

09; 10

© 1991 г.

УВЕЛИЧЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЛСЭ С ОДНОРОДНЫМ ПРОДОЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

Н. С. Гинзбург, Н. Ю. Песков

Построена нелинейная теория ЛСЭ усилителей с винтовым ондуляторным и однородным продольным магнитным полем, напряженность которого близка к резонансному значению. Взаимодействие электронного потока с электромагнитным полем происходит в области постоянной амплитуды ондуляторного поля, где электроны движутся по стационарным винтовым траекториям. Найдена область параметров, в которой у тормозящихся электронов параметр группировки (неизохронности) убывает, а у ускоряющихся увеличивается. В результате первые более продолжительно синхронно взаимодействуют с волной, чем вторые. Это позволяет в режиме большого доплеровского преобразования частоты достигнуть КПД, превышающий 30 %. Обсуждается влияние высокочастотного пространственного заряда пучка, в том числе эффекты «отрицательной массы».

1. ЛСЭ с комбинированным — винтовым ондуляторным и однородным продольным — магнитным полем в настоящий момент являются объектом интенсивных экспериментальных [1–5] и теоретических [6–19] исследований. Это, с одной стороны, обусловлено возможностью эффективного управления характеристиками излучения путем наложения продольного магнитного поля, а с другой — большим разнообразием режимов электронно-волнового взаимодействия в таких устройствах. В работе [16] в предположении, что невозмущенное движение электронов в поле ондулятора происходит по стационарным винтовым траекториям, были получены усредненные уравнения движения электронов, учитывающие воздействие сигнальной волны. В настоящей работе эти уравнения в совокупности с уравнениями возбуждения используются для анализа ЛСЭ усилительного типа. Найдены области параметров, в которых наличие фокусирующего магнитного поля приводит к существенному возрастанию КПД.

2. Предположим, что электроны движутся вблизи оси винтового ондулятора, где магнитное поле имеет круговую поляризацию

$$H_+ = H_x + iH_y = H_u e^{ihuz}, \quad (1)$$

где $h_u = 2\pi/d$, d — период ондулятора.

После сигнальной электромагнитной волны также будем считать циркулярно поляризованным и заданным вектор-потенциалом

$$A_+ = A_x + iA_y = A_s(z) e^{i(\omega t - hz)}, \quad (2)$$

где ω , h — частота и продольное волновое число сигнальной волны, $A_s(z)$ — медленно меняющаяся вдоль z амплитуда.

Уравнения движения электронов в полях (1) и (2) и однородном ведущем поле $\mathbf{H} = H_0 \mathbf{z}_0$ могут быть представлены в виде

$$\frac{dp_+}{dz} + ip_+ \left(1 - \frac{f}{p_{||}}\right) = -i\alpha_u + i\alpha_s (\beta_{||}^{-1} - 1) e^{i\theta},$$

$$\frac{d\gamma}{dZ} = -\operatorname{Re} \left[i \frac{P_{\perp}}{P_{\parallel}} \alpha_s^* e^{-i\Theta} \right] - e_z^b,$$

$$\frac{d\Theta}{dZ} = g(\beta_{\parallel}^{-1} - 1) - 1, \quad (3)$$

где использованы безразмерные переменные $\gamma = \mathcal{E}/mc^2$, \mathcal{E} — энергия электронов, $p_{\pm} = (p_x + ip_y) e^{iZ}/mc$, $p_{\parallel} = p_z/mc$, $p_{x,y,z}$ — декартовы компоненты импульса электрона, $Z = \hbar u z$,

$$\alpha_u = \frac{eH_u}{\hbar_u mc^2}, \quad \alpha_s = \frac{ehA_s}{\hbar_u mc^2}, \quad f = \frac{\omega_{H0}}{\hbar_u c}, \quad \omega_{H0} = \frac{eH_0}{mc}$$

— нерелятивистская гирочастота, g — коэффициент преобразования частоты, $\beta_{\parallel} = p_{\parallel}/\gamma$, $\Theta = \omega t - \hbar z - \hbar_u z$, $e_z^b = (eE_z^b)/(\hbar_u mc^2)$, E_z^b — поле высокочастотного пространственного заряда (см. ниже).

Предположим, что в отсутствие взаимодействия с сигнальной волной электроны движутся в поле ондулятора по стационарным винтовым траекториям.¹ Импульс электрона на такой траектории $p_{\perp*}$ может быть легко найден из первого уравнения системы (3), если в нем положить $\alpha_s = 0$

$$p_{\perp*} \left(1 - \frac{f}{p_{\parallel*}} \right) = -\alpha_u, \quad (4)$$

где $p_{\parallel*} = \sqrt{\gamma^2 - 1 - p_{\perp*}^2}$ — продольный импульс на стационарной траектории. Зависимость модуля поперечного импульса от напряженности магнитного поля приведена на рис. 1, а. Устойчивым траекториям соответствуют кривые I и II, а неустойчивым — кривая III. Частота колебаний электронов Ω около состояния равновесия определяется соотношением

$$\Omega = \hbar_u \Gamma, \quad \Gamma = \sqrt{\left(1 - \frac{f}{p_{\parallel*}} \right) \left(1 - \frac{f}{p_{\parallel*}} - \frac{f p_{\perp*}^2}{p_{\parallel*}^3} \right)}. \quad (5)$$

Допустим далее, что выполнено условие ондуляторного синхронизма²

$$\omega - \hbar v_{\parallel*} = \hbar_u v_{\parallel*}. \quad (6)$$

Предположим также, что на характерной длине устройства L (обратном инкременте) число колебаний электрона около состояния равновесия достаточно велико $L\Omega/v_{\parallel*} \gg 1$. Если при этом амплитуда сигнальной волны не слишком высока, так что изменение энергии электронов за период осцилляций $2\pi/\Omega$ мало $\alpha_s/\Gamma\gamma_0 \ll 1$, то можно считать, что в процессе взаимодействия с сигнальной волной электроны остаются в состоянии равновесия (4), параметры которого эволюционируют в соответствии с изменением энергии электронов. В таких предположениях можно провести усреднение уравнений по периоду $2\pi/\Omega$ и представить соответствующую систему самосогласованных уравнений в виде [16, 17]

$$\frac{d\gamma}{dZ} = \operatorname{Re} \left[i \frac{p_{\perp*}}{p_{\parallel*}} \alpha_s e^{i\Theta} \right] + \frac{4J}{1+g} \operatorname{Re} \left[\frac{ie^{i\Theta}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\gamma}{p_{\parallel*}} e^{-i\Theta} d\Theta_0 \right],$$

$$\frac{d\Theta}{dZ} = g(\beta_{\parallel*}^{-1} - 1) - 1 - \frac{\gamma \alpha_u}{p_{\parallel*}^3 \Gamma^2} \operatorname{Re} [\alpha_s e^{i\Theta}],$$

$$\frac{d\alpha_s}{dZ} = \frac{iJ}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{p_{\perp*}}{p_{\parallel*}} e^{-i\Theta} d\Theta_0, \quad (7)$$

¹ Формирование таких пучков осуществляется адиабатически плавным включением ондуляторного поля.

² Заметим, что наряду с (6) в рассматриваемой системе возможно излучение на комбинационных резонансах $\omega - \hbar v_{\parallel*} = \hbar_u v_{\parallel*} (1 \mp \Gamma)$, сопровождающееся раскачкой осцилляций около равновесной траектории с частотой Ω [14-18].

где $J=2\pi I_0/I_A h_u^2 S$, I_0 — невозмущенный ток пучка, $I_A=mc^3/e$, S — площадь поперечного сечения пространства взаимодействия; величины $p_{\perp*}(\gamma)$, $p_{\parallel*}(\gamma)$ — невязные функции γ , определяемые посредством соотношения (4).

Граничные условия к уравнениям (7) имеют вид

$$\alpha_s(0) = \alpha_{s0}, \quad \gamma(0) = \gamma_0, \quad \Theta(0) = \Theta_0 \in [0; 2\pi).$$

Второй член в правой части первого из уравнений (7) представляет собой первый член ряда, описывающего поле пространственного заряда. При записи этого поля считалось, что толщина пучка b мала в масштабе поперечной неоднородности поля ондулятора $h_u b \ll 1$, но велика в масштабе длины комбинационной волны в сопровождающей системе отсчета [6] $\gamma_0 h_u b \gg 1$. Последнее предположение позволяет при описании кулоновского поля считать пучок безграничным в поперечном направлении. Оба эти приближения совместимы в случае ультрарелятивистских электронных пучков $\gamma_0 \gg 1$.

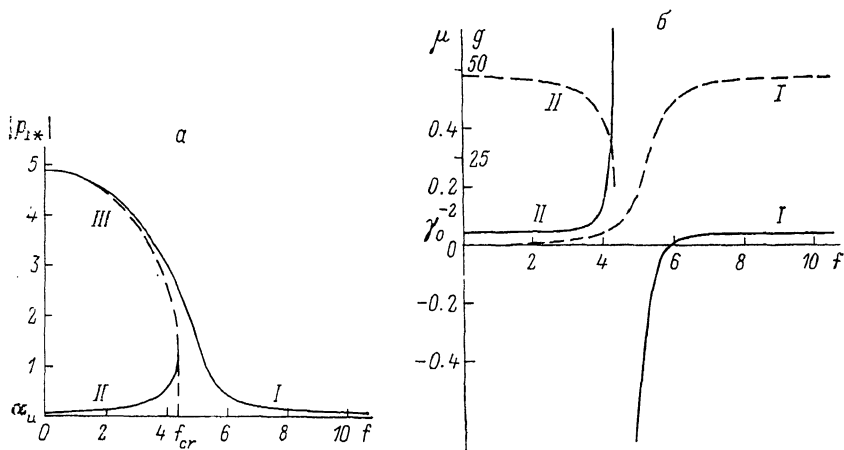


Рис. 1. Зависимость от напряженности ведущего магнитного поля f модуля поперечного импульса электрона на стационарной траектории (а), а также параметра группировки μ (сплошная линия) и коэффициента преобразования частоты g (штриховая линия) на ветвях стационарных состояний I и II (б).

$$\gamma = 5, \quad \alpha_{\text{н}} = 0.1.$$

3. В режиме малого сигнала $\alpha_s \rightarrow 0$, путем замены переменных $\alpha'_s = \alpha_s e^{i\Delta Z}$, $\Theta = \Delta Z + \Theta_0 + \vartheta$, $w = 1 - (\gamma/\gamma_0)$, где $\Delta = g(\beta_{\parallel}^{-1} - 1) - 1$, предполагая, что $|\vartheta|$, $|w| \ll 1$, после линеаризации уравнений (7) для усредненных по начальным фазам величин

$$\bar{w} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} w e^{-i\Theta_0} d\Theta_0, \quad \bar{\vartheta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vartheta e^{-i\Theta_0} d\Theta_0$$

получим систему уравнений³

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha'_s}{dZ} - i\Delta\alpha'_s &= J \frac{P_{\perp 0}}{P_{\parallel 0}} \bar{\vartheta} - iJ \frac{\gamma_0^2 \alpha_u}{\Gamma_0^2 P_{\parallel 0}^3} \bar{w}, \\ \frac{d\bar{w}}{dZ} &= -i \frac{P_{\perp 0}}{2\gamma_0 P_{\parallel 0}} \alpha'_s - i \frac{q^2 \mu_0 P_{\parallel 0}}{g \gamma_0} \bar{w} - \frac{q^2}{g} \bar{\vartheta}, \\ \frac{d\bar{\vartheta}}{dZ} &= g \mu_0 \bar{w} - \frac{\gamma_0 \alpha_u}{2\Gamma_0^2 P_{\parallel 0}^3} \alpha'_s, \end{aligned} \quad (8)$$

где $q^2 = 2gJ/P_{\parallel 0}(1+g)$ — параметр пространственного заряда.

³ Индекс нуль соответствует невозмущенному значению величин на стационарной траектории в отсутствие сигнальной волны.

Представляя решение в виде $\alpha'_s, \bar{\Phi}, \bar{w} \sim e^{i\lambda z}$, приходим к дисперсионному уравнению третьего порядка, совпадающему с результатами линейной теории [15, 17, 18] в случае малой плотности электронного пучка $J \ll 1$

$$(\lambda^2 - q^2 \mu_0)(\lambda - \Delta) = \frac{J g \mu_0 p_{\perp 0}^2}{2 \gamma_0 p_{\parallel 0}^2} + \frac{J \lambda \gamma_0 \alpha_u p_{\perp 0}}{\Gamma_0^2 p_{\parallel 0}^2}. \quad (9)$$

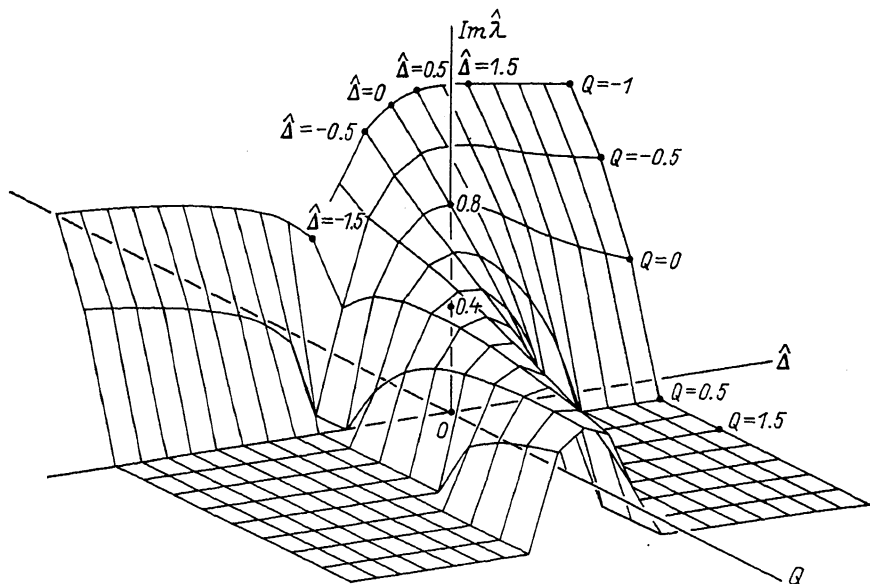
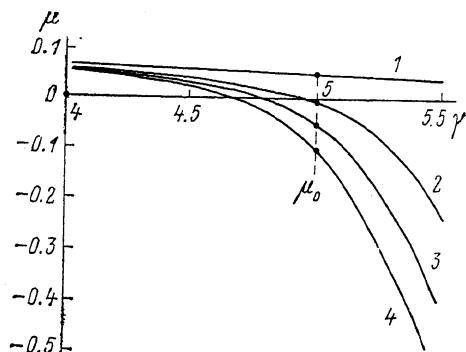


Рис. 2. Зависимость инкремента от параметров $\hat{\Delta}$ и Q .

В уравнениях (8), (9)

$$\mu = -\gamma \frac{d\beta_{\parallel*}}{d\gamma} = \frac{\gamma \alpha_u (\alpha_u - p_{\parallel*}^3)}{p_{\perp*}^2 p_{\parallel*}^3 \Gamma^2} \quad (10)$$

— параметр инерционной группировки, характеризующий зависимость поступательной скорости частиц, находящихся на равновесной траектории, от их энергии (рис. 1, б).



Второй член в правой части (9) обусловлен силовой, а первый — инерционной группировкой электронов (ср. с [20]). Если амплитуда ондуляторного поля достаточно мала, так что выполнено

Рис. 3. Зависимость параметра группировки μ от энергии частиц γ при $\alpha_u = 0.1$ и равных значениях продольного магнитного поля f .
1 — 10, 2 — 5.85, 3 — 5.65, 4 — 5.52.

условие $\beta_{\perp*} \ll \gamma_0^{-1}$, то силовой группировкой можно пренебречь и представить дисперсионное уравнение в виде [17]

$$(\hat{\lambda}^2 - Q)(\hat{\lambda} - \hat{\Delta}) + 1 = 0, \quad (11)$$

где $\hat{\lambda} = -\lambda C^{-1} \text{sign } \mu_0$, $\hat{\Delta} = -\Delta C^{-1} \text{sign } \mu_0$, $Q = q^2 \mu_0 C^{-2}$, $C = [Jg | \mu_0 | p_{\perp 0}^2 / 2 \gamma_0 p_{\parallel 0}^2]^{1/2}$ — аналог параметра Пирса.

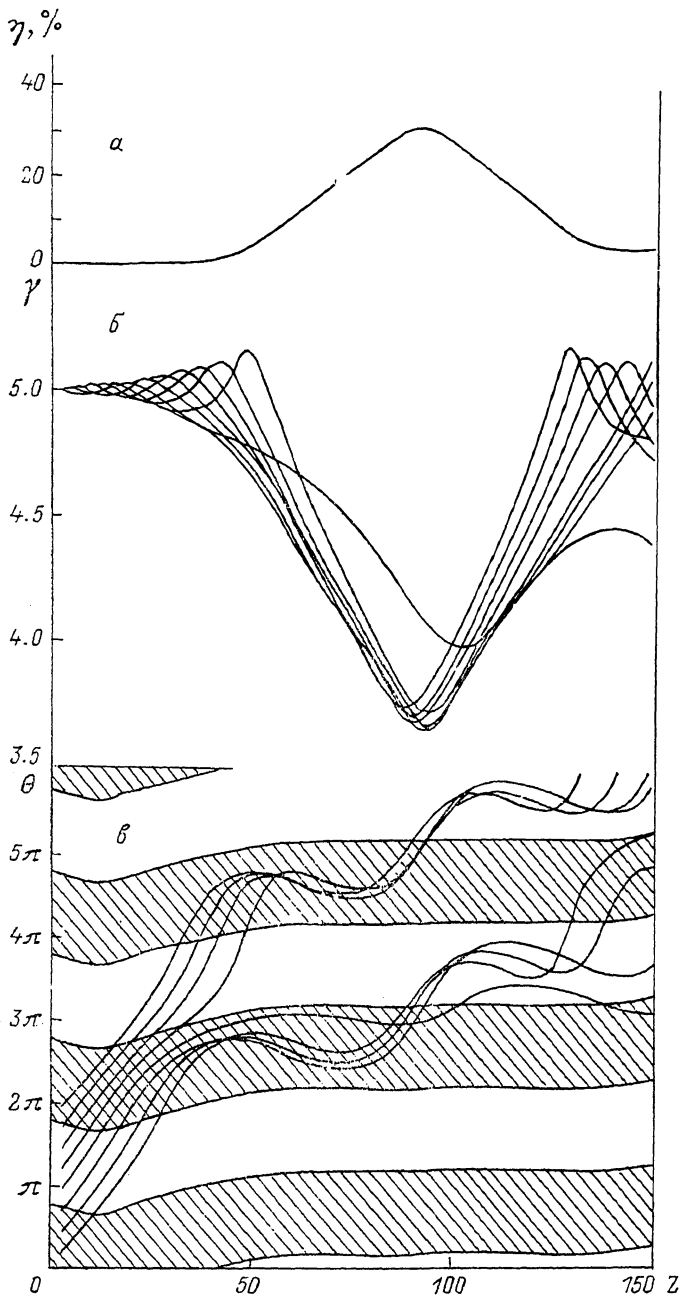


Рис. 4. Зависимость КПД (а), энергий частиц γ (б) и их фаз θ (в) от продольной координаты Z в оптимальном по КПД режиме усиления.

$\alpha_u=0.1, \mu_0=-0.24, f=5.31, g=27, \Delta=0.21, J=0.1$. На рис. 4, в заштрихована область тормозящих фаз.

Численное исследование уравнения (11) представлено на рис. 2.⁴ При $Q > 0$ (т. е. $\mu_0 > 0$) неустойчивость имеет место в некоторой полосе расстройк $\hat{\Delta}$. В случае малого пространственного заряда $Q \ll 1$ максимальный инкремент [7, 8]

$$|\operatorname{Im} \lambda| = \frac{\sqrt{3}}{2} \left[\frac{Jg |\mu_0| p_{i0}^2}{2p_{i0}^2 \gamma_0} \right]^{1/3} \quad (12)$$

достигается при $\hat{\Delta} = 0$. С ростом Q для фиксированного значения параметра Пирса C инкремент падает, а полоса расстройк $\hat{\Delta}$, при которых имеет место

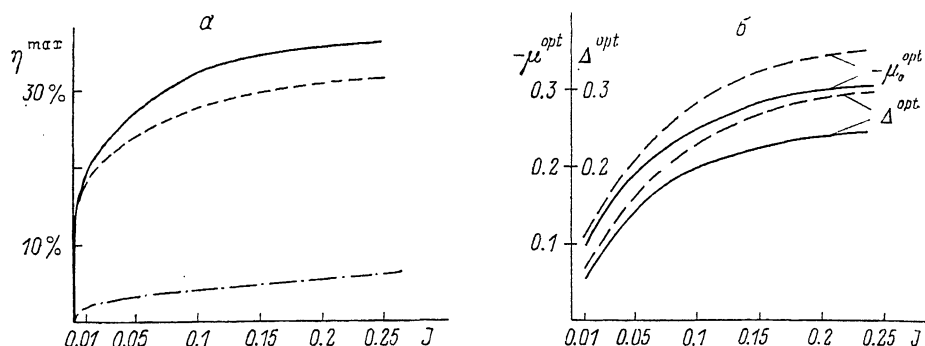


Рис. 5. Зависимость максимального КПД η^{\max} (а) и оптимальных параметров Δ и μ_0 (б) от параметра тока J ($\gamma_0 = 5$, $\alpha_u = 0.1$) без учета влияния поля пространственного заряда (сплошные кривые) и с его учетом (штриховые кривые). Штрихпунктир на рис. 5, а — максимальный КПД в режиме $\mu \approx \gamma_0^{-2}$ ($f = 10$).

неустойчивость, сужается (рис. 2). Если параметр инерционной группировки $\mu_0 < 0$, т. е. продольная скорость уменьшается с ростом энергии электрона (эффект отрицательной массы) (ср. с [21, 22]), то продольные возмущения плотности пространственного заряда неустойчивы при любых значениях расстройки $\hat{\Delta}$. С ростом величины параметра пространственного заряда $|Q|$ максимальное значение инкремента в этом случае возрастает (рис. 2).

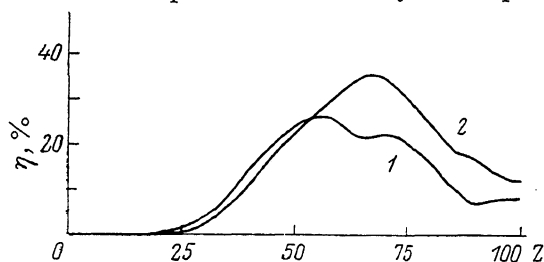


Рис. 6. Зависимость КПД от продольной координаты Z с учетом влияния пространственного заряда (1) и без него (2).

$\gamma_0 = 5$, $\alpha_u = 0.1$, $\mu_0 = -0.28$, $f = 5.27$, $g = 26$, $\Delta = 0.24$, $J = 0.25$.

4. Перейдем теперь к анализу нелинейной стадии усиления на основе уравнений (7). Как известно, величина полного КПД определяется величиной параметра инерционной группировки μ , причем при уменьшении этого параметра наблюдается тенденция к росту КПД. В отсутствие ведущего магнитного поля ($f = 0$) (или при значительном удалении величины этого поля от резонансного значения $f \approx \gamma_0$) параметр группировки $\mu \approx \gamma_0^{-2}$. При этом в режимах с большим преобразованием частоты $g \approx 2\gamma_0^2$ КПД сравнительно невелик $\eta \sim 1/2N$ и определяется числом периодов ондулятора N на длине порядка обратного инкремента.

Наличие продольного магнитного поля в области напряженностей $f \approx \approx \gamma_0 (1 + \alpha_u^{2/3})$ на ветви стационарных решений I (рис. 1) позволяет достигать сколь угодно малых значений μ (рис. 1, б). В этой области параметров важным

⁴ При произвольном знаке параметра пространственного заряда это уравнение исследовалось для МЦР в докладе Э. Б. Абубакирова, В. Л. Братмана на VIII Всесоюзном семинаре по колебательным явлениям в потоках заряженных частиц (Ленинград, СЭПИ, 1981 г.), откуда заимствован рис. 2.

обстоятельством становится зависимость параметра группировки от энергии электронов (рис. 3). Если параметры системы выбрать так, что начальной энергии электронов соответствует точка μ_0 на рис. 3, то, как нетрудно видеть, у тормозящихся электронов текущий параметр группировки будет по модулю уменьшаться, а у ускоряющихся увеличиваться. Соответственно первые будут дольше удерживаться в синхронизме и отдавать энергию волне. Движение электронов для оптимальных вариантов параметров μ_0^{opt} и Δ^{opt} показано на рис. 4, из которого видно, что все частицы пучка продолжительное время удерживаются в тормозящей фазе волны, образуя компактный фазовый сгусток. Этот процесс приводит к увеличению эффективности энергообмена по сравнению со случаем отсутствия магнитного поля (ср. сплошную кривую и штрихпунктир на рис. 5, а). Следует также подчеркнуть, что относительно большое абсолютное значение оптимальной величины μ_0 (рис. 5, б) благоприятно с точки зрения получения высоких коэффициентов усиления на начальной (линейной) стадии взаимодействия.

Влияние ВЧ пространственного заряда иллюстрирует рис. 6. Из сравнения кривых 1 и 2, полученных с учетом пространственного заряда и без него, видно, что «эффект отрицательной массы», реализующийся при $\mu_0 < 0$, приводит к росту инкрементов. В то же время эффективность энергообмена (как и в МЦР [22]) несколько снижается, а оптимальные значения $|\mu_0^{\text{opt}}|$ и Δ^{opt} возрастают (рис. 5).

В заключение используем приведенные выше результаты для оценки параметров ЛСЭ усилителя с током пучка $I_0 = 1$ кА, энергией электронов $\mathcal{E} = 2$ МэВ, периодом ондулятора $d = 3$ см, напряженностью ондуляторного поля $H_z = 0.36$ кЭ ($a_u = 0.1$) и площадью волноводного канала $S \approx 75$ мм². При указанных параметрах $J = 0.1$ и, согласно рис. 5, $\eta_{\text{max}} \approx 30\%$ достигается при $\mu_0 = -0.24$ $f = 5.3$ ($H_0 \approx 20$ кЭ). Соответственно коэффициент «преобразования» частоты $g \approx 30$ и длина волны излучения 1 мм. Инкремент усиления в описанном режиме $|\text{Im } \lambda| \approx 0.2$ см⁻¹. Выходная мощность излучения $P \sim 600$ МВт.

Список литературы

- [1] Birkett D. S., Marshall T. C., Schlesinger S. P., McDermott D. B. // IEEE J. Quant. Electr. 1981. Vol. QE-17. N 8. P. 1348—1354.
- [2] Jackson R. H., Gold S. H., Parker R. K. et al. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 346—356.
- [3] Ельчинов А. С., Коровин С. Д., Месля Г. А., Ростов В. В. // Письма в ЖТФ. 1984. Т. 10. Вып. 18. С. 113—115.
- [4] Hartemann F., Buzzi J. M. // Proc. X Intern. FEL. Conf. Jerusalem, 1988. P. 53—55.
- [5] Wurtele J. S., Chu R., Fajans J. // Mas. I. of Tec. 1989. PFC/JA-89-54.
- [6] Гинзбург Н. С. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1983. Вып. 3. С. 26—96.
- [7] Кондраченко А. М., Салдин Е. Л. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 8. С. 1633—1641.
- [8] Freund H. P., Sprangle P., Dillenburg I. et al. // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 24. N 4. P. 1965—1979.
- [9] Freund H. P., Johnston S., Sprangle P. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 322—327.
- [10] Freund H. P., Gold S. H. // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. N 11. P. 926—930.
- [11] Ganguly A. K., Freund H. P. // IEEE Plasma Sci. 1988. Vol. 16. N 2. P. 167—177.
- [12] Fajans T., Bekefi G., Yin V. Z., Lax B. // Phys. Fluids. 1985. Vol. 28. N 6. P. 1995—2007.
- [13] Гинзбург Н. С., Петелин М. И. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1984. Вып. 4. С. 49.
- [14] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1709—1717.
- [15] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. № 11. С. 1371—1378.
- [16] Гинзбург Н. С., Песков Н. Ю. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 5. С. 859—869.
- [17] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В., Песков Н. Ю. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1990. Вып. 6. С. 83.
- [18] Артамонов А. С., Иноземцев Н. И. // РИЭ. 1989. Т. 34. № 3. С. 593—600.
- [19] Базылев В. А., Тулунов А. В. // Квантовая электрон. 1990. Т. 17. № 2. С. 156—159.
- [20] Братман В. Б., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. Вып. 1. С. 157.
- [21] Коломенский А. А., Лебедев А. Н. // Атомная энергия. 1959. Т. 7. С. 549—557.
- [22] Братман В. Л. // ЖТФ. 1976. Т. 46. Вып. 10. С. 2030—2036.