

01

© 1991 г.

ДИФФУЗИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В СИСТЕМАХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПРОВОДНИКОВ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ ПРИ ПРОТЕКАНИИ КОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ ТОКА

С. В. Юферев, В. С. Юферев

В приближении пограничного слоя решена задача диффузии магнитного поля в параллельных цилиндрических проводниках произвольной формы. Предлагаемый подход обобщает известное высокочастотное приближение (приближение сильного поверхностного эффекта), позволяя описать процессы индукционного перераспределения тока вдоль поверхностей проводников и тем самым рассчитать скин-эффект с большей точностью.

Введение

При протекании через проводник короткого импульса тока магнитное поле оказывается сосредоточенным в узком слое вблизи поверхности проводника, что позволяет при решении задачи диффузии поля воспользоваться моделью пограничного слоя. Основная возникающая при этом проблема состоит в задаче для одномерного уравнения диффузии граничного условия на поверхности проводника. В качестве такого условия естественно задавать поверхностную плотность тока, текущего через проводник. Однако, за исключением частных случаев (например, при наличии в задаче осевой симметрии), распределение тока по поверхности проводника является а priori неизвестным и должно определяться в процессе решения. Обычно указанная трудность преодолевается при использовании так называемого высокочастотного приближения (приближение сильного поверхностного эффекта), в котором скин-слой считается настолько тонким, что можно пренебречь влиянием процесса диффузии на распределение векторного потенциала магнитного поля внутри проводника. В двумерном случае это приводит к тому, что значение векторного потенциала всюду в проводнике включая границу, полагается постоянным [1]. В результате для определения поверхностной плотности тока получается интегральное уравнение Фредгольма первого рода [2-4]. Однако высокочастотное приближение в принципе справедливо лишь для предельно тонких скин-слоев и не позволяет, например, описать перераспределение тока по поверхности проводника со временем. Указанное перераспределение происходит по двум причинам: во-первых, в результате непосредственной диффузии магнитного поля во всех направлениях, а во-вторых, путем индуктивной связи различных элементов тока на поверхности проводника через окружающее пространство. Очевидно, что учет первого фактора требует отказа от модели пограничного слоя и рассмотрения полного уравнения диффузии поля в проводнике. В то же время второй фактор с приближением пограничного слоя никак не связан. Поэтому представляет интерес рассмотреть возможность такого обобщения высокочастотного приближения, которое, оставаясь в рамках модели пограничного слоя, позволяло бы учитывать такие эффекты, как перераспределение тока вдоль поверхности проводника.

Рассмотрим систему K длинных параллельных проводников постоянного сечения, в K_1 из которых от внешних источников протекают квазистационарные токи силой $I_i(t)$, $\sum I_i = 0$, $i=1, \dots, K_1$. Магнитную проницаемость проводников и разделяющей их диэлектрической среды будем считать постоянной и равной 1.

Распределение напряженности магнитного поля $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ во всем пространстве описывается уравнениями Максвелла. Пренебрегая токами смещения, будем иметь [5]

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\sigma \mu_0} \text{rot rot } \mathbf{H}, \quad (1)$$

$$\mathbf{J} = \text{rot } \mathbf{H}, \quad (2)$$

где $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ — плотность тока в проводнике, σ — его проводимость (мы ограничимся случаем $\sigma = \text{const}$), а μ_0 — универсальная магнитная постоянная.

Вводя векторный потенциал магнитного поля $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ как $\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}$, преобразуем (1), (2) к виду

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} + \boldsymbol{\varphi}, \quad (3)$$

$$\mathbf{J} = -\nabla^2 \mathbf{A}, \quad (4)$$

где неизвестный вектор $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(t)$, описывающий напряженность приложенного электрического поля, зависит только от времени, но для каждого проводника имеет в общем случае свое значение.

В рассматриваемой задаче векторы \mathbf{I} , \mathbf{A} , \mathbf{J} и $\boldsymbol{\varphi}$ имеют лишь одну составляющую, направленную вдоль образующей проводников, и поэтому в дальнейшем указанные величины будем считать скалярными, а задачу двумерной в плоскости поперечных сечений проводников S_i , $i=1, \dots, K$. Система (3), (4) замыкается условиями сохранения полных токов в проводниках

$$\begin{aligned} I &= \int_{S_i} J ds, \quad i=1, \dots, K_1, \\ 0 &= \int_{S_i} J ds, \quad i=K_1+1, \dots, K. \end{aligned} \quad (5)$$

Поскольку нас интересует распределение магнитного поля лишь внутри проводящих областей, то и решение системы (3), (5) естественно разыскивать только в этих областях. Для этого на поверхности проводников необходимо задать соответствующие краевые условия. Указанные условия можно получить, используя метод граничных элементов [6], который в последние годы широко применяется для расчета вихревых электромагнитных полей [7-10].

В пространстве диэлектрика S_0 векторный потенциал удовлетворяет уравнению Лапласа и может быть представлен в виде

$$A(N) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}_0} \left\{ \ln \frac{1}{|MN|} \frac{\partial A(M)}{\partial \mathbf{n}} - A(M) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}} \left(\ln \frac{1}{|MN|} \right) \right\} dl, \quad (6)$$

где \mathcal{L}_0 — контур, ограничивающий S_0 ; \mathbf{n} — внешняя нормаль к нему в точке $M \in \mathcal{L}_0$, а N — точка внутри S_0 .

Устремляя точку наблюдения N к некоторой точке M_0 на \mathcal{L}_0 и учитывая, что второе слагаемое в правой части (6) на контуре испытывает скачок, получим искомое граничное условие, которое на границе i -го проводника будет выглядеть следующим образом:

$$c(\mathbf{r}_i) A(\mathbf{r}_i, t) + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^K \oint_{\mathcal{L}_j} A(\mathbf{r}_j, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{n}_j} \left(\ln \frac{1}{|\mathbf{R}_{ji}|} \right) dl =$$

$$= \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^K \oint_{\mathcal{L}_j} \left(\ln \frac{1}{|R_{ji}|} \right) \frac{\partial A(r_j, t)}{\partial n_j} dl, \quad i=1, \dots, K, \quad (7)$$

где \mathbf{r}_i — радиус-вектор точки на контуре i -го проводника; $c(r_i)$ — коэффициент, зависящий от кривизны контура; $R_{ji} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$. Для гладкого контура всюду $c=1/2$.

Интегральное уравнение вида (7) использовалось в работе [9] для расчета распределения тока в линии передачи, состоящей из нескольких параллельных проводников. Аналогичный подход был применен авторами в [11], однако при этом было опущено второе слагаемое в левой части. Несколько иное граничное условие, полученное из формулы Био—Савара, было использовано в работе [12] для расчета диффузии магнитного поля в рельсы электромагнитного ускорителя.

Таким образом, уравнения (3)—(5) с граничным условием (7) описывают плоскую задачу диффузии магнитного поля в цилиндрических проводниках произвольной формы.

Приближение скин-слоя

Пусть условия протекания тока таковы, что поле не успевает проникнуть в глубь проводника и остается сосредоточенным в узкой области вблизи его поверхности. Это будет иметь место, например, в случае малой длительности импульса тока либо при периодическом его изменении с достаточно высокой частотой. В дальнейшем для удобства изложения мы ограничимся рассмотрением импульсного режима пропускания тока.

Введем локальную прямоугольную декартову систему координат (ξ, η) , связанную с контуром поперечного сечения проводника \mathcal{L}_i : продольную координату ξ направим вдоль контура, а поперечную η перпендикулярно к нему внутрь проводника сонаправлено нормали \mathbf{n} , причем характерными масштабами изменения указанных переменных будут соответственно произвольный линейный размер поперечного сечения D и толщина скин-слоя δ . Для определенности условимся координату ξ считать непрерывной и обтекающей контуры всех проводников.

Векторный потенциал в новых переменных будем искать в виде

$$A = A_0(t) + A_1(\xi, \eta, t), \quad (8)$$

где A_0 связана с φ соотношением

$$\frac{\partial A_0(t)}{\partial t} = \varphi(t).$$

Такое представление имеет ясную физическую интерпретацию: $A_0(t)$ есть потенциал, соответствующий высокочастотному приближению, а $A_1(\xi, \eta, t)$ — возмущение потенциала, связанное с проникновением поля внутрь проводника. Так как глубина этого проникновения считается малой, то A_1 имеет порядок δ и стремится к нулю за пределами скин-слоя.

Перейдем к безразмерным переменным

$$i = \frac{t}{\tau}, \quad \xi = \frac{\xi}{D}, \quad \bar{\eta} = \frac{\eta}{a\sqrt{\tau}} = \frac{\eta}{pD}, \quad a^2 = \frac{1}{\sigma\mu_0},$$

$$\bar{I}_i = \frac{I_i}{I_*}, \quad \bar{A}_0 = \frac{A_0}{I_*}, \quad \bar{A}_1 = \frac{A_1}{pI_*}, \quad p = \frac{a\sqrt{\tau}}{D}, \quad (9)$$

где I_* , τ — масштабы полного тока и времени соответственно (черта над символами в дальнейшем опускается).

При этом в качестве последнего естественно выбрать длительность импульса τ_* . Параметр p в (9) является малым, поскольку пропорционален δ/D . Кроме того, он имеет смысл отношения двух характерных времен задачи — длительности импульса и времени диффузии поля на длину D .

Переходя в задаче (3)–(5), (7) к безразмерным переменным (9) и пренебрегая членами порядка $O(p^2)$, $p \rightarrow 0$, получим для нахождения $A_1 = A_1(\xi, \eta, t)$ одномерную задачу диффузии

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 A_1}{\partial \eta^2},$$

$$\eta = 0 \quad \frac{\partial A_1}{\partial \eta} = Y; \quad \eta \rightarrow \infty, \quad A_1 \rightarrow 0, \quad (10)$$

где функция $Y = Y(\xi, t)$ есть безразмерная поверхностная плотность тока, определяемая, согласно (4), как

$$Y = \int_0^{\infty} J d\eta = \left. \frac{\partial A_1}{\partial \eta} \right|_{\eta=0}, \quad (11)$$

а для вычисления Y и A_0 имеем систему интегральных уравнений

$$\begin{aligned} A_0(t) + p \frac{1}{2} A_1^0(\xi, t) + \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^K \oint_{\mathcal{Q}_j} Y(\xi', t) \ln |R_{ji}(\xi', \xi)| d\xi' = \\ = -p \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^K \oint_{\mathcal{Q}_j} A_1^0(\xi', t) \frac{\cos(\mathbf{n}_j, \mathbf{R}_{ji}(\xi', \xi))}{|R_{ji}(\xi', \xi)|} d\xi', \end{aligned} \quad (12)$$

$$\oint_{\mathcal{Q}_j} Y d\xi = \begin{cases} I_i, & \text{если } i \leq K_1, \quad \xi \in \mathcal{Q}_i, \quad \xi' \in \mathcal{Q}_j, \\ 0, & \text{если } i > K_1, \quad i = 1, \dots, K, \end{cases} \quad (13)$$

где $A_1^0(\xi, t) = A_1(\xi, \eta, t)|_{\eta=0}$, а $A_0(t)$ для каждого проводника имеет свое значение.

При выводе (12) учитывалось, что

$$\oint_{\mathcal{Q}_j} \frac{\partial}{\partial n_j} \left(\ln \frac{1}{|R_{ji}|} \right) dl = \oint_{\mathcal{Q}_j} \frac{\cos(\mathbf{n}_j, \mathbf{R}_{ji})}{|R_{ji}|} d\xi = \begin{cases} \pi, & \text{если } i = j, \\ 0, & \text{если } i \neq j. \end{cases}$$

Если в уравнении (12) отбросить члены, содержащие параметр p , то будем иметь обычное уравнение для высокочастотного приближения.

К задаче (10) необходимо добавить граничное условие. Конкретный вид этого условия приводится в следующем разделе, где рассматривается решение задачи.

Таким образом, стандартный подход, когда распределение плотности тока по поверхности проводника вычисляется в высокочастотном приближении (с погрешностью $O(p)$), а диффузия поля в глубь проводника в приближении пограничного слоя (с погрешностью $O(p^2)$), объединяет задачи разной степени точности. Поэтому использование уравнения (12) позволяет выравнять точность и находить решение всей задачи с погрешностью $O(p^2)$. Кроме того, учет дополнительных членов в (12) дает возможность описать процесс индукционного перераспределения тока по поверхности проводника, что для высокочастотной модели является принципиально недостижимым. Необходимо, однако, помнить, что учитываемая поправка является малой и имеет порядок p .

Решение

Для упрощения математического описания и без ограничения общности дальнейшее изложение будет проводиться для случая пары проводников, в которых начиная с момента времени $t=0$ протекают равные и противоположно направленные токи силой $I(t)$. В результате задача сведется к расчету поля в одном проводнике, для которого уравнения (12), (13) примут вид

$$A_0(t) + p \frac{1}{2} A_1^0(\xi, t) + \frac{1}{2\pi} \oint_{\Omega} Y(\xi', t) \ln \frac{|\mathbf{R}_1(\xi', \xi)|}{|\mathbf{R}_2(\xi', \xi)|} d\xi' =$$

$$= -p \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^2 \oint_{\Omega} A_1^0(\xi', t) \frac{\cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{R}_j(\xi', \xi))}{|\mathbf{R}_j(\xi', \xi)|} d\xi', \quad (14)$$

$$I(t) = \oint_{\Omega} Y(\xi, t) d\xi, \quad \xi, \xi' \in \Omega, \quad (15)$$

где

$$|\mathbf{R}_1(\xi', \xi)| = \{(x(\xi) - x(\xi'))^2 + (y_m(\xi) - y(\xi'))^2\}^{1/2},$$

$$|\mathbf{R}_2(\xi', \xi)| = \{(x(\xi) - x(\xi'))^2 + (y(\xi) + y(\xi'))^2\}^{1/2}.$$

Здесь $x(\xi)$, $y(\xi)$ — координаты точки ξ в неподвижной прямоугольной системе координат, причем ось OY соединяет центры масс сечений проводников, а ось OX является горизонтальной осью симметрии.

В качестве начального условия для задачи (10), (14), (15) выбирается невозмущенное распределение векторного потенциала

$$\text{при } t=0 \quad A_1 = 0. \quad (16)$$

Решение задачи (10) с начальными условиями (16) может быть получено путем применения преобразования Лапласа

$$A_1(\xi, \eta, t) = -\pi^{-1/2} \int_0^t Y(\xi, t) (t-\tau)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4(t-\tau)}\right) d\tau. \quad (17)$$

Используя малость параметра p , будем искать функции A_0 и A_1 в виде

$$A_0(t) = A_{00}(t) + pA_{01}(t) + \dots,$$

$$A_1(\xi, \eta, t) = A_{10}(\xi, \eta, t) + pA_{11}(\xi, \eta, t) + \dots \quad (18)$$

Подставив (18) в (4) (с учетом (9)) и (11), получим соответствующие представления для функций J и Y

$$J(\xi, \eta, t) = -\frac{1}{p} \frac{\partial^2 A_{10}}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 A_{11}}{\partial \eta^2} - \dots = \frac{1}{p} J_0 + J_1 + \dots,$$

$$Y(\xi, t) = \frac{\partial A_{10}}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} + p \frac{\partial A_{11}}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} + \dots = Y_0 + pY_1 + \dots \quad (19)$$

Наконец, подставив (18), (19) в (12), (13), (17) и приравнявая коэффициенты при одинаковых степенях p , после несложных преобразований будем иметь следующие задачи:

$$A_{00} + \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} Y_0 \ln \frac{|\mathbf{R}_1|}{|\mathbf{R}_2|} d\xi = 0,$$

$$I = \oint_{\Omega} Y_0 d\xi, \quad (20a)$$

$$A_{10} = -\pi^{-1/2} \int_0^t Y_0(t-\tau)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4(t-\tau)}\right) d\tau, \quad (20b)$$

$$A_{01} + \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} Y_1 \ln \frac{|\mathbf{R}_1|}{|\mathbf{R}_2|} d\xi = -\frac{A_{10}^0}{2} - \frac{1}{2\pi} \sum_{j=1}^2 \oint_{\Omega} A_{10}^0 \frac{\cos(\mathbf{n}_1, \mathbf{R}_j)}{|\mathbf{R}_j|} d\xi,$$

$$0 = \oint_{\Omega} Y_1 d\xi, \quad (21a)$$

$$A_{11} = -\pi^{-1/2} \int_0^t Y_1(t-\tau)^{-1/2} \exp\left(-\frac{\eta^2}{4(t-\tau)}\right) d\tau. \quad (21б)$$

Для решения системы (20а) представим Y_0 в виде

$$Y_0(\xi, t) = A_{00}(t) Y_0^*(\xi). \quad (22)$$

Подставляя (22) в (20а), получим

$$1 + \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} Y_0^* \ln \frac{|R_1|}{|R_2|} d\xi = 0, \\ A_{00} = I \oint_{\mathcal{L}} Y_0^* d\xi. \quad (20в)$$

Полученная система отличается от исходной (20а) отсутствием временных величин в первом уравнении, поэтому отпадает необходимость решать его на каждом шаге по времени. В заключение отметим, что интегральные уравнения Фредгольма первого рода, входящие в (20в), (21а), регуляризируются посредством алгоритмов, изложенных в [13].

Расчет индуктивности и сопротивления единицы длины проводника

Для коэффициента самоиндукции единицы длины проводника $L' = L'(t)$ имеем [14]

$$L' = \frac{2\mu_0}{I^2} \int_s J A ds = -\frac{2\mu_0}{I^2} \oint_0^\infty \int \frac{\partial^2 A_1}{\partial \eta^2} (A_0 + p A_1) d\xi d\eta, \quad (23)$$

где безразмерные переменные уже домножены на соответствующие масштабы.

Подставляя (18), (19) в (23), получим представление индуктивности в виде разложения по p

$$L' = L'_0 + p L'_1 + \dots, \quad (24)$$

где

$$L'_0 = 2\mu_0 \frac{A_{00}}{I},$$

$$L'_1 = 2\mu_0 \left(\frac{A_{01}}{I} - \frac{1}{I^2} \oint_0^\infty \int A_{10} \frac{\partial^2 A_{10}}{\partial \eta^2} d\xi d\eta \right).$$

Как можно видеть из системы (20в), A_{00} прямо пропорционален I , поэтому L_0 есть постоянная величина, определяемая геометрическими характеристиками контура, как и должно быть для высокочастотного приближения. От времени зависит второй коэффициент разложения L'_1 , поэтому увеличение индуктивности с расширением скин-слоя является процессом следующего порядка малости по p .

Мгновенное значение сопротивления $R = R'(t)$ единицы длины проводника вычисляем согласно определению

$$R' = \frac{1}{I^2} \int_s \frac{J^2}{\sigma} ds = \frac{1}{p D^2 \sigma I^2} \oint_{\mathcal{L}_j} \int J^2 d\xi d\eta. \quad (25)$$

Подставляя (19) в (25), имеем

$$R' = p^{-1} R'_0 + R'_1 + \dots, \quad (26)$$

$$R'_i = \frac{1}{\sigma D^2 I^2} \oint_{\xi=0}^{\infty} \int_0^{\infty} J_0^2 d\xi d\eta,$$

$$R'_1 = \frac{1}{\sigma D^2 I^2} \oint_{\xi=0}^{\infty} \int_0^{\infty} J_0 J_1 d\xi d\eta.$$

Результаты расчета

В качестве примера были выполнены расчеты для пары одинаковых проводников эллиптической формы сечения. На рис. 1, а, б показаны типичные распределения по контуру сечения одного из проводников первого Y_0 и второго Y_1 членов разложения поверхностной плотности тока (18). Характер указанных зависимостей в течение импульса существенно не меняется. Кривая на рис. 1, а соответствует высокочастотному приближению. Неравномерность

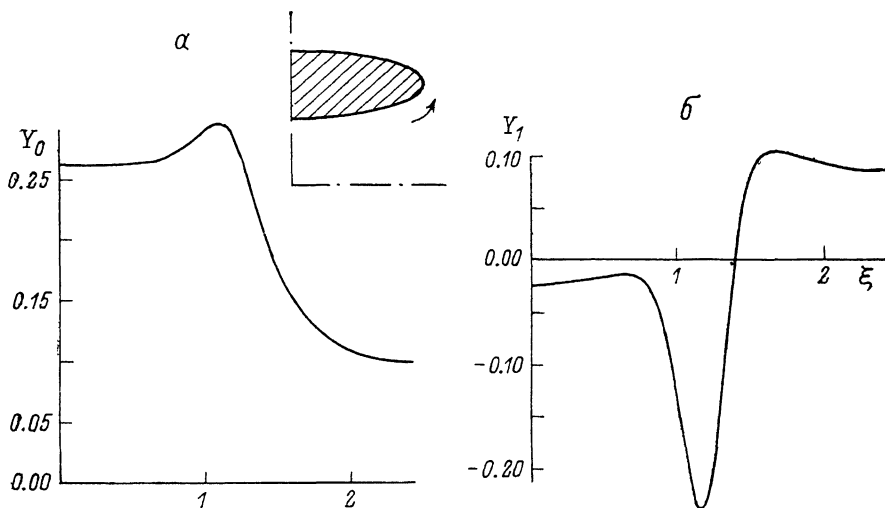


Рис. 1. Распределения первого (а) и второго (б) коэффициентов разложения поверхностной плотности тока вдоль контуров сечений проводников.

В силу симметрии относительно обеих осей координат здесь и далее рассматривается половина контура одного проводника.

распределения тока по поверхности проводников есть следствие эффекта близости, на который накладывается явление сосредоточения максимума тока в точках наибольшей кривизны. Эволюция высокочастотного приближения во времени происходит прямо пропорционально величине полного тока, поэтому индукционные процессы, как уже отмечалось, в рамках этого приближения описать невозможно. В предлагаемой модели указанное перераспределение тока, возникающее вследствие взаимодействия различных, токовых элементов поверхности проводников через поле в диэлектрике, учитывается вторым членом разложения Y_1 (рис. 1, б). Описываемый процесс стремится выравнять неоднородности высокочастотного распределения, направления его действия показаны на рис. 1, а стрелкой.

Необходимо отметить, что выравнивание плотности тока происходит также в результате непосредственной диффузии поля внутри проводника во всех направлениях. Однако этот механизм, имея порядок p^2 , начинает проявляться в более поздние моменты времени и, как указывалось выше, в данной модели не учитывался.

Оценим реальное влияние рассмотренной поправки на примере расчета протекания трапециевидного импульса тока через показанную на рис. 1, а

пару медных проводников. На рисунке 2, *а*, *б* приводятся графики функций $F_0=Y_0$ (высокочастотное приближение) и $F_1=Y_0+pY_1$ (приближение пограничного слоя) для двух моментов времени $t_1=(1/4)\tau_n$ и $t_2=(2/3)\tau_n$ при длительности импульса $\tau_n=300$ мкс ($p \approx 0.3$). В момент t_1 количественные различия значений функций F_0 и F_1 составляют не более 10 % при сохранении общего характера кривых. К моменту t_2 на кривой F_1 появляется нефизичный провал в области наибольшей кривизны контура сечения проводника вслед-

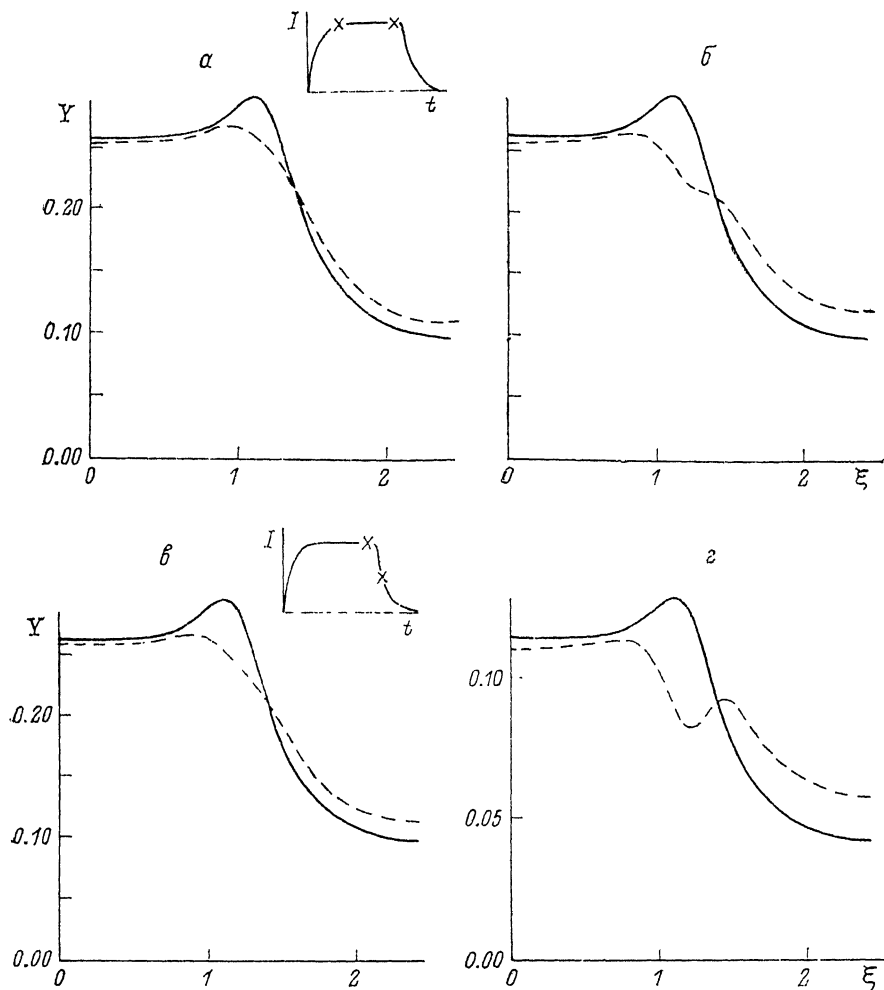


Рис. 2.

а, *б* — распределения поверхностной плотности тока для моментов времени t_1 и t_2 ; *е*, *з* — то же для t_2 и t_3 . Расстояние между проводниками 2 см; сплошная линия — высокочастотное приближение, пунктир — приближение пограничного слоя; длина импульса, мкс: *а*, *б* — 300; *е*, *з* — 150.

ствие перекрытия скин-слоев со смежных участков его поверхности. Таким образом, на таких временах приближение пограничного слоя перестает работать и необходимо учитывать двумерный характер диффузии в окрестности точек наибольшей кривизны контура проводника. На рис. 2, *е*, *з* графики тех же функций показаны при более коротком импульсе $\tau_n=150$ мкс ($p \approx 0.14$) для моментов времени $t_2=(2/3)\tau_n$ и $t_3=(3/4)\tau_n$. В этом случае провал наблюдается на стадии уменьшения полного тока, и его появление вполне естественно, так как полный ток спадает быстрее, чем индукционный. Из рис. 2, *з* видно, что на момент t_3 указанные токи одинаковы по порядку величины. В последующие моменты времени ток в проводнике упадет настолько, что станут играть

роль неучитываемые члены порядка p^2 и выше, которые в свою очередь будут спадать медленнее, чем Y_1 .

Отметим, что в последнем случае к моменту t_2 отличия значений индуктивности и сопротивления, вычисленных из (24) и (26), от полученных в высокочастотном пределе составляют +9 и -6 % соответственно.

В заключение авторы выражают глубокую признательность Э. М. Дробышевскому за ценные замечания и постоянное внимание к работе.

Список литературы

- [1] Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. М.: ИЛ, 1961. 705 с.
- [2] Kerrisk J. F. // IEEE Trans. Magn. 1984. Vol. 20. N 2. P. 399—402.
- [3] Leuer J. A. // IEEE Trans. Magn. 1986. Vol. 22. N 6. P. 1584—1590.
- [4] Beno J. H., Weldon W. F. // IEEE Trans. Magn. 1988. Vol. 24. N 1. P. 92—96.
- [5] Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: ГИТТЛ, 1956. Гл. 6.
- [6] Brebbia C. A., Telles J. S. F., Wrobel L. C. Boundary Element Techniques. Springer Verlag, 1984. 466 с.
- [7] Akahoshi Y., Yagava G. Boundary Elements // Proc. 8th Int. Conf. Tokyo, 1986. Vol. 1. P. 329—337.
- [8] Tsuboi H., Tanaka M., Misaki T. // Proc. 11th Int. Conf. Cambridge (USA), 1989. Vol. 2. P. 307.
- [9] Wu R. B., Yang J. C. // IEEE Trans. Magn. 1989. Vol. 25. N 1. P. 3013—3015.
- [10] Загорский А. В. // Изв. СО АН. Сер. техн. 1990. № 1. С. 103—106.
- [11] Дробышевский Э. М., Юферев В. С., Юферев С. В. // Препринт ФТИ АН СССР. № 1305. Л., 1988. 24 с.
- [12] Бодров А. Ю. // Препринт ИВТ АН СССР. № 6-187. М., 1986. 22 с.
- [13] Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979. Гл. 4.
- [14] Фок В. А. // Журн. Русского физ.-хим. общества. 1930. Т. 62. № 3. С. 281—297.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
12 июля 1990 г.

В окончательной редакции
15 февраля 1991 г.