

$$V_{\perp} = \sum_i I_i \frac{|\zeta_i \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)|}{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2} + V_{\perp 0}. \quad (5)$$

Здесь $V_{\perp} \ll V_0$ — слабое равновесное поле в плоскости (x, y) ; $V_{\perp 0}$ — скорость плазмы в отсутствие нитей. Электрический заряд нити в замагниченной плазме приводит к вращению плазмы вокруг нити, так что $2\pi \cdot \Gamma_i$ циркуляция скорости плазмы вокруг пучка совпадает с погонной плотностью заряда пучка. Выражения (3)—(6) при $\mathbf{r} \rightarrow \mathbf{r}_i$ выходят за рамки применимости магнитогидродинамического приближения. Пределы применимости таких расходящихся величин в обычной гидродинамике обсуждаются в [5]. Подставляя (3)—(5) в (1), (2), приводим эту систему к виду

$$\Gamma_i \dot{\mathbf{r}}_i + I_i \partial_x \mathbf{r}_i = \sum_{i \neq j} M_{i,j} \frac{[\zeta_i, \rho_{i,j}]}{\rho_{i,j}^2} + I_i V_{\perp 0}(\mathbf{r}_i) + \Gamma_i V_{\perp 0}(\mathbf{r}_i), \quad (6)$$

$$I_i = \pm \Gamma_i, \quad M_{i,j} = \Gamma_i \Gamma_j - I_i I_j, \quad \rho_{i,j} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j. \quad (7)$$

Уравнение (6) описывает движение токово-вихревой нити в слабоменяющихся полях $V_{\perp 0}$, $V_{\perp 0}$ и полях других нитей. Первое равенство (7) следует из уравнения вмороженности как условие компенсации сингулярностей. Знаки плюс и минус соответствуют направлению распространения изгибов пучка, что происходит с альфвеновской скоростью.

4. Рассмотрим интересный частный случай стационарного взаимодействия двух вихрей когда $V_{\perp 0} = 0$, $\partial_t = 0$. Из (6) имеем уравнение, замкнутое относительно $\rho \equiv \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$,

$$\partial_x \rho = \gamma [\zeta, \rho] / \rho^2 - \beta \rho_x \eta, \quad \beta \equiv \partial_x V_{y0}. \quad (8)$$

Здесь η — единичный вектор вдоль y . Считаем, что $V_{\perp 0}$ направлено вдоль y и линейно зависит от x . Тогда (8) имеет первый интеграл $\rho^2 \exp(-\beta \rho_x^2 / \gamma) = \text{const}$. Из этого следует, что два пучка могут довольно сильно влиять на траекторию друг друга, что может быть использовано в экспериментах. Более интересные задачи со многими пучками и задачи о распространении пучков в тороидальной плазме могут быть решены численно с использованием системы (6), (7).

Список литературы

- [1] Ono M., Yasuhara F., Yumoto K. // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59. P. 2165—2168.
- [2] Cartwright D. G., Monson S. J., Kellogg P. J. // J. Geophys. Res. 1978. Vol. 83. P. 16—24.
- [3] Карбушев Н. И. // Письма ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 24. С. 94—93.
- [4] Новиков Е. А., Седов Ю. Б. // ЖЭТФ. 1978. Т. 75. Вып. 3 (9). С. 868.
- [5] Puntir A., Siggia E. D. // Ph. Fluid. 1987. Vol. 30. N 6. P. 1606—1626.
- [6] Кадомцев В. Б., Погуце О. П. // ЖЭТФ. 1973. Т. 65. Вып. 2. С. 575—589.

Институт физики земли
им. О. Ю. Шмидта
Москва

Поступило в Редакцию
28 апреля 1990 г.
В окончательной редакции
31 мая 1991 г.

О ТЕПЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДВУХФАЗНЫХ СИСТЕМ

А. С. Зильберглейт, Г. В. Скорняков

В работах [1-3] рассмотрены квазистатистические тепловые процессы в двух-параметрических системах, один из компонентов которых состоит из пара и жидкости, находящихся в термодинамическом равновесии, а другой — идеаль-

ный газ. При этом был сделан ряд упрощающих расчеты допущений относительно параметров двухфазной системы: насыщенный пар считался идеальным газом, не учитывались объем жидкой фазы, температурная зависимость теплоемкостей и теплот фазового перехода при постоянном давлении q_P и при постоянном объеме q_V , и даже само различие q_P и q_V .

Разумеется, принятые допущения — весьма грубое приближение к реальности. В действительности, например, для воды в интервале температур от нуля до 100° теплоемкости и теплота фазового перехода при постоянном давлении изменяются на несколько процентов [4]. Теплота фазового перехода лишь на порядок превосходит температуру, так что различие теплот испарения при постоянном объеме и при постоянном давлении достигает 10 %. Однако дело не в том, что принятые допущения лишь приближенно соответствуют экспериментальным данным. В ряде случаев они вполне удовлетворительно отражают реальность. Так, в приближении температурной независимости теплоты испарения q_P довольно точно определяется давление насыщенного пара как функция температуры в широком интервале ее изменения [5].

Суть вопроса заключается в том, что параметры двухфазной системы не могут быть заданы произвольно и независимо. Существование внутренней энергии E устанавливает между ними связь, имеющую принципиальное значение.

Определим эту связь для общего случая, когда все параметры двухфазной системы, в том числе и удельный объем жидкости $v_{ж}$, зависят только от температуры T . Конечный объем жидкости следует учитывать при рассмотрении процессов, включающих полную конденсацию пара.

Уравнения Клапейрона и Клапейрона—Клаузиуса, определяющие состояние двухфазной системы, имеют вид

$$P[V - (N_0 - N)v_{ж}] = NT, \quad (1)$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q_P P}{T(T - v_{ж}P)}, \quad (2)$$

где N_0 — полное число молекул в системе, N — число молекул в газовой фазе, V — объем, P — давление, $q_P = (\partial W)/(\partial N)$, $W = E + PV$ — энтальпия (теплосодержание) системы (постоянная Больцмана принята равной единице).

Для описания фазовых переходов в качестве независимых переменных обычно используются температура и давление, а следовательно, в (2) фигурирует теплота фазового перехода при постоянном давлении q_P . Но давление равновесной двухфазной однокомпонентной системы есть функция только температуры. Поэтому полное описание такой системы в переменных (P, T) невозможно. Ни объем, ни внутренняя энергия системы в этом случае не определены [6]. Для полного описания системы необходимо принять в качестве независимых переменных другие ее термодинамические характеристики, например температуру и объем. Изменение внутренней энергии системы равно

$$dE = dE_{ж} + dE_{г} + q_V dN, \quad (3)$$

где $dE_{ж}$ — изменение энергии жидкой фазы; $dE_{г}$ — изменение энергии газовой фазы; $q_V dN$ — изменение энергии, обусловленное фазовыми переходами.

Теплота фазового перехода при постоянном объеме

$$q_V = \frac{\partial E}{\partial N} = q_P - \frac{\partial(PV)}{\partial N}.$$

Из (1), (2) следует

$$\frac{\partial(PV)}{\partial N} = T - v_{ж}P. \quad (4)$$

Энергия идеального газа зависит только от температуры. Поэтому $dE_{г} = Nc_V dT$, где c_V — удельная теплоемкость пара при постоянном объеме. Энергия жидкой фазы зависит не только от температуры, но и от давления. Но поскольку давление в рассматриваемом случае зависит только от температуры, то изменение энергии жидкости также определяется только изменением темпера-

туры. В квазистатических процессах жидкость все время находится в равновесии со своим насыщенным паром, так что дифференциал $dE_{\text{ж}}$ нужно брать вдоль кривой фазового равновесия

$$\begin{aligned} dE_{\text{ж}} &= \left[\left(\frac{\partial E_{\text{ж}}}{\partial T} \right)_P + \left(\frac{\partial E_{\text{ж}}}{\partial P} \right)_T \frac{dP}{dT} \right] dT = \\ &= (N_0 - N) \left[c_{P\text{ж}} - P \left(\frac{\partial v_{\text{ж}}}{\partial T} \right)_P + \left(\frac{\partial \varepsilon_{\text{ж}}}{\partial P} \right)_T \frac{dP}{dT} \right] dT = (N_0 - N) c_{\text{ж}} dT, \end{aligned} \quad (5)$$

где $c_{P\text{ж}}$ — удельная теплоемкость жидкости при постоянном давлении, $\varepsilon_{\text{ж}}$ — удельная внутренняя энергия жидкости.

Все удельные величины определены в расчете на одну молекулу. Для дальнейшего существенно лишь то, что $c_{\text{ж}}$ есть функция только температуры, $c_{\text{ж}} = c_{\text{ж}}(T)$.

Изменение объема и температуры двухфазной системы сопровождается изменением числа молекул в газовой фазе N . Именно N и T удобно принять в качестве независимых термодинамических переменных двухфазной системы. В этих переменных изменение внутренней энергии системы в силу (3)—(5) равно

$$dE = [c_{\text{ж}}N_0 + (c_V - c_{\text{ж}})N] dT + (q_P - T + v_{\text{ж}}P) dN. \quad (6)$$

Равенство перекрестных производных в (6) приводит к искомому условию, которому должны удовлетворять параметры системы

$$\frac{dq_P}{dT} + \frac{d}{dT}(v_{\text{ж}}P) = c_P - c_{\text{ж}}, \quad (7)$$

где $c_P = c_V + 1$ — удельная теплоемкость пара при постоянном давлении.

Проще всего эта связь выглядит, если, как в [1-3], пренебречь объемом жидкой фазы. Тогда и внутренняя энергия жидкости оказывается независимой от давления, $c_{\text{ж}} = c_{P\text{ж}}$, согласно (5), и (7) переходит в

$$\frac{dq_P}{dT} = c_P - c_{P\text{ж}}. \quad (8)$$

Этот результат упоминается в [7, с. 329]. Принятая в [1-3] независимость теплоты испарения при постоянном давлении q_P от температуры возможна, таким образом, лишь при $c_{P\text{ж}} = c_P$. Это соответствует интегрируемости пфаффово́й формы в [1] и обращению вычисленной там работы за цикл в нуль.

В реальных условиях теплоемкость жидкости $c_{P\text{ж}}$ примерно вдвое превосходит теплоемкость пара при постоянном давлении, но зато и теплота фазового перехода зависит от температуры. Хотя эта зависимость относительно слабая, ввиду очень большой величины теплоты фазового перехода по сравнению с теплом, затрачиваемым на изменение температуры как пара, так и жидкости, ее необходимо учитывать. Анализ экспериментальных данных в области применимости уравнения состояния идеального газа к насыщенному пару свидетельствует о выполнении условия (8) с высокой степенью точности.

Итак, неинтегрируемость пфаффовых форм в [1-3] возникает в результате пренебрежения температурной зависимостью теплоты испарения, а тем самым и нарушения условия существования внутренней энергии двухфазной системы. Нарушением того же условия обусловлено и различие результатов расчетов произведенной за цикл работы непосредственно и по суммарному поглощению тепла [2].

Учет более общей связи параметров двухфазной системы (7) обеспечивает интегрируемость пфаффовых форм, определяющих рассмотренные в [1-3] процессы, причем конкретный вид температурных зависимостей параметров системы роли не играет, лишь бы выполнялось это условие. Действительно, закон сохранения энергии для двухфазной системы может быть записан в виде

$$\delta Q = dE + PdV = q_P dN + \left[N_0 \left(c_{\text{ж}} + P \frac{dv_{\text{ж}}}{dT} \right) + \right. \\ \left. + N \left(c_P - c_{\text{ж}} - \frac{q_P}{T - v_{\text{ж}} P} - P \frac{dv_{\text{ж}}}{dT} \right) \right] dT, \quad (9)$$

где δQ — количество поглощенного тепла, причем с помощью (1), (2) осуществлен переход к независимым переменным (T , N).

Можно показать, что обратная температура $1/T$ есть интегрирующий множитель пфаффово́й формы (9), как и для идеального газа. Благодаря этому рассматривавшиеся в [1-3] пфаффовы формы также имеют газовую температуру T интегрирующим делителем. Тем же свойством обладают и любые многопараметрические системы, состоящие из разделенных изотермическими перегородками однопараметрических подсистем, каждая из которых имеет температуру интегрирующим делителем.

Список литературы

- [1] Зильбергейт А. С., Скорняков Г. В. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 16. С. 87—90.
- [2] Зильбергейт А. С., Скорняков Г. В. // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16. Вып. 3. С. 92—93.
- [3] Зильбергейт А. С., Скорняков Г. В. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 12. С. 1—8.
- [4] Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972. 720 с.
- [5] Киттель Ч. Статистическая термодинамика. М.: Наука, 1977. 336 с.
- [6] Шредингер Э. Статистическая термодинамика. М.: ИЛ, 1948. 88 с.
- [7] Базаров И. П. Термодинамика. М.: Высшая школа. 1983. 344 с.

Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе АН СССР
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
12 марта 1991 г.

05; 09

Журнал технической физики, т. 61, в. 10, 1991

© 1991 г.

О ТЕРМОСТАБИЛЬНОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МАГНИТООПТИЧЕСКИХ ПЛЕНОК ФЕРРИТ-ГРАНАТОВ С ВЫСОКИМ БЫСТРОДЕЙСТВИЕМ

Н. А. Логинов, М. В. Логунов, В. В. Рандошкин, Ю. Н. Сажин

Одной из важных задач прикладной магнитооптики является повышение быстродействия таких устройств, как магнитооптические управляемые транспаранты (МОУТ) [1]. Эту задачу можно решить путем использования в МОУТ висмутсодержащих монокристаллических пленок феррит-гранатов (ВсМПФГ) с высокой скоростью доменных стенок (ДС). К числу таких материалов относятся ВсМПФГ с компенсацией момента импульса (КМИ) [2-6], а также ВсМПФГ с орторомбической анизотропией [7-11].

Параметры Вс—МПФГ при комнатной температуре

Номер образца	Состав	Подложка	Ориентация	μ , МКМ	μ_0 , МКМ	$H_{\text{св}}$, Э	γ , МКМ	$4\pi M_s$, Гс	H_k , кЭ	T_N , К	g
1	(Tm, Bi) ₃ (Fe, Ga) ₅ O ₁₂	ГГГ	(111)	3.62	9.7	34	1.51	140	2.86	369	5.0
2	(Gd, Tm, Bi) ₃ (Fe, Ga) ₅ O ₁₂	ГГГ	(111)	15.6	12.6	86	1.25	152	2.32	424	4.7
3	(Y, Lu, Pr, Bi) ₃ (Fe, Ga) ₅ O ₁₂	ГКМЦГГ	(210)	9.2	13.9	26	1.79	70	2.68	404	1.8
4	»	ГКМЦГГ	(210)	13.1	22.0	33	2.92	94	5.0	428	1.8