07; 08

ТЕОРИЯ СВЯЗИ ОПТИЧЕСКИХ МОД В ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ СТРУКТУРАХ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ОПТИКИ И АКУСТООПТИКИ

А. А. Барыбин, М. Г. Степанова

Излагается общая теория связи оптических мод, базирующаяся на теории возбуждения волноводов заданными токами. Задача решается в самосогласованном виде при статическом и параметрическом возмущении с учетом как дискретного, так и непрерывного спектров открытых структур.

Получена система связанных уравнений и найдены коэффициенты связи мод на различных частотах. Эти уравнения применимы к анализу различных физических явлений, лежащих в основе работы устройств интегральной оптики и акустооптики.

1. Основой работы большинства устройств интегральной оптики и акустооптики является взаимодействие волн в диэлектрических тонкопленочных волноводах, использующее различные оптико-физические явления. Эти явления в конечном итоге приводят к соответствующему статическому или динамическому возмущению диэлектрической проницаемости волноводной среды.

Анализ взаимодействия оптических мод основывается на теории связи волн в возмущенном диэлектрическом волноводе. Эти вопросы рассматривались в ряде монографий по теории оптических волноводов [1-4]. Методы анализа, использованные разными авторами, отличаются многообразием, но не дают, к сожалению, единого взгляда на механизмы связи мод в различных устройствах интегральной оптики и акустооптики.

Излагаемая в данной работе теория связи оптических мод базируется на известной электродинамической теории возбуждения волноводов заданными токами [3, 5, 6]. Эта теория, основанная на лемме Лоренца и теореме взаимности, является электродинамическим аналогом известного математического метода вариации постоянных [7]. Источником возбуждения оптических мод является избыточный поляризационный ток среды, порожденный возмущением ее диэлектрической проницаемости. Поляризационный ток сам зависит от напряженности электрического поля этих мод. Это делает самосогласованной задачу о связи оптических мод в диэлектрическом волноводе с возбуждающим поляризационным током.

Наиболее близкой к используемому в данной работе электродинамическому подходу является теория связи оптических мод, изложенная в [3]. Однако в этой работе не учитываются продольные компоненты поляризационных токов (см. ниже разложение (9)), что является принципиальным при решении задачи в самосогласованной форме. В других работах [1, 2, 4] анализ оптических взаимодействий проводится лишь для выделенной пары связанных мод и поэтому носит частный характер (тем более, что вывод уравнений связанных волн выполнен в так называемом параболическом приближении).

В излагаемой ниже теории предполагается, что известны дисперсионные характеристики и структура полей для оптических мод невозмущенного волновода, а также задано возмущение диэлектрической проницаемости среды в виде пространственной и временнóй зависимости избыточного тензора $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}$

$(\mathbf{r}, t) = \overleftrightarrow{\varepsilon}(\mathbf{r}, t) - \varepsilon\overleftrightarrow{I}$ (где ε и $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ — диэлектрические проницаемости невозмущенного и возмущенного волноводов, $\overleftrightarrow{I}$ — единичный тензор).

Использование теории возбуждения волноводов для решения задачи о связи оптических мод за счет возмущения диэлектрической проницаемости среды имеет в сравнении с электродинамической теорией [3, 5] следующие особенности: а) самосогласованность решения, б) многочастотный режим при параметрическом возмущении, в) учет непрерывного спектра для открытых диэлектрических волноводов.

2. Источником возбуждения электромагнитного поля в возмущенных в диэлектрических структурах является поляризационный ток

$$\mathbf{j}_p = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \tag{1}$$

порожденный избыточной поляризацией среды $\mathbf{P}$, вызванной возмущением ее диэлектрической проницаемости. Это возмущение запишем в виде суммарного тензора

$$\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}(\mathbf{r}, t) = \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0(\mathbf{r}) + \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_1(\mathbf{r}, t), \tag{2}$$

слагаемые которого учитывают статическое $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0(\mathbf{r})$ и динамическое $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_1(\mathbf{r}, t)$ возмущения среды. Избыточная поляризация в свою очередь зависит от электрического поля

$$\mathbf{P} = \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon} \cdot \mathbf{E}, \tag{3}$$

где точка означает скалярное произведение.

Конкретная форма тензора $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}$ определяется либо «геометрическими» неоднородностями структуры (например, при периодическом возмущении границы волновода или в случае двух связанных волноводов), либо «физическими» неоднородностями, порожденными электро-, магнито- и акустооптическим и эффектами [2, 8, 9]. «Геометрические» неоднородности, а также статические возмущающие поля приводят к появлению статического возмущения диэлектрической проницаемости $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0(\mathbf{r})$.

Переменные во времени возмущающие поля (электрические, магнитные, акустические) приводят к динамическим возмущениям диэлектрической проницаемости $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_1(\mathbf{r}, t)$. Будем рассматривать параметрические явления, когда диэлектрическая проницаемость изменяется гармонически с частотой накачки ω_p

$$\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_1(\mathbf{r}, t) = \overleftrightarrow{\delta\varepsilon}(\mathbf{r})\, e^{i\omega_p t} + \overleftrightarrow{\delta\varepsilon}^*(\mathbf{r})\, e^{-i\omega_p t}. \tag{4}$$

Здесь и далее звездочка сверху означает комплексное сопряжение. Параметрическое возмущение (4) порождает в волноводе многочастотный режим, при котором поля представляются суммой гармоник

$$\mathbf{E} = \sum_\nu \mathbf{E}^{(\nu)} e^{i\omega_\nu t}, \quad \mathbf{P} = \sum_\nu \mathbf{P}^{(\nu)} e^{i\omega_\nu t} \tag{5}$$

с комбинационными частотами

$$\omega_\nu = \omega + \nu\omega_p, \quad \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \tag{6}$$

где ω — частота оптического сигнала.

Подстановка (2), (4) и (6) в (3) позволяет связать комплексную амплитуду поляризации $\mathbf{P}^{(\nu)}$ на частоте ω_ν с комплексными амплитудами электрического поля $\mathbf{E}^{(\nu)}$ и $\mathbf{E}^{(\nu\pm 1)}$ на частотах ω_ν и $\omega_{\nu\pm 1} = \omega_\nu \pm \omega_p$ с помощью соотношения

$$\mathbf{P}^{(\nu)} = \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{E}^{(\nu)} + \overleftrightarrow{\delta\varepsilon} \cdot \mathbf{E}^{(\nu-1)} + \overleftrightarrow{\delta\varepsilon}^* \cdot \mathbf{E}^{(\nu+1)}. \tag{7}$$

Следовательно, динамическое возмущение $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_1$ в форме (4) связывает поляризацию на частоте ω_ν с электрическими полями ближайших частотных «соседей» $\omega_{\nu\mp 1}$, а статическое возмущение $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_0}$ — с электрическим полем той же частоты.

3. Поскольку параметрическое возмущение оставляет систему линейной по сигналу, то теория возбуждения волноводов [5, 6] остается справедливой в этом случае для каждой отдельной гармоники в частотой ω_ν. В области источников, где заданы распределения возбуждающих поляризационных токов, электромагнитное поле удовлетворяет неоднородным уравнениям Максвелла. Имея в виду (1), запишем эти уравнения для комплексных амплитуд на частоте ω_ν

$$\operatorname{rot}\mathbf{E}^{(\nu)} = -i\omega_\nu\mu\mathbf{H}^{(\nu)},$$
$$\operatorname{rot}\mathbf{H}^{(\nu)} = i\omega_\nu\varepsilon\mathbf{E}^{(\nu)} + i\omega_\nu\mathbf{P}^{(\nu)}. \tag{8}$$

Как известно [5], решение неоднородных уравнений Максвелла в области источников представляется в виде разложений по собственным волнам (модам) невозмущенного волновода

$$\mathbf{E}^{(\nu)}(x, y, z) = \sum_n A_n^{(\nu)}(z)\,\mathbf{E}_n^{(\nu)}(x, y, z) - \frac{\mathbf{e}_z}{\varepsilon}P_z^{(\nu)}(x, y, z), \tag{9}$$

$$\mathbf{H}^{(\nu)}(x, y, z) = \sum_n A_n^{(\nu)}(z)\,\mathbf{H}_n^{(\nu)}(x, y, z) \tag{10}$$

с искомыми коэффициентами разложения $A_n^{(\nu)}(z)$, зависящими от продольной координаты z внутри области источников, где $\mathbf{e}_z$ — орт продольной оси волновода.

Амплитуда $A_m^{(\nu)}(z)$ m-й моды находится из уравнения возбуждения [3, 6]

$$\frac{dA_m^{(\nu)}}{dz} = \frac{i\omega_\nu}{N_m^{(\nu)}}\int_S \mathbf{P}^{(\nu)}\cdot\mathbf{E}_m^{(\nu)*}dS \tag{11}$$

при известном распределении поляризационного тока $\mathbf{j}_p^{(\nu)} = i\omega_\nu\mathbf{P}^{(\nu)}$. Использование (7) и (9) в правой части (11) приводит задачу возбуждения к самосогласованной форме.

В выражениях (9), (10) поля $\mathbf{E}_n^{(\nu)}(x, y, z)$ и $\mathbf{H}_n^{(\nu)}(x, y, z)$ принадлежат n-й моде и удовлетворяют однородным уравнениям Максвелла на частоте ω_ν. Они могут быть записаны в виде

$$\mathbf{E}_n^{(\nu)}(x, y, z) = \hat{\mathbf{E}}_n^{(\nu)}(x, y)\,e^{-i\beta_n^{(\nu)}z};$$
$$\mathbf{H}_n^{(\nu)}(x, y, z) = \hat{\mathbf{H}}_n^{(\nu)}(x, y)\,e^{-i\beta_n^{(\nu)}z}, \tag{12}$$

где $\hat{\mathbf{E}}_n^{(\nu)}(x, y)$, $\hat{\mathbf{H}}_n^{(\nu)}(x, y)$ — мембранные функции полей, зависящие от поперечных координат оптического волновода (что отмечено уголком сверху); $\beta_n^{(\nu)}$ — фазовая постоянная n-й моды на частоте ω_ν.

Норма m-й моды $N_m^{(\nu)}$, стоящая в уравнении (11), входит в соотношение ортонормировки мод дискретного спектра [3, 6]

$$\int_S [\hat{\mathbf{E}}_m^{(\nu)}\times\hat{\mathbf{H}}_n^{(\nu)*} + \hat{\mathbf{E}}_m^{(\nu)*}\times\hat{\mathbf{H}}_m^{(\nu)}]\cdot\mathbf{e}_z dS = \delta_{mn}N_m^{(\nu)}, \tag{13}$$

где S — поперечное сечение оптического волновода, δ_{mn} — символ Кронекера, и равняется левой части равенства (13) при $m=n$.

В устройствах интегральной оптики используются открытые планарные и полосковые диэлектрические волноводы. Поля открытых волноводов, кроме дискретного спектра волноводных мод, содержат также непрерывный спектр излучательных мод [3, 4, 10], с учетом которого формула (9) принимает вид

$$\mathbf{E}_n^{(\nu)}(x, y, z) = \sum_n A_n^{(\nu)}(z)\,\mathbf{E}_n^{(\nu)}(x, y, z) +$$
$$+\int_S A^{(\nu)}(z; \xi)\,\mathbf{E}^{(\nu)}(x, y, z; \xi)\,d\xi - \frac{\mathbf{e}_z}{\varepsilon}P_z^{(\nu)}(x, y, z). \tag{14}$$

Принадлежность моды непрерывному спектру под интегралом в (14) отмечается с помощью поперечного волнового числа ξ внешней (полуограниченной) среды, которое связано с продольным волновым числом $k_z \equiv \beta$ соотношением (индекс b соответствует внешней среде)

$$\xi \equiv k_{yb} = \sqrt{k_b^2 - k_z^2} = \sqrt{\omega^2 \varepsilon_b \mu_b - \beta^2}.$$

Поля излучательных мод непрерывного спектра аналогично (12) с заменой индексов n на аргументы ξ представляются в виде

$$\mathbf{E}^{(\nu)}(x, y, z; \xi) = \hat{\mathbf{E}}^{(\nu)}(x, y; \xi) e^{-i\beta^{(\nu)}(\xi) z},$$
$$\mathbf{H}^{(\nu)}(x, y, z; \xi) = \hat{\mathbf{H}}^{(\nu)}(x, y; \xi) e^{-i\beta^{(\nu)}(\xi) z}. \qquad (15)$$

Амплитуды излучательных мод $A^{(\nu)}(z; \xi)$ определяются из уравнения возбуждения, аналогичного (11), при замене индексов m на переменную ξ для непрерывного спектра. Норма $N^{(\nu)}(\xi)$ излучательной моды в отличие от (13) вычисляется как коэффициент перед δ-функцией в соотношении ортонормировки мод непрерывного спектра [11], например для планарного волновода ширины w (по оси x)

$$w \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{\mathbf{E}}^{(\nu)}(y; \xi) \times \hat{\mathbf{H}}^{(\nu)*}(y; \xi') + \hat{\mathbf{E}}^{(\nu)*}(y; \xi') \times \hat{\mathbf{H}}^{(\nu)}(y; \xi)] \cdot \mathbf{e}_z dy = \delta(\xi - \xi') N^{(\nu)}(\xi). \qquad (16)$$

В дальнейшем для упрощения записи вместо (14) будем использовать выражение (9), понимая сумму в обобщенной форме, включающей интеграл по непрерывному спектру в разложении (14). При восстановлении непрерывного спектра индекс n дискретного спектра заменяется на переменную ξ непрерывного спектра, вместо знака суммирования по n пишется интеграл по ξ и поля дискретных волноводных мод $\mathbf{E}_n$, $\mathbf{H}_n$ заменяются полями излучательных мод $\mathbf{E}(\xi)$, $\mathbf{H}(\xi)$.

4. Определение связи волн в оптических волноводах проводится в самосогласованной постановке задачи возбуждения, т. е. при совместном решении уравнений (7), (9) и (11). Подставляя в (7) выражение (9) для $\mathbf{E}^{(\nu)}$ и аналогичные выражения для $\mathbf{E}^{(\nu\pm1)}$, находим величину $P_z^{(\nu)} = \mathbf{e}_z \cdot \mathbf{P}^{(\nu)}$

$$P_z^{(\nu)} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{zz}^c} \sum_n \Big[A_n^{(\nu)} \big(\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_0} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu)}\big) + A_n^{(\nu-1)} \big(\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu-1)}\big) + A_n^{(\nu+1)} \big(\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon^*} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu+1)}\big) \Big] -$$
$$- \frac{\delta\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{zz}^c} P_z^{(\nu-1)} - \frac{\delta\varepsilon_{zz}^*}{\varepsilon_{zz}^c} P_z^{(\nu+1)}, \qquad (17)$$

где

$$\varepsilon_{zz}^c = \varepsilon + \Delta\varepsilon_{zz}, \quad \Delta\varepsilon_{zz} = \mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_0} \cdot \mathbf{e}_z, \quad \delta\varepsilon_{zz} = \mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon} \cdot \mathbf{e}_z. \qquad (18)$$

В общем случае выражение (17) представляет собой систему зацепляющихся уравнений относительно амплитуд различных частотных компонент продольной составляющей поляризации. Получить точное решение такой системы не представляется возможным. Решим ее методом последовательных приближений по малому параметру

$$\delta = |\delta\varepsilon_{ij}^{\max}| / |\varepsilon_{zz}^c|,$$

представляя $P_z^{(\nu)}$ в виде

$$P_z^{(\nu)} = {}^{(0)}P_z^{(\nu)} + {}^{(1)}P_z^{(\nu)} + {}^{(2)}P_z^{(\nu)} + \ldots, \qquad (19)$$

где номер приближения обозначен верхним индексом (r) слева, при этом $|{}^{(r)}P_z^{(\nu)}| \sim \delta^r$.

Подставляя (19) в (17) и приравнивая члены одного порядка малости, получаем

$$^{(0)}P_z^{(\nu)} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{zz}^c} \sum_n A_n^{(\nu)} \big(\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_0} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu)}\big), \qquad (20)$$

$$ {}^{(1)}P_z^{(\nu)} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{zz}^c} \sum_n \left[A_n^{(\nu-1)} \left(\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon} \cdot \mathscr{E}_n^{(\nu-1)} \right) + A_n^{(\nu+1)} \left(\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon}^* \cdot \mathscr{E}_n^{(\nu+1)} \right) \right], \tag{21} $$

$$ {}^{(r)}P_z^{(\nu)} = \frac{\delta\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{zz}^c} \, {}^{(r-1)}P_z^{(\nu-1)} + \frac{\delta\varepsilon_{zz}^*}{\varepsilon_{zz}^c} \, {}^{(r+1)}P_z^{(\nu+1)}, \quad r \geqslant 2, \tag{22} $$

где

$$ \mathscr{E}_n^{(\nu\mp1)} = \left(\overleftrightarrow{I} - \frac{\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z \cdot \Delta\varepsilon_0}{\varepsilon_{zz}^c} \right) \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu\mp1)}, $$

$\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z$ — диадное произведение двух продольных ортов $\mathbf{e}_z$.

Решение нулевого приближения, даваемое формулой (20), содержит лишь статическое возмущение среды $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0$ и при $\delta\varepsilon=0$ является точным. Динамическое возмущение $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon}$, появляющееся в решении (21) первого приближения, вызывает «размножение» частот. Повышение порядка приближения $r \geqslant 2$ увеличивает число частотных составляющих спектра, учитываемых при анализе, что следует из (22). Отсюда же видно, что сходимость итерационного процесса будет обеспечиваться условием $| {}^{(r)}P_z |/| {}^{(r-1)}P_z | \sim \delta < 1$. При $\delta \ll 1$, что обычно имеет место при параметрическом возмущении, можно пренебречь высшими приближениями (22), записав (19) в первом приближении (которым ниже и будем ограничиваться):

$$ P_z^{(\nu)} = {}^{(0)}P_z^{(\nu)} + {}^{(1)}P_z^{(\nu)}. $$

В этом случае каждая частотная компонента спектра $\omega_\nu = \omega + \nu\omega_p$ взаимодействует только со своими ближайшими соседями на частотах $\omega_{\nu\mp1} = \omega_\nu \mp \omega_p$. На основании (9), (20) и (21) получаем выражение для комплексной амплитуды электрического поля

$$ \mathbf{E}^{(\nu)} = \sum \left[A_n^{(\nu)} \mathscr{E}_n^{(\nu)} - A_n^{(\nu-1)} \frac{\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon}}{\varepsilon_{zz}^c} \cdot \mathscr{E}_n^{(\nu-1)} - A_n^{(\nu+1)} \frac{\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon}^*}{\varepsilon_{zz}^c} \cdot \mathscr{E}_n^{(\nu+1)} \right]. \tag{23} $$

Подставляя выражение (23) для $\mathbf{E}^{(\nu)}$ и аналогичные выражения для $\mathbf{E}^{(\nu\pm1)}$ в соотношение (7), находим комплексную амплитуду поляризации на частоте ω_ν

$$ \mathbf{P}^{(\nu)} = \sum_n \{ A_n^{(\nu)} (\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_\Sigma \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu)}) + A_n^{(\nu-1)} (\overleftrightarrow{\delta\varepsilon}_\Sigma \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu-1)}) + A_n^{(\nu+1)} (\overleftrightarrow{\delta\varepsilon}_\Sigma^* \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu+1)}) \}, \tag{24} $$

где введены обозначения результирующих тензоров диэлектрического возмущения

$$ \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_\Sigma = \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0 \cdot \left(\overleftrightarrow{I} - \frac{\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0}{\varepsilon_{zz}^c} \right), \tag{25} $$

$$ \overleftrightarrow{\delta\varepsilon}_\Sigma = \left(\overleftrightarrow{I} - \frac{\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0 \cdot \mathbf{e}_z\mathbf{e}_z}{\varepsilon_{zz}^c} \right) \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon} \cdot \left(\overleftrightarrow{I} - \frac{\mathbf{e}_z\mathbf{e}_z \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon}_0}{\varepsilon_{zz}^c} \right). \tag{26} $$

Восстанавливая в выражении (24) интеграл по непрерывному спектру и подставляя это выражение в уравнение возбуждения (11), получаем систему связанных уравнений относительно неизвестных амплитуд $A_n^{(\nu)}(z)$ и $A^{(\nu)}(z;\xi)$ мод дискретного и непрерывного спектров

$$ \frac{dA_m^{(\nu)}}{dz} = \sum_n (C_{mn}^{(\nu,\nu)} A_n^{(\nu)} + C_{mn}^{(\nu,\nu-1)} A_n^{(\nu-1)} + C_{mn}^{(\nu,\nu+1)} A_n^{(\nu+1)}) + $$

$$ + \int_S (C_m^{(\nu,\nu)}(\xi') A^{(\nu)}(\xi') + C_m^{(\nu,\nu-1)}(\xi') A^{(\nu-1)}(\xi') + C_m^{(\nu,\nu+1)}(\xi') A^{(\nu+1)}(\xi'))\, d\xi', \tag{27} $$

$$ \frac{\partial A^{(\nu)}(\xi)}{\partial z} = \sum_n (C_n^{(\nu,\nu)}(\xi) A_n^{(\nu)} + C_n^{(\nu,\nu-1)}(\xi) A_n^{(\nu-1)} + C_n^{(\nu,\nu+1)}(\xi) A_n^{(\nu+1)}) + $$

$$ + \int_S (C^{(\nu,\nu)}(\xi,\xi') A^{(\nu)}(\xi') + C^{(\nu,\nu-1)}(\xi,\xi') A^{(\nu-1)}(\xi') + C^{(\nu,\nu+1)}(\xi,\xi') A^{(\nu+1)}(\xi'))\, d\xi'. \tag{28} $$

Коэффициенты связи между модами имеют вид

$$C_{mn}^{(\nu,\nu)} = -\frac{i\omega_\nu}{N_m^{(\nu)}} \int\limits_S (\mathbf{E}_m^{(\nu)*} \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_\Sigma} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu)})\, dS, \tag{29.1}$$

$$C_{mn}^{(\nu,\nu-1)} = -\frac{i\omega_\nu}{N_m^{(\nu)}} \int\limits_S (\mathbf{E}_m^{(\nu)*} \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu-1)})\, dS, \tag{29.2}$$

$$C_{mn}^{(\nu,\nu+1)} = -\frac{i\omega_\nu}{N_m^{(\nu)}} \int\limits_S (\mathbf{E}_m^{(\nu)*} \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma^*} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu+1)})\, dS, \tag{29.3}$$

$$C_m^{(\nu,\nu)}(\xi') = -\frac{i\omega_\nu}{N_m^{(\nu)}} \int\limits_S (\mathbf{E}_m^{(\nu)*} \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon} \cdot \mathbf{E}^{(\nu)}(\xi'))\, dS, \tag{30.1}$$

$$C_m^{(\nu,\nu-1)}(\xi') = -\frac{i\omega_\nu}{N_m^{(\nu)}} \int\limits_S (\mathbf{E}_m^{(\nu)*} \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma} \cdot \mathbf{E}^{(\nu-1)}(\xi'))\, dS, \tag{30.2}$$

$$C_m^{(\nu,\nu+1)}(\xi') = -\frac{i\omega_\nu}{N_m^{(\nu)}} \int\limits_S (\mathbf{E}_m^{(\nu)*} \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma^*} \cdot \mathbf{E}^{(\nu+1)}(\xi'))\, dS, \tag{30.3}$$

$$C_n^{(\nu,\nu)}(\xi) = -\frac{i\omega_\nu}{N^{(\nu)}(\xi)} \int\limits_S (\mathbf{E}^{(\nu)*}(\xi) \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_\Sigma} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu)})\, dS, \tag{31.1}$$

$$C_n^{(\nu,\nu-1)}(\xi) = -\frac{i\omega_\nu}{N^{(\nu)}(\xi)} \int\limits_S (\mathbf{E}^{(\nu)*}(\xi) \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu-1)})\, dS, \tag{31.2}$$

$$C_n^{(\nu,\nu+1)}(\xi) = -\frac{i\omega_\nu}{N^{(\nu)}(\xi)} \int\limits_S (\mathbf{E}^{(\nu)*}(\xi) \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma^*} \cdot \mathbf{E}_n^{(\nu+1)})\, dS, \tag{31.3}$$

$$C^{(\nu,\nu)}(\xi,\xi') = -\frac{i\omega_\nu}{N^{(\nu)}(\xi)} \int\limits_S (\mathbf{E}^{(\nu)*}(\xi) \cdot \overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_\Sigma} \cdot \mathbf{E}^{(\nu)}(\xi'))\, dS, \tag{32.1}$$

$$C^{(\nu,\nu-1)}(\xi,\xi') = -\frac{i\omega_\nu}{N^{(\nu)}(\xi)} \int\limits_S (\mathbf{E}^{(\nu)*}(\xi) \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma} \cdot \mathbf{E}^{(\nu-1)}(\xi'))\, dS, \tag{32.2}$$

$$C^{(\nu,\nu+1)}(\xi,\xi') = -\frac{i\omega_\nu}{N^{(\nu)}(\xi)} \int\limits_S (\mathbf{E}^{(\nu)*}(\xi) \cdot \overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma^*} \cdot \mathbf{E}^{(\nu+1)}(\xi'))\, dS. \tag{32.3}$$

Уравнения (27) и (28) отражают связь за счет диэлектрического возмущения мод дискретного и непрерывного спектров волновода на одной частоте и на ближайших частотах. Коэффициенты (29.1)—(29.3) учитывают связь m-й волноводной моды с другими дискретными модами структуры, а коэффициенты (30.1)—(30.3) — ее связь с излучательными модами (ξ' — переменная интегрирования непрерывного спектра в правой части (27), представляющая собой поперечное волновое число внешней среды). Коэффициенты (31.1)—(31.3) учитывают связь излучательной моды непрерывного спектра с волноводными модами дискретного спектра, а коэффициенты (32.1)—(32.3) — ее связь с другими излучательными модами.

Из выражений (29)—(32) видно, что по своей сути коэффициенты связи представляют собой матричные коэффициенты результирующих тензоров диэлектрического возмущения $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_\Sigma}$ и $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma}$. Статический тензор $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_\Sigma}$ в форме (25) вызывает связь между модами на одной частоте ω_ν, а динамические тензоры $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma}$ и $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma^*}$ в форме (26) — между модами на соседних частотах, при этом $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma}$ связывает частоты ω_ν и $\omega_{\nu-1}$, а $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon^*}$ — частоты ω_ν и $\omega_{\nu+1}$.

С учетом (12) и (15) каждый из коэффициентов связи (29)—(32) может быть записан с выделением зависимости от координаты z, например,

$$C_{mn}^{(\nu,\nu\mp1)}(z) = \hat{C}_{mn}^{(\nu,\nu\mp1)} \exp\{i[\beta_m^{(\nu)} - \beta_n^{(\nu\mp1)}]z\}. \tag{33}$$

Величины $\hat{C}_m^{(\nu,\nu\mp1)}$ в отличие от $C_m^{(\nu,\nu\mp1)}(z)$ не зависят от z и выражаются такими же интегралами, как в (29)—(32), но содержащими соответствующие мембранные функции полей (с уголками над векторами поля). Экспоненты в (33), содержащие зависимость от z, учитывают фазовый синхронизм (при $\beta_m \approx \beta_n$) или рассинхронизм (при $\beta_m \neq \beta_n$) взаимодействующих оптических мод.

Знание невозмущенных полей собственных мод волноведущей структуры и возмущающих воздействий $\overleftrightarrow{\Delta\varepsilon_\Sigma}$ и $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma}$ позволяет вычислить коэффициенты связи по формулам (29)—(32). Оценив коэффициенты связи, можно на основе теории связанных волн [12] выделить из общей системы уравнений (27), (28) наиболее сильно связанные синхронные моды и проанализировать режимы их взаимодействия.

Полученные уравнения связанных мод применимы для анализа различных физических явлений, приводящих к взаимодействию волн в диэлектрических структурах со статическими и динамическими неоднородностями, лежащими в основе работы разнообразных устройств интегральной оптики и акустооптики [1, 2, 8, 11]. В дополнение к уже известным результатам эти уравнения позволяют исследовать одновременное воздействие статических и динамических возмущений (например, дифракцию света на звуке в диэлектрическом волноводе с периодическим возмущением границы). Любой конкретный случай взаимодействия оптических мод дискретного и непрерывного спектров как в безграничных средах, так и в тонкопленочных структурах вытекает из представленной выше теории.

Применимость этой теории не ограничивается случаями статических или динамических неоднородностей, связанных с геометрическим возмущением границ волноводов или электрооптическими и акустооптическими эффектами в диэлектрических средах. Она приложима также к анализу процессов дифракции света на магнитостатических волнах (МСВ) в ферритовых пленках [9] или на волнах пространственного заряда (ВПЗ) в полупроводниковых пленках [13]. Для этого необходимо найти вклад в динамический тензор диэлектрической проницаемости $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma}$ от переменной намагниченности, вызванной МСВ, или от переменной плотности электронов, вызванной ВПЗ. Знание тензора $\overleftrightarrow{\delta\varepsilon_\Sigma}$ позволяет использовать общие уравнения (27)—(32) связанных оптических мод для анализа магнитооптических и электронно-оптических процессов при распространении света в ферритовых и полупроводниковых структурах.

Список литературы

[1] *Ярив А.* Введение в оптическую электронику / Под ред. О. В. Богданкевича. М.: Высшая школа, 1983. 400 с.

[2] *Ярив А., Юх П.* Оптические волны в кристаллах / Под ред. И. Н. Сисакяна. М.: Мир, 1987. 616 с.

[3] *Снайдер А., Лав Дж.* Теория оптических волноводов / Под ред. Е. М. Дианова, В. В. Шевченко. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.

[4] *Маркузе Д.* Оптические волноводы / Под ред. В. В. Шевченко. М.: Мир, 1974. 576 с.

[5] *Вайнштейн Л. А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.

[6] *Barybin A. A.* // J. Appl. Phys. 1975. Vol. 46. N 4. P. 1707—1720.

[7] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1984. 830 с.

[8] *Хаммер Дж.* // Интегральная оптика / Под ред. Т. А. Шмаонова. М.: Мир, 1978. 344 с.

[9] *Прохоров А. М.* и др. // УФН. 1984. Т. 143. № 1. С. 33—72.

[10] *Шевченко В. В.* Плавные переходы в открытых волноводах. М.: Наука, 1969. 192 с.

[11] *Когельник Г.* // Интегральная оптика / Под ред. Т. А. Шмаонова. М.: Мир, 1978. 344 с.

[12] *Люиселл У.* Связанные и параметрические колебания в электронике / Под ред. А. Н. Выставкина. М.: ИЛ, 1963. 360 с.

[13] *Барыбин А. А.* Волны в тонкопленочных полупроводниковых структурах с горячими электронами. М.: Наука, 1986. 288 с.

С.-Петербургский электротехнический институт
им. В. И. Ульянова (Ленина)

Поступило в Редакцию
21 декабря 1990 г.
В окончательной редакции
5 мая 1991 г.