

ИМПУЛЬСНЫЙ СИЛЬНОТОЧНЫЙ РАЗРЯД В ГЕЛИИ
ПРИ ВЫСОКОМ ДАВЛЕНИИ

Ф. Г. Бахит, А. М. Воронов, В. Н. Журавлев

Приведены результаты исследования сильноточного ($\mathcal{I}_m \sim 100$ кА) импульсного ($\tau \sim 100$ мкс) дугового разряда в гелии при высоком начальном давлении газа ($p_0 \sim 10-100$ атм). Выполнены расчеты вольт-амперных характеристик и параметров плазмы нестационарной дуги. Проведено сравнение теории с экспериментом.

1. Практический интерес к импульсным дугам связан с исследованиями в области мощных источников света, созданием быстродействующих коммутаторов тока и импульсных электродуговых нагревателей [1-4]. Разнообразное применение привело к исследованию импульсных дуг в широком диапазоне их параметров, одним из которых является скорость возрастания тока $(d\mathcal{I})/(dt)$. При $(d\mathcal{I})/(dt) \geq 10^{10}$ А/с разряд сопровождается сильной ударной волной [5]. При этом давление p в разряде существенно отличается от внешнего давления в камере, а теплоперенос в плазме осуществляется за счет лучистой теплопроводности. При сравнительно небольших $(d\mathcal{I})/(dt) \leq 10^8$ А/с амплитуда ударных волн невелика, а давление p в разряде в каждый момент времени примерно совпадает с давлением в камере [6]. Теплоотвод из разряда определяется теплопроводностью газа и излучением, свободно выходящим из разряда. Как правило, при теоретическом рассмотрении разрядов такого типа предполагалось, что объем газа достаточно велик, так что влиянием стенок камеры на разряд можно пренебречь.

В настоящей работе рассматривается дуга в замкнутом ограниченном объеме при промежуточной скорости возрастания тока $(d\mathcal{I})/(dt) \sim 10^9$ А/с. Приводятся результаты экспериментального исследования разрядов в гелии при амплитуде тока в импульсе $\mathcal{I}_m \sim 70$ кА и длительности импульса $\tau \sim 10^2$ мкс. Выполнены расчеты вольт-амперных характеристик (ВАХ) такой дуги. Проведено сравнение с экспериментом.

2. Принципиальная схема установки приведена в [7]. Разряд осуществлялся от конденсаторной батареи емкостью $C=90$ мкФ, заряженной до напряжения $U_c=5$ кВ, через цепь с паразитным сопротивлением $R_0=1.23 \cdot 10^{-2}$ Ом и индуктивностью $L_0=1.26$ мкГн. В качестве рабочего газа использовался гелий. Начальное давление газа в рабочей камере с объемом $V_* \simeq 30$ см³ изменялось в диапазоне $p_0=25-120$ атм. Сопротивление разряда было таковым, что ток J через разряд определялся в основном параметрами внешней цепи и независимо от величины p_0 достигал значений в максимуме $\mathcal{I}_m \simeq 65-70$ кА. Поджиг разряда инициировался с помощью медной проволоочки с массой $M_{Cu} \simeq 2 \cdot 10^{-2}$ г. Поэтому после ее взрыва в камере имелаась достаточно большая концентрация атомов меди $N_{Cu} \sim M_{Cu}/V_* \simeq 6 \cdot 10^{18}$ см⁻³.

Электрическая схема измерений позволяла регистрировать зависимости от времени t тока $\mathcal{I}(t)$ в цепи, напряжения $U_p(t)$ на разряде и давления $p(t)$ в разрядной камере. Пьезоэлектрический датчик давления был установлен в одном из двух отверстий в корпусе разрядной камеры на расстоянии $L_p=2.5$ см от оси камеры (подробно см [7]). Второе отверстие диаметром $D=1$ см, закрытое плек-

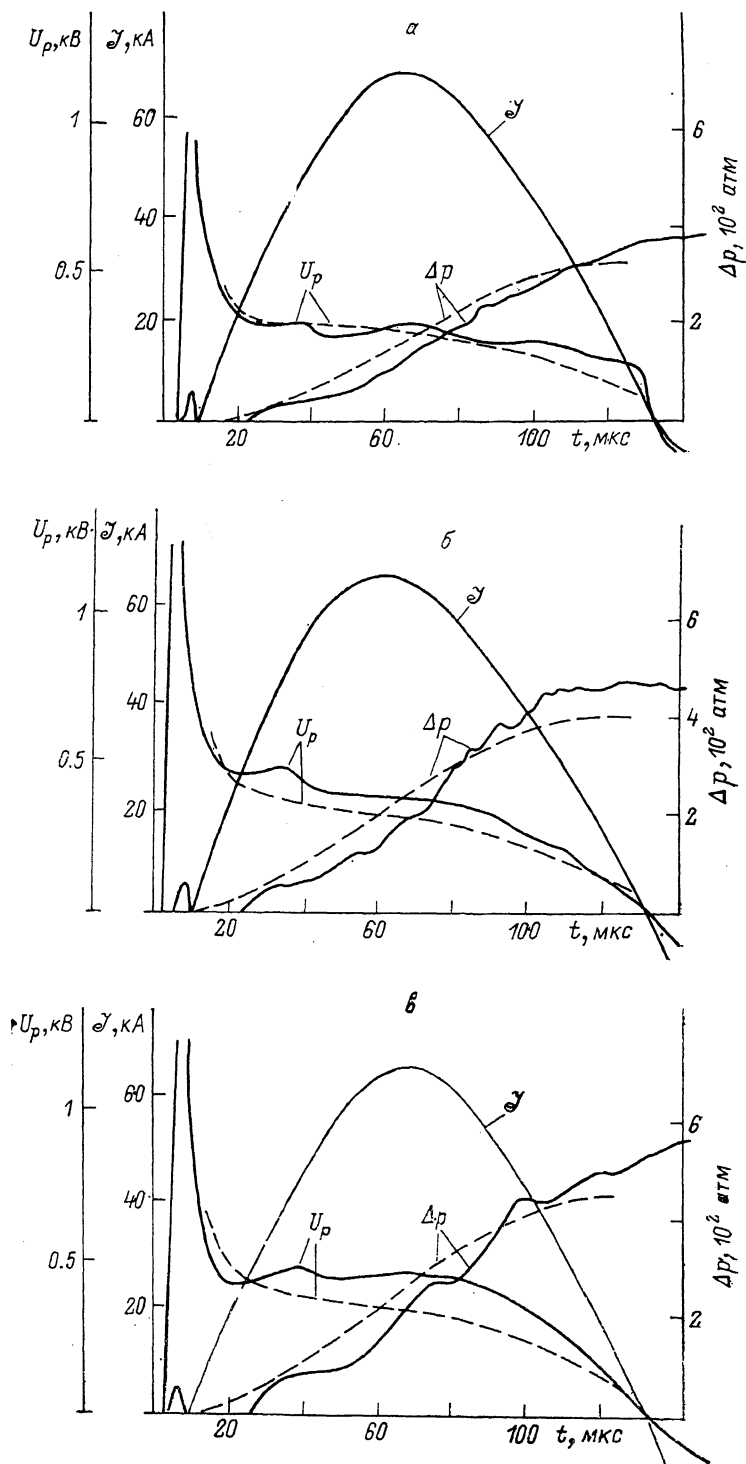


Рис. 1. Вольт-амперные характеристики разряда и зависимость избыточного давления $\Delta p = p(t) - p_0$ от времени.
 p_0 , атм: *а* — 37, *б* — 81, *в* — 107; $L_* = 3$ см, $\mathcal{I}_m = 70$ кА, $\tau = 120$ мкс. Сплошные кривые — эксперимент, штриховые — расчет.

сигласовой или кварцевой вставкой, использовалось для спектральных и фотометрических измерений. В некоторых экспериментах в это же окно вставлялись два зонда, с помощью которых измерялась напряженность E электрического поля в разряде и полное приэлектродное падение напряжения $U_{эл}$ [7].

На рис. 1 представлены ВАХ разряда и изменение избыточного давления $\Delta p(t) = p(t) - p_0$ в течение импульса тока при различных начальных давлениях p_0 гелия. При всех значениях p_0 форма напряжения $U_p(t)$ на разряде приблизительно одинакова. После взрыва проволочки (ему соответствует небольшой начальный импульс тока) напряжение U_p быстро уменьшается, что обусловлено разогревом плазмы и большой скоростью увеличения радиуса R канала разряда. Далее U_p меняется медленно и слабо зависит от тока \mathcal{I} . Лишь при быстром уменьшении \mathcal{I} в конце импульса тока кривая напряжения $U_p(t)$ начинает заметно падать вместе с током. Величина U_p зависит от условий поджига разряда лишь в пределах 10%. В этих же пределах находится зависимость величины напряжения U_p на разряде от начального давления p_0 гелия.

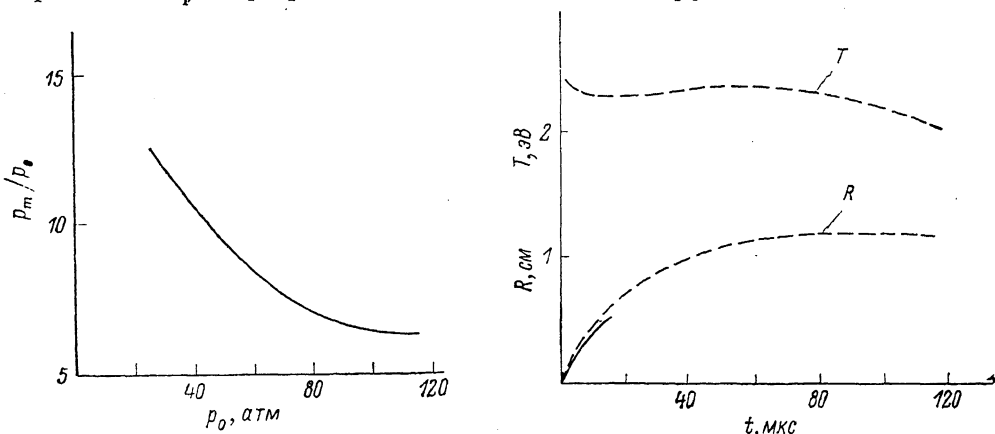


Рис. 2. Зависимость максимального относительного давления p_m/p_0 от начального давления p_0 в камере.

$L_* = 3$ см, $\mathcal{I}_m = 70$ кА, $\tau = 120$ мкс.

Рис. 3. Зависимости радиуса R дуги и температуры T плазмы в разряде от времени. $p_0 = 81$ атм, $L_* = 3$ см, $\mathcal{I}_m = 70$ кА, $\tau = 120$ мкс. Сплошная кривая — экспериментальная зависимость $R(t)$, штриховые кривые — расчет.

Давление $\Delta p(t)$, измеряемое датчиком на расстоянии 2.5 см от оси разряда, т. е. на расстоянии 1 см от стенки камеры, начинает возрастать с некоторым временем запаздывания $\tau_0 \approx 20-30$ мкс относительно взрыва проволочки. τ_0 совпадает по порядку величины с временем t_s прохождения ударной волны от центра разряда до датчика давления $t_s \leq L_p/v_s \approx 25$ мкс, где v_s — скорость звука в гелии при комнатной температуре. На кривой $\Delta p(t)$ также наблюдаются колебания давления, по-видимому, связанные с условиями распространения и отражения ударных волн. Однако амплитуда таких колебаний, как и, вероятно, градиент давления, в разрядной камере невелики. Спад давления после прохождения импульса тока вследствие остывания газа происходит медленно, за время $t_p \sim 5$ мс $\gg \tau$. Поэтому систему дуга — газ в течение импульса можно считать теплоизолированной. Зависимость максимального относительного давления p_m/p_0 от p_0 по результатам ряда экспериментов приведена на рис. 2.

Зондовые измерения показали, что напряженность электрического поля в разряде $E \approx 150-200$ В/см, а сумма приэлектродных падений напряжения $U_{эл} \approx 100-200$ В.

На установке посредством СТЭ-1 проводились спектральные измерения излучения из разряда в области длин волн от $\lambda_1 = 8000 \text{ \AA}$ до $\lambda_2 = 2200 \text{ \AA}$. Получено, что излучение характеризуется непрерывным спектром, на фоне которого наблюдаются линии поглощения металлов, например Cu, Na и др. Кроме резонансных линий в спектре поглощения присутствуют линии металлов, у которых

нижний уровень является возбужденным. Ширина линий поглощения составляет несколько ангстрем. Такое сильное уширение обусловлено столкновениями с атомами основного газа. Сплошной спектр излучения разряда свидетельствует о близости потока излучения из разряда к равновесному излучению $\mathcal{J}_T(\lambda)$. Однако оценка температуры T по излучению дает большую погрешность, так как $\mathcal{J}_T(\lambda)$ при $T \geq 2$ эВ слабо зависит от λ в диапазоне длин волн $\lambda \geq \geq 4000 \text{ \AA}$, для которого имеется эталонный источник, пригодный для импульсных измерений.

На рис. 3 сплошной кривой приведена временная зависимость положения светового фронта дуги относительно оси разряда. Эта зависимость получена с помощью скоростного фоторегистратора (СФР) при начальном давлении в камере $p_0 = 81$ атм. Из рис. 3 видно, что за время $t_D \approx 15$ мкс дуга заполняет почти все окно камеры. Далее в течение всего разряда диаметр дуги остается большим, чем диаметр окна $D = 1$ см. Средняя скорость движения светового фронта за первые 15 мкс составляет величину $\bar{v}_T = D/2t_D \approx 330$ м/с. Скорость \bar{v}_T существенно меньше скорости звука v_S при комнатной температуре.

3. При теоретическом анализе будем использовать следующую модель. Будем рассматривать расширение канала разряда как движение фронта тепловой волны и будем предполагать, что за фронтом волны находится сильноионизованная, оптически плотная, однородная плазма. Предполагается также, что столб разряда в целом охлаждается за счет энергии излучения $w_r = \sigma_r \cdot T^4$, выходящего с поверхности разряда. Часть $\eta(T)$ энергии $w_r(T)$, способная ионизовать и возбуждать атомы окружающего газа, поглощается в непосредственной близости от границы разряда. В области поглощения окружающий газ нагревается до температуры плазмы T . В этой области основная масса газа вытесняется из ранее занимаемого объема, что приводит к повышению плотности и давления газа вне разряда. Остальная часть излучения, свободно проходя через газ, поглощается стенками разрядной камеры и не участвует за время $\sim \tau$ в процессе нагрева газа.

Если скорость v_T фронта тепловой волны существенно меньше скорости звука v_S в газе ($v_T \ll v_S$) и радиус R_* разрядной камеры невелик ($R_* \ll v_S \tau$), то возникающий в камере градиент давления успевает выравняться и можно полагать $p(r, t) = p(t)$.

В пренебрежении пространственными градиентами параметров плазмы и холодного газа система уравнений для цилиндрически симметричного разряда в замкнутом объеме записывается следующим образом:

$$\frac{d(\rho V \epsilon)}{dt} + p \frac{dV}{dt} = \sigma E^2 V - (1 - \eta) w_r S, \quad (1)$$

$$h \frac{d(\rho V)}{dt} = \eta w_r S, \quad (2)$$

$$p(V_* - V)^\gamma = p_0 V_*^\gamma, \quad (3)$$

$$\mathcal{J} = \pi R^2 \sigma E. \quad (4)$$

Здесь $V = \pi R^2 L_*$ и $S = 2(\pi V L_*)^{1/2}$ — объем и площадь боковой поверхности разряда с длиной L_* и радиусом $R(t)$; ρ , ϵ и $h = \epsilon + (p/\rho)$ — плотность, удельная внутренняя энергия и энтальпия плазмы, образованной в разряде за счет ионизации гелия и меди; $\gamma = 5/3$ — показатель адиабаты; σ — электропроводность плазмы.

Уравнение (1) является законом сохранения энергии для расширяющегося столба разряда. Уравнение (2) является обобщением обычного условия непрерывности потока энергии на поверхности разрыва [8] в условиях, когда поверхность разрыва движется со скоростью $v_T \ll v_S$ и в поверхностном слое имеет место тепловыделение за счет поглощения излучения. При этом предполагается, что за фронтом тепловой волны плазма находится в состоянии термодинамического равновесия при температуре T , существенно превышающей температуру T_g холодного газа. Поскольку $T \gg T_g$, а давление $p(t)$ примерно постоянно по

пространству камеры, то основная масса газа сосредоточена вне дуги. Таким образом, окружающий дугу газ приближенно можно описать уравнением адиабатического сжатия (3). В рассматриваемых экспериментах ток \mathcal{I} дуги определяется внешней цепью и приближенно может быть записан как $\mathcal{I} = \mathcal{I}_m \sin(\pi t/\tau)$. Закон Ома (4) служит для определения напряженности поля E в разряде.

Кроме атомов гелия в разрядной камере после взрыва проволочки имеются атомы меди с концентрацией $N_{Cu} \sim 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Сечение σ_{ion} ионизации атомов меди излучением за порогом ионизации ($\hbar\omega > I_{Cu} = 7.72 \text{ эВ}$) $\sigma_{ion} \approx 10^{-17} \text{ см}^2$ [9]. Поэтому длина свободного пробега l_r квантов излучения с энергией $\hbar\omega > I_{Cu}$ мала ($l_r = 1/(\sigma_{ion} N_{Cu}) \ll R$) и излучение поглощается в узком слое у границы раз-

рядного столба. При этом $\eta(T)$ записывается в виде $\eta(T) = (1/\sigma_r T^4) \times \int_{I_{Cu}/\hbar}^{\infty} \mathcal{I}_T(\omega) \times d\omega$.

4. При решении уравнений (1)–(4) были использованы аппроксимации термодинамических функций в интересующем нас интервале температур и давлений. Уравнения (1)–(4) были сведены к системе двух дифференциальных уравнений относительно температуры T и объема V . Анализ полученной системы уравнений приведен в Приложении. Там показано, что дифференциальные уравнения для $T(t)$ и $V(t)$ могут быть решены с нулевыми начальными условиями

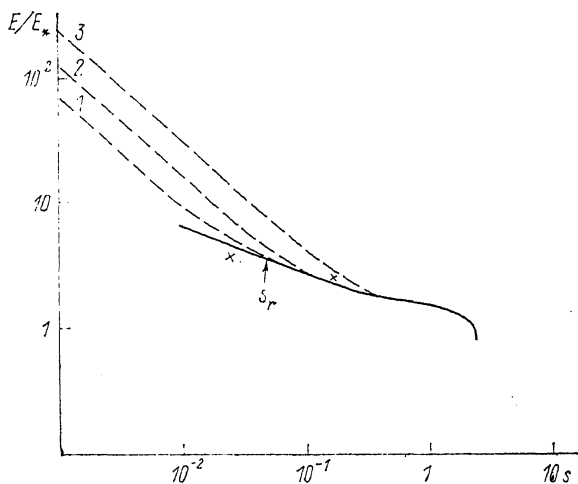


Рис. 4. Расчетные зависимости электрического поля в разряде от времени.

$p_0 = 81 \text{ атм}$, $L_n = 3 \text{ см}$, $\tau = 120 \text{ мкс}$, $\mathcal{I}_m = 70 \text{ кА}$; m_0/m_* : 1 — 10^{-3} , 2 — 10^{-2} , 3 — 10^{-1} .

$T(0) = 0$ и $V(0) = 0$, выражающими малость $T(0)$ и $V(0)$ по сравнению с значениями T_* и V_* , характерными для развитого разряда. При этом точка $t = 0$ является особой, и для выделения однозначного решения необходимо задание дополнительного начального условия. Таким дополнительным условием является задание конечной начальной массы $m_0 = m(0)$, образующейся в разряде за счет взрыва проволочки. Естественно, что $m_0 \ll m_*$, где m_* — масса газа, характерная для развитого разряда. При $m_0 \ll m_*$ выделяются два временных интервала (рис. 4). В первом интервале, малом по сравнению с τ , происходит резкое уменьшение электрического поля $E(t)$ и напряжения $U_p(t)$. Во втором интервале $E(t)$ и $U_p(t)$ меняются плавно и незначительно уменьшаются.

Параметр m_0 зависит от условий поджига разряда и должен определяться из эксперимента. На рис. 4 для начального давления гелия $p_0 = 81 \text{ атм}$ построены расчетные зависимости напряженности поля в разряде от безразмерного времени $s = \pi t/\tau$ и нанесены экспериментальные значения $E(t)$, определенные без учета приэлектродных падений напряжения на начальной стадии разряда при $t_1 = 1 \text{ мкс}$ и $t_2 = 7 \text{ мкс}$ (рис. 1, б) (время t отсчитывается от начала синусоидального импульса тока). Эти значения близки к кривой, рассчитанной при $m_0/m_* \ll 10^{-3}$. Поэтому в дальнейшем (рис. 3) предполагалось, что $m_0/m_* \ll 10^{-3}$ и рассматривались достаточно большие времена ($s > s_r \approx 3 \cdot 10^{-2}$) (см. Приложение), когда расчетные параметры разряда не зависят от m_0 . При других значениях p_0 расчетные зависимости параметров плазмы от времени также строились в той области, где они уже не зависят от m_0 .

На рис. 3 штриховыми линиями показаны расчетные зависимости радиуса $R(t)$ канала разряда и температуры $T(t)$ плазмы при $p_0 = 81 \text{ атм}$. Средняя ско-

рость \bar{v}_T расширения канала дуги за первые 15 мкс, определенная по расчетной зависимости $R(t)$, составляет величину $\bar{v}_T \approx 400$ м/с. Хотя это значение несколько больше экспериментально измеренной величины $\bar{v}_T \approx 330$ м/с (сплошная кривая на рис. 3), оно находится в пределах погрешности расчетов и измерений. Температура $T(t)$ в разряде практически постоянна $T \approx 2.4$ эВ. Лишь в начале и в конце импульса тока изменение $T(t)$ становится существенным. Расчет показывает, что с увеличением начального давления p_0 в интервале от 20 до 100 атм температура в разряде практически не меняется, а средняя скорость \bar{v}_T уменьшается примерно как $\bar{v}_T \sim p_0^{-1/2}$.

Зависимость $U_p(t)$ и избыточного давления $\Delta p = p - p_0$ в разрядной камере от времени t при начальных давлениях p_0 , совпадающих с экспериментальными, показаны штрихованными линиями на рис. 1. Напряжение U_p определялось как $U_p = EL_* + U_{\text{вх}}$. В соответствии с экспериментом суммарное приэлектродное падение напряжения полагалось постоянным и равным $U_{\text{вх}} = 100$ В. Сравнение расчетных зависимостей $U_p(t)$ и $p(t)$ с экспериментальными показывает их вполне удовлетворительное согласие.

5. Остановимся на некоторых предпосылках теории. В рассматриваемых условиях с учетом большой концентрации меди $N_{\text{Cu}} \sim 10^{19}$ см⁻³ коэффициент поглощения κ_x [10] в рекомбинационно-тормозном континууме $\kappa_r \sim (5-10)$ см⁻¹ во всей области спектра, расположенной вблизи максимума распределения Планка $\mathcal{J}_T(\omega)$. Таким образом, плазму в разряде действительно можно считать оптически плотной почти в течение всего импульса тока.

Оценим перепад температуры по радиусу разряда. Предполагая, что объемное омическое тепловыделение уравнивается только теплоотводом за счет лучистой теплопроводности [10] с последующим излучением с боковой поверхности канала разряда, получим при κ_r , не зависящем от T , что $T(0)/T(R) = [1 + 3(1 - \eta) \kappa_r R / 8]^{1/4}$, где $T(0)$ и $T(R)$ — соответственно температуры на оси и на периферии разряда. Отсюда при $\kappa_r R = 10$ и $\eta = 1/2$ получаем $T(0)/T(R) \approx 1.3$, т. е. радиальная неоднородность по температуре сравнительно невелика. Учет затрат тепла в объеме на увеличение внутренней энергии газа усугубляет этот вывод.

Существенное предположение теории состоит в узости фронта тепловой волны Δr_T по сравнению с радиусом R разряда. Размытие фронта тепловой волны в наших условиях в основном связано с конечной длиной l_r свободного пробега излучения, поглощающегося на границе разряда (см. раздел 3), и с учетом теплопроводности κ_T газа на фронте тепловой волны. Последнее приводит к размытию фронта на величину $\Delta r_T \sim \sqrt{\kappa_T T / Q}$ (см., например, [11]), где Q — плотность объемного тепловыделения, которая в нашем случае $Q \sim \sigma E^2 + (1 - \eta) w_r / l_r$. Получающаяся при этом величина Δr_T по порядку не превышает l_r . Поэтому результирующее размытие фронта тепловой волны мало по сравнению с радиусом R .

Основным ограничением теории является величина $d\mathcal{J}/dt$. При $d\mathcal{J}/dt \gg \gg 10^{10}$ А/с давление в камере становится неоднородным и для описания разряда необходимо использовать соответствующую систему уравнений плазмодинамики.

Авторы благодарят В. С. Бородину, Г. А. Дюжева, Ф. Г. Рутберга, С. М. Школьника за полезное обсуждение.

Приложение

Исключая из (3) и (4) p и E , получаем из (1) и (2) систему дифференциальных уравнений для V и T : Введем безразмерные переменные $u = \dot{V}/V_*$ и $\theta = T/T_*$, где T_* — характерная температура, определенная ниже. Используя аппроксимации $h(p, T) = h_* \theta^{a_1}$, $\rho(p, T) = \rho_*(p/p_0) \cdot \theta^{-a_2}$, $\sigma = \sigma_* \cdot \theta^{1/2}$. При $p \sim \sim 100$ атм, $T \sim (2-3)$ эВ в плазме, состоящей из частично ионизованных He и Cu, $a_1 = 2$, $a_2 = 2$, $h_* \cdot \rho_* = 4.5 \cdot p_0$, $\sigma_* = \sigma_1(T_*)/Z_{\text{эфф}}$ [12], где $\sigma_1(T)$ — электропроводность полностью ионизованной плазмы, состоящей из электронов и однозарядных ионов [13], $Z_{\text{эфф}} = \sum_i Z_i^2 n_i / \sum_i Z_i n_i \approx 1.8$ (Z_i и $n_i(p, T)$ — заряд и кон-

центрация ионов соответствующей кратности). Пренебрегая малым слагаемым $(a_2/a_1) \cdot (p/\rho h) \sim 0.1$, запишем уравнения (1) и (2) в виде

$$u^2 \theta^{1/2} \frac{d\theta}{ds} = \frac{(1-u)^{\gamma}}{a_1} (k_1 \sin^2 s - k_2 u^{3/2} \theta^{11/2}), \quad (\text{II. 1})$$

$$[1 + b(u)] u \theta^{3/2} \frac{du}{ds} = (1-u)^{\gamma} \left[k_2 \eta u^{3/2} \theta^{11/2} + \frac{a_2}{a_1} (k_1 \sin^2 s - k_2 u^{3/2} \theta^{11/2}) \right]. \quad (\text{II. 2})$$

Здесь

$$b(u) = \gamma \frac{u}{1-u}, \quad k_1(T_*) = \frac{\sigma_m^2 L_*^2 \tau}{\pi \sigma_*(T_*) h_* \rho_* V_*^2},$$

$$k_2(T_*) = \frac{2\tau T_*^4 (\pi L_* V_*)^{1/2}}{\pi h_* \rho_* V_*}.$$

В дальнейшем выбираем T_* из условия $k_1(T_*) = k_2(T_*)$. Уравнения (II. 1) и (II. 2) будем решать с начальными условиями

$$u(0) = 0, \quad \theta(0) = 0. \quad (\text{II. 3})$$

Исследуем решения $u(s)$ и $\theta(s)$ вблизи особой точки $s=0$. При $s \ll 1$ можно пренебречь излучательными слагаемыми, пропорциональными $u^{3/2} \theta^{11/2}$. Тогда получим, что особой точкой является узлом на фазовой плоскости в точке $u=0$, $\theta=0$. Вблизи особой точки решение имеет вид $u/\theta^{2/3} = C_0$,¹ где постоянная $C_0 = m_0/m_*$. Здесь m_0 — начальная масса газа в разряде при $t=0$, $m_* = \rho_* V_*$ — характерная масса газа в разряде.

На рис. 3 по численным решениям $\theta(s)$ и $u(s)$, полученным при $p_0=81$ атм с различными значениями C_0 , построены временные зависимости безразмерной напряженности электрического поля $E(s)/F_* = \sin s/u(s) \theta^{3/2}(s)$, где $E_* = \mathcal{J}_m L_* / \sigma_* V_*$. Штриховыми линиями показаны решения, соответствующие урновению $u/\theta^{2/3} = C_0$. Они справедливы до некоторого момента времени $s_r \sim \sim C_0^{35/(54+2a_2)}$, по достижении которого излучательные слагаемые в (II. 1) и (II. 2) становятся сравнимыми с омическим тепловыделением, пропорциональным $\sin^2 s$. Существенно, что при $s > s_r$ решения $u(s)$ и $\theta(s)$ перестают зависеть от C_0 и выходят на единую кривую.

Список литературы

- [1] Александров А. Ф., Рухадзе А. А. // УФН. 1974. Т. 112. № 2. С. 193—230.
- [2] Импульсные системы большой мощности / Под ред. Э. И. Асиновского. М.: Мир, 1981. 248 с.
- [3] Князев Ю. Р., Боровик Е. С., Митин Р. В., Петренко В. И. // ЖТФ. 1967. Т. 37. Вып. 3. С. 523—532.
- [4] Петренко В. И., Митин Р. В. // ЖТФ. 1975. Т. 45. Вып. 6. С. 1225—1233.
- [5] Бобров Ю. К., Вилрев В. В., Федотов И. П. // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 10. С. 1222—1227.
- [6] Абрамов Ю. Ю., Азизов Э. И., Солодовников С. Г. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. № 1. С. 97—106.
- [7] Бахит Ф. Г., Бородин В. С., Воронов А. М. и др. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 11. С. 190—193.
- [8] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [9] Собельман И. И. Введение в теорию атомных спектров. М.: Наука, 1977. 320 с.
- [10] Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966. 686 с.
- [11] Бахит Ф. Г., Бородин В. С., Журавлев В. Н., Рутберг Ф. Г. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 9. С. 86—92.
- [12] Рогов В. С. // ТВТ. 1970. Т. 8. № 4. С. 689—694.
- [13] Бразинский С. И. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Атомиздат, 1963. Вып. 1. 287 с.

Филиал Всесоюзного научно-исследовательского
института электромашиностроения
Санкт-Петербург
Физико-технический институт
им. А. Ф. Иоффе
Санкт-Петербург

Поступило в Редакцию
21 ноября 1990 г.
В окончательной редакции
22 апреля 1991 г.

¹ Конкретный вид решения вблизи особой точки зависит от характера аппроксимации. В точном решении точка $s=0$ также является особой. Решение вблизи этой точки имеет вид $u/\theta = \text{const}$.