизма может являться, в частности, нелинейное изменение дисперсионных свойств медленной волны пространственного заряда. В таком случае он приводит к насыщению ее амплитуды.

### Нелинейные оценки насыщения амплитуды

Для оценки насыщения амплитуды медленной волны пространственного заряда найдем изменение ее дисперсии при конечной амплитуде возмущений. Пренебрегая расслоением электронного пучка, воспользуемся усредненными по его поперечному сечению нелинейными уравнениями движения частиц

$$\frac{dz}{dt}=c\sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}}, \quad \frac{d\gamma}{dz}=\frac{eE_z}{mc^2}, \tag{23}$$

где $\gamma(z)$ — изменяющаяся в продольном направлении величина релятивистского фактора.

Предположим, что степень модуляции пучка слабая, так что высшими гармониками плотности тока и электрического поля возмущений, кроме первых двух, можно пренебречь. Тогда электрическое поле можно записать в виде

$$E_z=\mathrm{Re}\,[E_1(z)\,e^{-i\theta}+E_2(z)\,e^{-2i\theta}], \tag{24}$$

где $E_{1,2}(z)$ — медленно меняющиеся комплексные амплитуды, $\theta=\omega\,(t-z/u)$ — фаза в сечении $z$ в момент времени $t$.

Используя разложение плотности тока пучка в ряд Фурье и теорему Лиувилля, из уравнений Максвелла в условиях выполнения неравенств

$$4\gamma_0^2\gg(2\gamma_0^2u/\omega)\left|\frac{d}{dz}\ln E_{1,2}(z)\right|\gg 1,$$

эквивалентных в линейном приближении соотношениям $4\gamma_0^2\gg 2\gamma_0^2|\,\Delta k|\;u/\omega\gg$ $\gg 1$, находим следующие выражения для амплитуд:

$$E_n=-\frac{m\gamma_0u^2}{2e}\nu_b\,[1-\varepsilon(n\omega)]\,\frac{d\rho_n}{dz}, \quad \rho_n=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}e^{in\theta}d\theta_0, \; n=1,\ 2, \tag{25}$$

где $\theta_0=\omega t_0$ — фаза электронов относительно волны возмущений в момент их инжекции в волновод $t=t_0$ в сечении $z=0$.

С учетом (24) и (25) нелинейные уравнения (23) в безразмерных переменных $\bar\gamma=\gamma/\gamma_0$, $\bar z=\omega z/2\gamma_0^2c$ в ультрарелятивистском пределе $\gamma_0^2,\ \gamma^2\gg 1$ записываются в виде

$$\frac{d\theta}{d\bar z}=\frac{1}{\bar\gamma^2}-1,$$

$$\frac{d\bar\gamma}{d\bar z}=-\frac{\nu_b}{2}\mathrm{Re}\left[(1-\varepsilon)\,e^{-i\theta}\,\frac{d\rho_1}{d\bar z}+(1-4\varepsilon)\,e^{-2i\theta}\,\frac{d\rho_2}{d\bar z}\right], \tag{26}$$

где учтено, что $\varepsilon(2\omega)=4\varepsilon(\omega)=4\varepsilon$.

Уравнения (26) имеют интеграл энергии

$$\langle\bar\gamma\rangle+\frac{\nu_b}{8}(|\rho_1|^2+|\rho_2|^2)=\mathrm{const}, \tag{27}$$

в котором

$$\langle\bar\gamma\rangle=\frac{1}{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\bar\gamma\,d\theta_0,$$

а константа интегрирования в случае инжекции пучка без предварительной его модуляции равна единице.

Запишем $\theta=\theta_0+\tilde\theta$, $\bar\gamma=\langle\bar\gamma\rangle+\tilde\gamma$, где волной обозначены возмущенные величины. Тогда в линейном приближении, полагая $|\,\tilde\theta|$, $|\,\tilde\gamma|\ll 1$ и $\tilde\theta\sim\tilde\gamma\sim\exp\times$

$\times(i\delta\bar{z})$, из уравнений (26) находим дисперсионную характеристику медленной волны пространственного заряда $\delta=\nu_b(1-\varepsilon)$, что соответствует (4). Из них же следует соотношение $|\tilde{\theta}|\sim|\tilde{\gamma}|/\nu_b\ll|\tilde{\gamma}|$, согласно которому в случае сильноточного пучка с $\nu_b\gg 1$ нелинейность в первую очередь обусловлена возмущением релятивистского фактора электронов, а не их фазы. Линеаризуя, таким образом, второе из уравнений (26) по $\tilde{\theta}\ll 1$, находим его решение

$$\tilde{\gamma}=-\frac{\nu_b}{2}\operatorname{Re}\left[(1-\varepsilon)\rho_1 e^{-i\theta_0}+(1-4\varepsilon)\rho_2 e^{-2i\theta_0}\right], \tag{28}$$

а линеаризуя выражение (25) для $\rho_*$ по $\tilde{\theta}$ и интегрируя первое из уравнений (26) по $\theta_0$ с предварительным его умножением на $\exp(in\theta_0)$, получаем

$$\frac{d\rho_n}{d\bar{z}}=i\frac{n}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left(\frac{1}{\tilde{\gamma}^2}-1\right)e^{in\theta_0}d\theta_0. \tag{29}$$

Подстановка (28) в (29) с учетом (27) приводит в предположении $|\tilde{\gamma}-1|\ll 1$ к системе нелинейных уравнений

$$\frac{d\rho_1}{d\bar{z}}=i\nu_b(1-\varepsilon)\rho_1+\frac{3}{8}i\nu_b^3|\rho_1|^2\rho_1+i\nu_b^2\rho_2\rho_1^*,$$

$$\frac{d\rho_2}{d\bar{z}}=2i\nu_b(1-4\varepsilon)\rho_2+\frac{3}{4}i\nu_b^2\rho_1^2, \tag{30}$$

учитывающей кубичную нелинейность. Полагая в ней $\rho_1\sim\exp(i\delta\bar{z})$, находим нелинейное дисперсионное соотношение для медленной волны пространственного заряда сильноточного пучка

$$\delta=2\gamma_0^2\frac{\Delta ku}{\omega}=\nu_b\left(1-\varepsilon+\frac{3}{8}\nu_b^2|\rho_1|^2+\frac{\nu_b}{8\varepsilon}|\rho_1|^2\right). \tag{31}$$

Последний член в скобках соотношения (31), обусловленный второй гармоникой возмущений, является наиболее существенным вследствие неравенства $\varepsilon\ll 1$. Отсюда следует, что с ростом амплитуды медленной волны пространственного заряда ее фазовая скорость уменьшается. Это обстоятельство и может служить механизмом нелинейного ограничения амплитуды.

Теперь оценим максимальную степень модуляции сильноточного электронного пучка в гофрированном волноводе. Используя соотношение (22), в котором $\Delta=\Delta k-\omega\nu_b(1-\varepsilon)/2\gamma_0^2u$, из (31) находим

$$|\rho_1|_{\max}=\frac{4}{\nu_b}\sqrt{\varepsilon\frac{|\delta k_0|}{\Delta k}}=\frac{4\gamma_0}{\nu_b^{3/2}}\sqrt{2\varepsilon\frac{|\delta k_0|u}{\omega}}. \tag{32}$$

Максимальная амплитуда электрического поля при этом, согласно (25), равна

$$|E_1|_{\max}=\frac{m\omega u}{4e\gamma_0}\nu_b^2|\rho_1|_{\max}=\frac{mu}{e}\sqrt{2\omega|\delta k_0|u\varepsilon\nu_b}. \tag{33}$$

С помощью соотношения (32) нетрудно убедиться в том, что неравенства $|\tilde{\gamma}-1|\ll 1$, а тем более $|\tilde{\theta}|\ll 1$ и $|\rho_1|\ll 1$ будут выполняться, если только $\varepsilon|\delta k_0|\ll\Delta k$.

## Заключение

Полученные в настоящей работе результаты справедливы в условиях $|\delta k_0|\ll\Delta k$, что накладывает ограничение сверху на глубину гофрировки стенки волновода. Используя выражения (4), (16) и (18), находим

$$h \ll \frac{\nu_b}{\gamma_0^3} \frac{\sqrt{k\,|k-\mathscr{K}\,|}}{\mathscr{K}} \left(1 - \frac{\mu^2}{\mathscr{K}^2 R_0^2} \frac{1+\nu_b}{\gamma_0^2 - 1}\right)^{-1/2} \times$$
$$\times \begin{cases} 1, & \text{для сплошного пучка,} \\ \sqrt{2 \ln (R_0/r_b)}, & \text{для трубчатого пучка.} \end{cases} \qquad (34)$$

Более строгие по сравнению с приведенными нелинейные результаты могут быть получены путем численного решения уравнений (23) с учетом в них также электрического поля волны волновода и высших гармоник медленной волны пространственного заряда совместно с уравнением возбуждения волны волновода. В тех же случаях, когда не требуются точные сведения о нелинейных параметрах, вполне достаточно воспользоваться полученными здесь оценочными формулами.

Из результатов данной работы следует, что условия возбуждения медленной волны пространственного заряда сильноточного электронного пучка в области низких частот качественно отличаются от аналогичных условий, имеющих место в слаботочном случае. Так, условие возможности синхронизма медленной волны пространственного заряда с волной гофрированного волновода (13) в сильноточном пределе $\nu_b \gg 1$ является гораздо более жестким, чем в слаботочном пределе $\nu_b \ll 1$, когда оно практически перестает зависеть от тока пучка. Вместо пороговых условий возбуждения (20) с поправками к волновому вектору (16) и (18) в слаботочном случае имеем $|\delta k_0| \sim h\nu_b^{1/4}$ и $(hL)_{\text{пор}} \sim \nu_b^{-1/4}$ [6-8]. Для слаботочных пучков зависимости максимальных степени модуляции пучка и амплитуды электрического поля медленной волны пространственного заряда от параметра $\nu_b$ оказываются также отличными от зависимостей в (32) и (33). Заметим, что неравенство (3) может быть легко выполнено в случае ультрарелятивистских сильноточных электронных пучков, причем соотношения (12) и (13) ему не противоречат.

В заключение обратим внимание на содержащееся в некоторых работах (см., например, [9]) неверное представление о том, что условие сильноточности пучка $\nu_b > 1$ выполнимо лишь при компенсации его стационарного объемного заряда, а в вакуумных волноводах пучок может быть только слаботочным. Несомненно то, что компенсированный по заряду пучок может быть сильноточным. В вакуумном же волноводе ток пучка не может превосходить предельное вакуумное значение, определяемое неравенством [10]

$$\nu_b < 4 \frac{c^3}{u^3} \frac{\left(\gamma_R^{2/3} - 1\right)^{3/2}}{\gamma_0}, \qquad (35)$$

где $\gamma_R$ — релятивистский фактор электрона, находящегося на металлической стенке волновода.

Учитывая, что при токе, равном предельному, $\gamma_0 = \gamma_R^{1/3}$, отсюда получаем ограничение $\nu_b < 4\gamma_0^2$, совпадающее с условием малости тока пучка по сравнению с пирсовским. В ультрарелятивистском пределе ($4\gamma_0^2 \gg 1$) это ограничение не запрещает пучку быть сильноточным с параметром $\nu_b \gg 1$. Тонкостенный трубчатый электронный пучок вплоть до значения тока, практически равного предельному вакуумному, остается моноэнергетичным. Расслоение же электронов сплошного пучка, обусловленное провисанием потенциала в поперечном сечении, в случае выполнения сильного неравенства (35) является слабым и им также можно пренебречь.

## Список литературы

[1] *Sprangle P., Drobot A. T., Manheimer W. M.* // Phys. Rev. Let. 1976. Vol. 36. N 12. P. 1180—1183.
[2] *Агафонов А. В., Пазин К. И.* // Кр. сообщ. по физике. ФИАН СССР. 1979. № 5. С. 8—14.
[3] *Ковалев Н. Ф.* // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1978. № 3. С. 102—106.
[4] *Курилко В. И., Кучеров В. И., Островский А. О., Ткач Ю. В.* // ЖТФ. 1979. Т. 49. Вып. 12. С. 2569—2575.

[5] *Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 2. С. 233—240.
[6] *Белов Н. Е., Карбушев Н. И., Рухадзе А. А., Удовиченко С. Ю.* // Физика плазмы. 1983. Т. 9. № 4. С. 785—790.
[7] *Белов Н. Е., Карбушев Н. И., Рухадзе А. А.* // Тез. докл. IV Всесоюз. симпозиума по сильноточной электронике. Томск, 1982. Ч. I. С. 281—284, 285—288.
[8] *Ковалев Н. Ф.* // Релятивистская высокочастотная электроника. Вып. 4 / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. Горький. С. 5—48.
[9] *Кузелев М. В., Рухадзе А. А., Стрелков П. С., Шкварунец А. Г.* // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 11. С. 1370—1382.
[10] *Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г.* Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980.

Московский радиотехнический институт

Поступило в Редакцию
13 декабря 1989 г.
В окончательной редакции
23 января 1991 г.