09; 10

К ТЕОРИИ АВТОМОДУЛЯЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ГОФРИРОВАННЫХ ВОЛНОВОДОВ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПРЯМОЛИНЕЙНЫМИ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПУЧКАМИ

В. А. Балакирев, А. О. Островский, Ю. В. Ткач

Рассмотрена динамика автомодуляционных процессов при возбуждении связанных распределенным образом гофрированных волноводов прямолинейными электронными пучками. Рассмотрены особенности многочастотных режимов возбуждения ВЧ колебаний. Описаны процессы перехода системы от режима регулярной автомодуляции к нерегулярной. Показано, что рассматриваемая динамическая система в зависимости от величины параметра распределенной связи между гофрированными волноводами может демонстрировать различные механизмы перехода к нерегулярным автоколебаниям.

Введение

В последние годы значительно возрос интерес к экспериментальным и теоретическим исследованиям автомодуляционных процессов в различных типах электронных генераторов с распределенным взаимодействием (см., например, [1-7] и цитированную там литературу). В работах [1, 2] впервые с позиции нелинейной нестационарной теории рассмотрена динамика таких процессов при взаимодействии электронного пучка с обратными медленными волнами гофрированного волновода (карсинотрон). При этом были найдены бифуркационные значения параметра, характеризующего степень неравновесности динамической системы, при котором происходит переход от регулярной автомодуляции к нерегулярной. Отметим, что результаты расчетной динамики многочастотных режимов генерации, приведенные в [1, 2], находятся в хорошем качественном соответствии с данными экспериментов [3, 4]. В последующей работе [8] анализ автоколебательных процессов в системе электронный пучок—обратная волна проведен для связанных распределенным образом гофрированных волноводов, через один из которых пропускался электронный пучок. Согласно [8], такая связь позволяет осуществить распределенный отбор СВЧ мощности вдоль пространства взаимодействия и тем самым повысить электронный КПД системы. Было установлено, что введение распределенной связи между волноводами приводит к росту порога автомодуляции по сравнению с традиционным карсинотроном. При этом, однако, остались практически нерассмотренными пути перехода системы к нерегулярному режиму возбуждения колебаний.

В настоящей работе изложены результаты теоретического исследования динамики автоколебательных процессов в системе связанных распределенным образом гофрированных волноводов, возбуждаемых двумя прямолинейными электронными пучками (связанные карсинотроны). Основное внимание уделено рассмотрению особенностей многочастотных режимов возбуждения СВЧ колебаний, а также описанию процессов перехода системы от режима регулярной автомодуляции к нерегулярной.

Постановка задачи. Исходные уравнения

Рассмотрим два идентичных гофрированных волновода, имеющих длину L. Волноводы расположены параллельно друг другу и связаны на участке общей границы через узкую щель. Боковая поверхность волновода изменяется по гармоническому закону

$$R(z) = R_0 + q \cos k_0 z, \tag{1}$$

где R_0 — средний радиус волновода, $k_0=2\pi/D$, D — пространственный период структуры, $q/R_0 < 1$, q — глубина гофра.

Вдоль оси каждого волновода движется трубчатый электронный пучок со средним радиусом R_b и толщиной ε ($\varepsilon/R_b \ll 1$). Начальная скорость обоих пучков на входном торце волновода ($z=0$) равна v_0. В дальнейшем будем считать, что параметры обоих пучков одинаковы. Волноводы находятся в сильном внешнем продольном магнитном поле ($\mathbf{H}_0 \parallel \mathbf{e}_z$), так что поперечное смещение электронов отсутствует.

Разделим сначала систему на два изолированных волновода и рассмотрим их возбуждение электронными пучками. Для этого воспользуемся общей теорией возбуждения волноводов [9]. Согласно этой теории, поля в волноводе можно представить в виде

$$\mathbf{E}_\omega = \sum_{s=1}^{\infty}{}' (C_s \mathbf{E}_{s\omega} + C_{-s}\mathbf{E}_{-s\omega}) + \frac{4\pi j_{z\omega}\mathbf{e}_z}{i\omega}, \tag{2.1}$$

$$\mathbf{H}_\omega = \sum_{s=1}^{\infty} (C_s \mathbf{H}_{s\omega} + C_{-s}\mathbf{H}_{-s\omega}), \tag{2.2}$$

где $\mathbf{E}_{\pm s\omega}$, $\mathbf{H}_{s\omega}$ — поля собственных волн электродинамической структуры, $C_{\pm s}$ — их амплитуды, $j_{z\omega}$ — фурье-компонента плотности тока пучка.

Амплитуды собственных волн замедляющей структуры удовлетворяют следующим уравнениям:

$$dC_{\pm s}/dz = \pm \frac{1}{N_s} \int\limits_{s_\perp} j_{s\omega} E_{\mp s\omega} dS_\perp. \tag{3}$$

Здесь $S_\perp$ — поперечное сечение волновода; N_s — норма поля, определяемая выражением:

$$N_s = \frac{c}{4\pi} \int\limits_{s_\perp} \{[\mathbf{E}_{s\omega} \times \mathbf{H}_{-s\omega}] - [\mathbf{E}_{-s\omega} \times \mathbf{H}_{s\omega}]\}\, \mathbf{e}_z dS_\perp. \tag{4}$$

Производя в (3) обратное преобразование Фурье, предполагая при этом, что возбуждается пакет волн со средней частотой ω_0 ($h_s(\omega)=h_s(\omega_0)+((\Delta\omega)/v_g)$, h_s — продольное волновое число, v_g — групповая скорость волны), получим следующие уравнения, описывающие пространственно-временное изменение полей прямых и обратных волн в волноводе,

$$\frac{1}{|v_g|}\frac{\partial F_{\pm s}}{\partial t} \pm \frac{\partial F_{\pm s}}{\partial z} = -\frac{I_b}{N_s}\frac{\omega_0}{\pi} \int\limits_{t}^{t+2\pi/\omega_0} \exp(i\omega_0 t)\, dt_0 E_{\pm s\omega_0}, \tag{5}$$

где $F_{\pm s}(z, t) = \int\limits_{-\Delta\omega}^{\Delta\omega} C_{\pm s} \exp(\pm i\omega' z/|v_g| - i\omega' t)\, d\omega'$, $t_л$ — время прилета электрона в точку z, $t_0=t_л$ ($z=0$) — время влета электрона в волновод, I_b — ток пучка.

Будем считать, что пучок находится в черенковском синхронизме с первой пространственной гармоникой обратной волны основной радиальной моды ($s=1$). В этом случае в уравнениях (5) мы можем пренебречь несинхронными с пучком гармониками. Тогда уравнение, описывающее возбуждение основного вида волн (индекс s далее опускаем), представим в виде

$$\frac{1}{|v_g|}\frac{\partial F_-}{\partial z}-\frac{\partial F_-}{\partial z}=-I_b a_1 I_0(\varkappa R_b)\rho/N, \tag{6}$$

где $N=-v_g\omega_0^2R_0^4J_0^2(\lambda_1)/2\lambda_1^2c^2$, λ_1 — первый корень функции Бесселя нулевого порядка, a_1 — амплитуда первой пространственной гармоники, $\varkappa$ — поперечное волновое число,

$$\rho=\frac{\omega_0}{\pi}\int\limits_t^{t+2\pi/\omega_0}\exp\left[i\left(\omega_0 t_\text{л}-\omega_0 z/v_0\right)\right]dt_0.$$

Наличие распределенной связи между волноводами приводит к перекачке ВЧ энергии из одного волновода в другой. С учетом этого уравнения возбуждения обратных электромагнитных волн в исходной связанной системе можно записать в виде [8, 10]

$$\frac{1}{|v_g|}\frac{\partial F_-^{(1)}}{\partial t}-\frac{\partial F_-^{(1)}}{\partial z}=-I_b a_1\rho I_0(\varkappa R_b)/N+i\Delta F_-^{(2)},$$

$$\frac{1}{|v_g|}\frac{\partial F_-^{(2)}}{\partial t}-\frac{\partial F_-^{(2)}}{\partial z}=-I_b a_1\rho I_0(\varkappa R_b)/N+i\Delta F_-^{(1)}, \tag{7}$$

где Δ — параметр связи между волноводами, $F_-^{(1,2)}$ — значения напряженностей электрических полей обратных волн соответственно в первом и втором волноводах.

Уравнения возбуждения необходимо дополнить уравнениями движения частиц пучков, записанных в лагранжевых переменных. Тогда в безразмерной форме полная система уравнений, описывающая возбуждения связанных волноводов электронными пучками, а также перекачку энергии из одного волновода в другой, примет вид

$$\frac{\partial \bar F_-^{(1)}}{\partial \tau}-\frac{\partial \bar F_-^{(1)}}{\partial \xi}=\frac{1}{\pi}\int\limits_\tau^{\tau+2\pi}\exp(i\theta_1)\,d\theta_0+i\alpha\bar F_-^{(2)}, \tag{8.1}$$

$$\frac{\partial \bar F_-^{(2)}}{\partial \tau}-\frac{\partial \bar F_-^{(2)}}{\partial \xi}=\frac{1}{\pi}\int\limits_\tau^{\tau+2\pi}\exp(i\theta_2)\,d\theta_0+i\alpha\bar F_-^{(1)}, \tag{8.2}$$

$$\frac{d^2\theta_{1,2}}{d\xi^2}=\mathrm{Re}\left[\bar F_-^{(1,2)}\exp(-i\theta_{1,2})\right]. \tag{8.3}$$

В (8.1)—(8.3) введены безразмерные переменные работы [2]

$$\tau=\frac{\omega_0 C}{v_0}\left(\frac{1}{v_0}+\frac{1}{v_g}\right)^{-1}\left(t-\frac{z}{v_0}\right),\quad \bar F_-^{(1,2)}=F_-^{(1,2)}\frac{ea_1I_0(\varkappa R_b)}{mv_0\omega_0C^2},$$

$$C^3=\frac{2I_b\left[a_1I_0(\varkappa R_b)\lambda_1\right]^2v_0c^3}{I_A\omega_0^4R_0^4J_1^2(\lambda_1)},\quad I_A=\frac{mc^3}{e},\quad \xi=\frac{C\omega_0 z}{v_0},$$

$$\theta_{1,2}=\omega_0 t_{\text{л}(1,2)}-\frac{\omega_0 z}{v_0},\quad \alpha=\frac{\Delta v_0}{C\omega_0}.$$

Отметим, что с целью упрощения математической модели рассматриваемых процессов мы пренебрегли влиянием сил ВЧ пространственного заряда пучков на динамику возбуждения колебаний в связанных карсинотронах.

Эффективность преобразования кинетической энергии пучка в энергию поля определим соотношением

$$\eta=\frac{P(z=0)-P(z=L)}{P(z=0)}, \tag{9}$$

($P(z)$ — поток энергии пучка), которое представим в виде

$$\eta_{1,2}=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\left(\frac{d\theta_{1,2}}{d\xi}\right)d\theta_0. \tag{10}$$

Значения $\eta_{1,\,2}$ нормированы на параметр Пирса C. Полученную систему уравнений необходимо дополнить начальными и граничными условиями. Будем считать, что в начальный момент времени $\tau=0$ в один из волноводов, для определенности в первый, подан слабый сигнал. Тогда начальные и граничные условия примут вид

$$\bar{F}_{-}^{(1,\,2)}(\xi=l,\ \tau)=0,\ \bar{F}_{-}^{(1)}(\tau=0,\ \xi)=\bar{F}_0,\ \bar{F}_{-}^{(2)}(\tau=0,\ \xi)=0,$$
$$\left.\frac{d\theta_{1,\,2}}{d\xi}\right|_{\xi=0}=0,\ \theta_{1,\,2}(\xi=0)=\theta_0=(\tau,\ \tau+2\pi),\ l=\frac{L\omega_0}{v_0}C. \qquad (11)$$

Результаты численных расчетов

Исследование нелинейной динамики возбуждения системы связанных гофрированных волноводов электронными пучками проведено путем численного решения уравнений (8. 1)—(8. 3). При расчетах мы полагали Re $\bar{F}_0$ (ξ, $\tau=0$)$=$ $=0.05$, Im $\bar{F}_0$ (ξ, $\tau=0$)$=0$. Рассмотрим сначала случай, когда параметр α

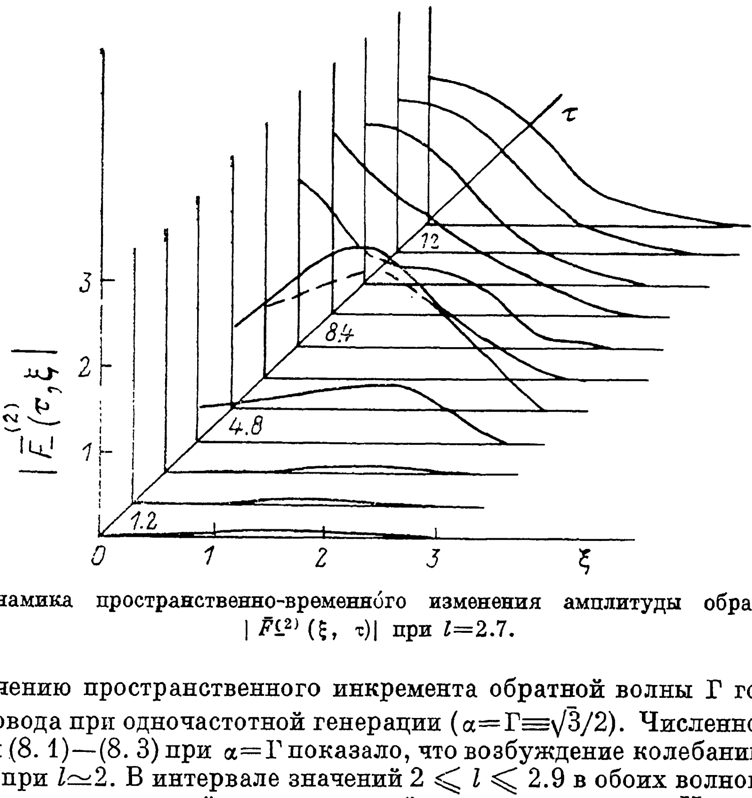

Рис. 1. Динамика пространственно-временно́го изменения амплитуды обратной волны $|\bar{F}_{-}^{(2)}(\xi,\ \tau)|$ при $l=2.7$.

равен значению пространственного инкремента обратной волны Г гофрированного волновода при одночастотной генерации ($\alpha=\Gamma\equiv\sqrt{3}/2$). Численное решение уравнений (8. 1)—(8. 3) при $\alpha=\Gamma$ показало, что возбуждение колебаний в системе наступает при $l\simeq2$. В интервале значений $2\leqslant l\leqslant2.9$ в обоих волноводах устанавливается стационарный одночастотный режим генерации. На рис. 1 представлены зависимости амплитуды обратной волны $|\bar{F}_{-}^{(2)}(\tau,\ \xi)|$ от продольной координаты ξ в различные моменты времени ($l=2.7$). Видно, что после непродолжительного переходного процесса вдоль пространства взаимодействия устанавливается стационарное распределение амплитуды обратной волны с максимумом вблизи входного торца волновода. Такое распределение поля аналогично имеющему место в традиционном карсинотроне [1, 2].

При достаточно большой надкритичности $l>2.9$ стационарный режим генерации становится неустойчивым и реализуется автомодуляционный режим, вызванный совместным действием эффектов запаздывания и нелинейной перегруппировкой электронов. На рис. 2 приведены зависимости амплитуды обратной волны $|\bar{F}_{-}^{(2)}(\tau,\ \xi=0)|$ и спектры огибающей выходного сигнала в случае автомодуляционного режима генерации. Из рисунка следует, что с ростом параметра l переход от регулярной автомодуляции к нерегулярной происходит в результате последовательности бифуркаций удвоения периода [11]. При этом спектр выходного сигнала обогащается новыми спектральными линиями, соответствующими ряду бифуркаций удвоения периода. Начиная с $l=3.8$ в системе наблюдаются нерегулярные автоколебания. Аналогичная зависимость суще-

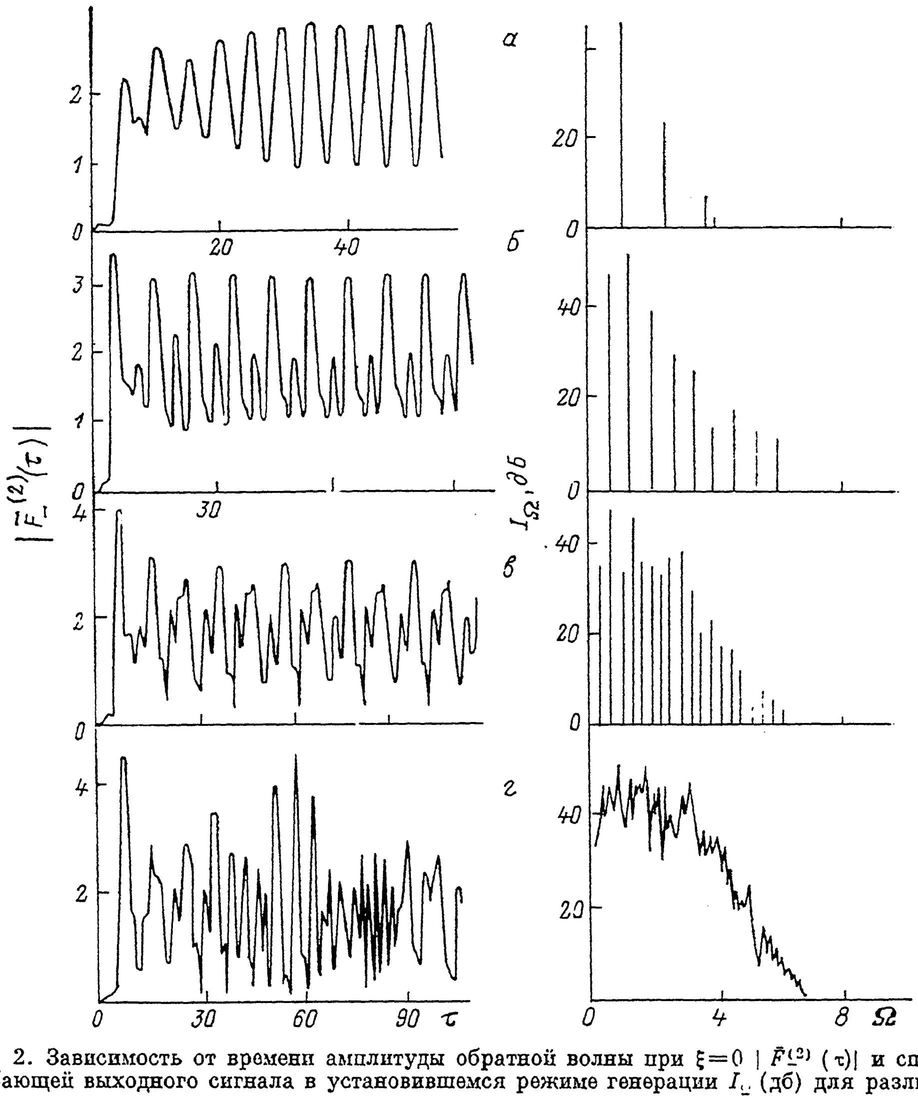

Рис. 2. Зависимость от времени амплитуды обратной волны при $\xi=0$ $|\bar{F}_-^{(2)}(\tau)|$ и спектры огибающей выходного сигнала в установившемся режиме генерации I_Ω (дб) для различных значений параметра l при $\alpha=\Gamma$.

$\Omega\equiv\omega/(\omega_0 C)$; $l=3$ (*а*), 3.5 (*б*), 3.7 (*в*), 3.9 (*г*).

ствует и для $|\bar{F}_-^{(1)}(\tau,\ \xi=0)|$. Отметим, что по первым бифуркационным значениям параметра l вычислена скорость перехода системы к нерегулярной автомодуляции $\delta_2=(l_3-l_2)/(l_4-l_3)\simeq 4.1$, величина которой близка к универсальной константе Фейгенбаумана. Для рассматриваемой динамической системы значение параметра l, при котором происходит переход к нерегулярным автомодуляционным процессам приблизительно в 1.5 раз меньше по сравнению с традиционным карсинотроном. Кроме того, согласно результатам численных экспериментов [1, 2], в карсинотроне переход к нерегулярной автомодуляции не сопровождается бифуркацией удвоения периода.

В случае автомодуляционного режима генерации, когда безразмерная длина обоих волноводов достаточно велика, картина распределения поля вдоль пространства взаимодействия носит волнообразный характер (рис. 3, 4). При этом с ростом параметра l горбы (впадины) пространственных осцилляций становятся выше (глубже). С течением времени меняется также их высота (глубина), что связано с нелинейной перегруппировкой электронов полем большой амплитуды,

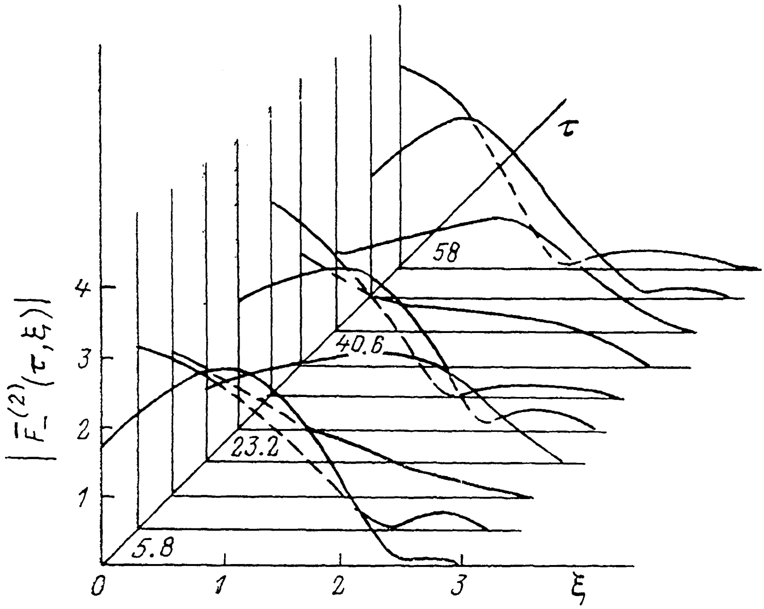

Рис. 3. То же, что и на рис. 1, при $l=3$.

а также пространственно-временно́й перекачкой ВЧ энергии из одного волновода в другой.

Рассмотрим теперь нелинейные режимы возбуждения системы при увеличении параметра связи между волноводами ($\alpha=2\Gamma$). Как показывает численное ре-

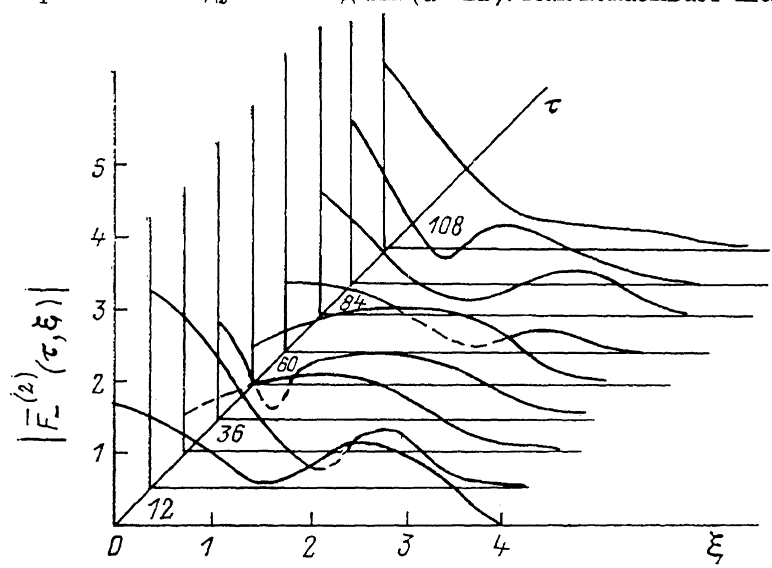

Рис. 4. То же, что и на рис. 1, при $l=3.9$.

шение уравнений (8.1)—(8.3), для значений параметра l в интервале от 2.0 до 2.6 в обоих волноводах устанавливается режим стационарной генерации. При $l > 2.6$ реализуется режим автомодуляции (рис. 5). Переход динамической системы от регулярной автомодуляции к нерегулярной с ростом l сопровождался появлением в спектре выходного сигнала несоизмеримых частот и их комбинаций. При $l \geqslant 5$ квазипериодическая автомодуляция разрушалась и в системе устанавливались автостохастические колебания. При этом дискретные составляющие в спектре скачком превращались в размытые пики. Описанный переход к нерегулярной автомодуляции, по-видимому, связан со сценарием возникнове-

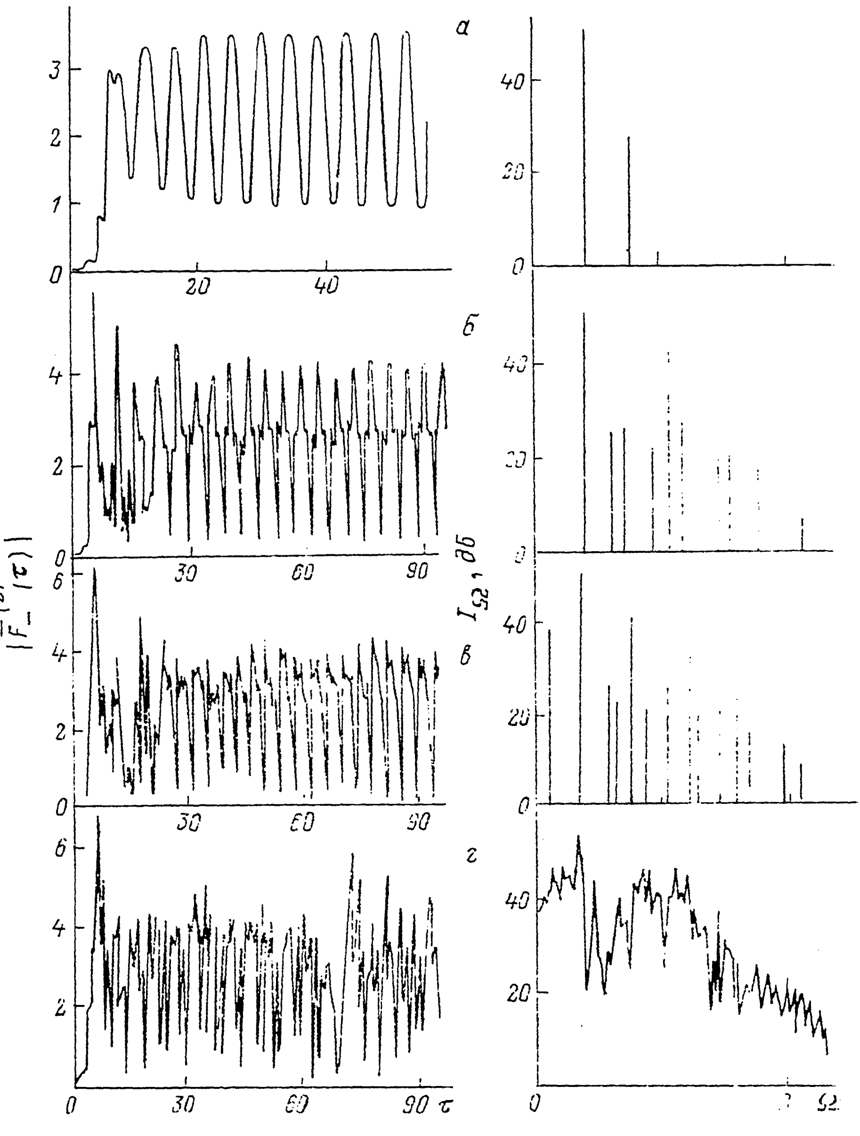

Рис. 5. То же, что и на рис. 2. при $\alpha=2\Gamma$.
$l=2.8$ (*а*), 4.2 (*б*), 4.5 (*в*), 5 (*г*); $\Omega \equiv \omega/(\omega_0 C)$.

ния хаоса по Рюэлю—Такенсу [4, 11]. Таким образом, рассматриваемая динамическая система в зависимости от величины параметра распределенной связи между волноводами может демонстрировать различные механизмы перехода к нерегулярным автоколебаниям.

В заключение рассмотрим вопрос об эффективности возбуждения ВЧ колебаний. На рис. 6 представлены зависимости средних значений приведенного КПД $\eta_{1,\,2}$ от величины параметра l при $\alpha=\Gamma$ и $\alpha=2\Gamma$. Из рисунка следует, что значения эффективности возбуждения колебаний в обоих волноводах практически одинаковы в широком диапазоне параметра l. При этом с ростом l имеет место рост эффективности преобразования кинетической энергии пучков в энергию поля. Следовательно, многочастотные режимы генерации могут быть эффективно реализованы в рассматриваемой динамической системе.

Заключение

Основные результаты проведенного рассмотрения можно свести к следующему.

1. Получена самосогласованная система уравнений, описывающая нелинейную динамику возбуждения ВЧ колебаний прямолинейными электронными пучками в связанных распределенным образом гофрированных волноводах (связанные карсинотроны), и проведен численный анализ этой системы уравнений для случая слабой связи между электродинамическими структурами.

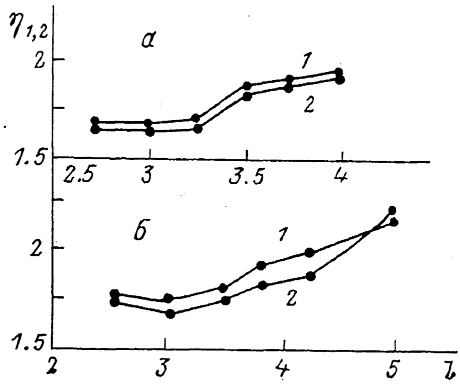

Рис. 6. Зависимость $\eta_{1,2}$ от параметра l. 1 — η_1, 2 — η_2; а — $\alpha=\Gamma$, б — $\alpha=2\Gamma$.

2. Показано, что сценарий перехода динамической системы от режима регулярной автомодуляции к нерегулярной зависит от отношения параметра линейной связи между волноводами к величине коэффициента усиления обратной волны. При $\alpha/\Gamma=1$ переход к нерегулярному режиму автомодуляции происходит в результате бифуркации удвоения периода. Образование стохастической автомодуляции в этом случае наступает при $l=3.8$. Это значение бифуркационного параметра в 1.5 раз меньше по сравнению с традиционным карсинотроном [1, 2]. Увеличение параметра распределенной связи между волноводами ($\alpha/\Gamma=2$) приводит к возрастанию порогового значения l. При этом переход к нерегулярной автомодуляции развивается по сценарию возникновения хаоса Рюэля—Такенса.

4. Определена эффективность преобразования кинетической энергии пучков в энергию микроволнового излучения. Установлено, что с ростом параметра l происходит увеличение среднего значения электронного КПД. Поэтому многочастотные режимы генерации могут быть эффективно реализованы в рассматриваемой динамической системе.

Список литературы

[1] *Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1037—1059.
[2] *Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П.* // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1981. С. 101—144.
[3] *Безручко В. П., Кузнецов С. П.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 7. С. 1053—1059.
[4] *Безручко Б. П., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И.* // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29. Вып. 3. С. 180—183.
[5] *Кислов В. Я., Залогин Н. Н., Мясин Е. А.* // РиЭ. 1979. Т. 24. № 6. С. 1118—1130.
[6] *Кац В. А., Трубецков Д. И.* // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. Вып. 3. С. 116—119.
[7] *Запевалов В. Е., Нусинович Г. С.* // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 2. Саратов, 1986. С. 118—126.
[8] *Исаев В. А., Фишер В. Л., Четвериков А. П.* // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 2. Саратов, 1986. С. 3—11.
[9] *Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике. М.: Сов. радио, 1973. 400 с.
[10] *Люиселл У.* Связанные и параметрические колебания в электронике. М.: ИЛ, 1963. С. 351.
[11] *Рюэль Д., Такенс Ф.* // Странные аттракторы. М.: Мир, 1981. С. 117—151.

Харьковский
физико-технический институт
АН УССР

Поступило в Редакцию
24 апреля 1990 г.