

## ГЕНЕРАЦИЯ СИЛЬНОГО ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫМ УСИЛЕНИЕМ ПОЛЯ СИНХРОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

*С. Г. Арутюнян, М. Р. Маилян*

Рассмотрена схема интерференционного усиления электрического поля синхротронного излучения релятивистских частиц, движущихся синфазно по азимутальным сечениям тора. Образующаяся на оси тора область интерференционной «вспышки» имеет поперечные размеры порядка предельной длины волны синхротронного излучения.

Предварительно анализируется пространственное распределение жесткой части поля излучения одной частицы на расстояниях, сравнимых и больших радиуса кривизны траектории.

### Введение

Модулированные пучки заряженных частиц — мощное средство формирования электромагнитного поля с заданными уникальными свойствами (например, электронные пучки в кристаллах в схемах генерации когерентного рентгеновского излучения [1] или заряженные плоскости, движущиеся в среде, в схеме двойного обращения черенковского излучения [2]).

Специальной организацией траекторий частиц, движущихся в вакууме, можно добиться возникновения локализованных в пространстве кратковременных «вспышек» электрического или магнитного поля [3, 4].

В данной работе рассмотрена схема интерференционного усиления поля синхротронного излучения релятивистских частиц, которые синфазно движутся по азимутальным сечениям тора. На оси тора в течение короткого промежутка времени когерентно складываются электрические компоненты поля всех частиц. Обсуждаются допуски на траектории и фазы частиц, а также возможности применения усиленного поля. Предварительно анализируется пространственная картина жесткой части поля излучения одной частицы на расстояниях, сравнимых и больших радиуса кривизны траектории.

1. В [5] получена пространственная картина поля ультрарелятивистского заряда на расстояниях, сравнимых со средним радиусом кривизны  $R$  траектории. Уже на таких расстояниях можно заметить характерную узкую, тянущуюся от заряда  $\gamma$ -область пространственной локализации жесткой части синхротронного излучения. Напомним, что  $\gamma$ -область формально определена как область одномоментного прибытия всех испущенных в конусе с раствором угла  $\sim \gamma^{-1}$  относительно направлений скорости частицы в соответствующие запаздывающие моменты времени с траектории зарядом сигналов,  $\gamma$  — лоренц-фактор частицы. Именно этими сигналами формируется жесткая часть синхротронного излучения.

Здесь ограничимся рассмотрением равномерного движения релятивистской частицы по окружности радиуса  $R$ , отметив, что эта модель удовлетворительна, если изменение радиуса кривизны мало на длине траектории  $\sim R\gamma^{-1}$ .

Поперечный размер  $\gamma$ -области в плоскости орбиты  $\sim R\gamma^{-3}$ . Размер  $\gamma$ -области в ортогональном к этой плоскости направлении  $\sim l\gamma^{-1}$ , где  $l$  — длина пути, который проходят формирующие поле запаздывающие сигналы. Этот размер быстро становится больше  $R\gamma^{-3}$ .

Необходимо выяснить распределение поля в ортогональном к плоскости траектории направлении. Удобно параметризовать  $\gamma$ -область относительно определенных линий, полностью лежащих в ней. Например, линий, образованных всеми запаздывающими сигналами, каждый из которых испущен частицей в ортогональной к плоскости орбиты и касательной к траектории в соответствующий запаздывающий момент времени плоскости под определенным углом  $\alpha\gamma^{-1}$  ( $\alpha \leq 1$ ) к скорости частицы. Положение этих сигналов рассматривается в единый момент времени наблюдения  $t$ . Точки, близкие к одной из таких опорных линий, запишем в виде

$$\mathbf{r} = R(\mathbf{e}_1^0 + \mathbf{n}_0(\mu + \epsilon)), \quad (1)$$

где  $\mathbf{e}_1^0$  — главная нормаль к траектории в соответствующий запаздывающий момент  $t'_0 < t$ ;  $\mathbf{n}_0$  — единичный вектор, составляющий угол  $\alpha\gamma^{-1}$  с направлением скорости и лежащий в соответствующей ортогональной к плоскости орбиты и касательной к траектории частицы плоскости;  $\mu = c(t - t'_0)/R$ ; параметр  $\epsilon$  характеризует смещение точки наблюдения относительно опорной линии.

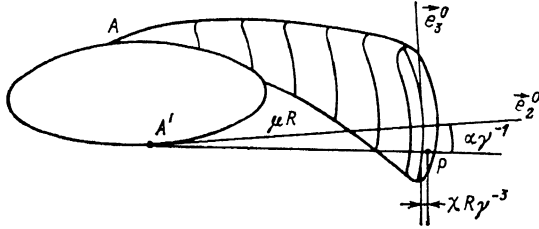


Рис. 1. Траектория движущейся по окружности частицы,  $\gamma$ -область и сечение  $\gamma$ -области плоскостью, ортогональной к плоскости орбиты и касательной к траектории в запаздывающий момент времени  $t'_0$ .

$\mathbf{e}_2^0$  — единичный вектор вдоль скорости,  $\mathbf{e}_3^0$  — нормаль к плоскости орбиты,  $A'$  — положение частицы в запаздывающий момент времени  $t'_0$ ,  $A$  — положение частицы в момент наблюдения  $t$ . Опорная линия образуется сигналами, испущенными под углом  $\alpha\gamma^{-1}$ ,  $\alpha \leq 1$  к плоскости орбиты. Точка наблюдения смещена относительно опорной линии на расстояние  $\chi R\gamma^{-3}$ ,  $\chi \leq 1$ ,  $\mu R = c(t - t'_0)$ .

Поскольку поперечный размер  $\gamma$ -области в плоскости орбиты  $\sim R\gamma^{-3}$  удобно представить  $\epsilon$  в виде  $\epsilon = \chi\gamma^{-3}$ , то  $\chi \leq 1$  для точек внутри  $\gamma$ -области. Очевидно, что для  $\chi = 0$  момент времени  $t'_0$  является запаздывающим для точки  $\mathbf{r} = R(\mathbf{e}_1^0 + \mathbf{n}_0\mu)$ . В случае  $\chi \neq 0$  уравнение, определяющее запаздывающий момент времени  $t'$  для точек (1), записывается в виде

$$c(t - t') = R|\mathbf{e}_1^0 + \mu\mathbf{n}_0 + \chi\gamma^{-3}\mathbf{n}_0 - \mathbf{e}_1|, \quad (2)$$

где  $\mathbf{e}_1$  — вектор главной нормали к траектории в момент времени  $t'$ .

Введем безразмерный параметр  $\lambda = \beta c(t'_0 - t')/R$  ( $\beta c$  — скорость частицы), характеризующий угловое отклонение запаздывающего положения частицы  $R\mathbf{e}_1^0$ . По поводу введенных обозначений см. рис. 1. Разлагая (2) по малым  $\lambda$  и  $\gamma^{-1}$  для определения  $\lambda$ , получим уравнение четвертого порядка

$$\frac{1}{12}\lambda^4 + \frac{1}{3}\mu\lambda^3 + \gamma^{-2}\lambda^2 + \gamma^{-2}(\mu(1 + \alpha^2) - 2\gamma^{-1}\chi)\lambda - 2\gamma^{-3}\mu\chi = 0. \quad (3)$$

Решение (3) ищем в виде ряда

$$\lambda = \gamma^{-1}\eta + \gamma^{-2}\delta + \dots \quad (4)$$

Множитель  $\eta$  при этом определяется кубическим уравнением вида

$$\eta^3 + 3(1 + \alpha^2)\eta - 6\chi = 0. \quad (5)$$

В итоге для первых двух членов (4) имеем

$$\eta = (3\chi + \sqrt{(1 + \alpha^2)^3 + 9\chi^2})^{1/3} - (-3\chi + \sqrt{(1 + \alpha^2)^3 + 9\chi^2})^{1/3},$$

$$\delta = -\frac{\frac{1}{12}\eta^4 + \eta^2 - 2\eta\chi}{\mu(1 + \alpha^2 + \gamma^2)}. \quad (6)$$

Подставляя (4) и (6) в выражения для линейно-вихревого поля и производя разложения по малым  $\lambda$  и  $\gamma^{-1}$ , в первом приближении для электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей получим

$$\mathbf{E} = \frac{4e\gamma^4 [(1 + \alpha^2 - \eta^2) \mathbf{e}_1^0 + 2\alpha\eta\mathbf{e}_3^0]}{\mu R^2 (1 + \alpha^2 + \eta^2)^3},$$

$$\mathbf{H} = \frac{4e\gamma^4 [-2\alpha\eta\mathbf{e}_1^0 + (1 + \alpha^2 - \eta^2) \mathbf{e}_3^0]}{\mu R^2 (1 + \alpha^2 + \eta^2)^3}, \quad (7)$$

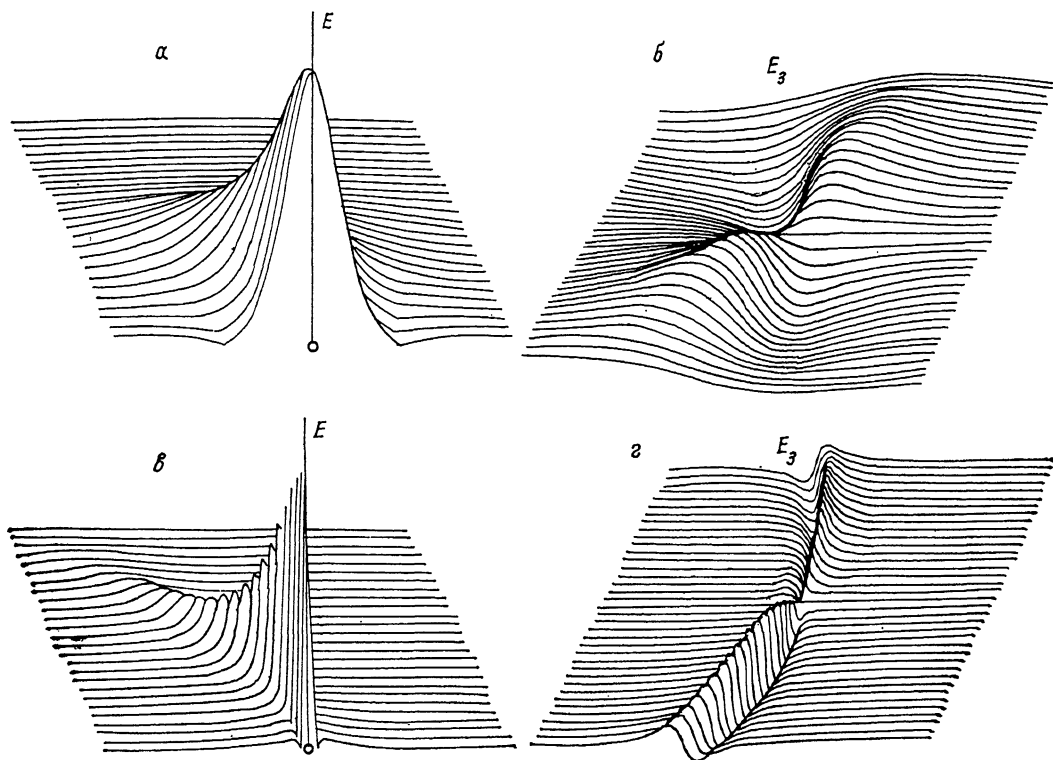


Рис. 2. Электрическое поле в двух сечениях  $\gamma$ -области плоскостями, ортогональными к плоскости орбиты и касательными к траектории заряда с  $\gamma=5$ .

Электрическое поле направлено в основном вдоль вектора  $\mathbf{e}_1^0$ ; а, в — зависимости модуля электрического поля  $E$  от координат сечения; б, г — та же зависимость для компоненты электрического поля вдоль оси  $\mathbf{e}_3^0$ . Масштабы а, б и в, г разные, размер  $\gamma$ -области вдоль оси  $\mathbf{e}_3^0$  в обоих случаях равен  $R\gamma^{-1}$ . Для наглядности на а, в приведены зависимости  $E$  от координат лишь для  $\alpha \geq 0$ .

где  $\mathbf{e}_3^0$  — единичный вектор в направлении нормали к плоскости траектории.

В частном случае  $\alpha=0$  эти формулы совпадают с полученными ранее для поля в  $\gamma$ -области в плоскости траектории выражениями [5].

На рис. 2 представлено электрическое поле в двух сечениях  $\gamma$ -области плоскостями, ортогональными к плоскости траектории заряда с  $\gamma=5$ . Эти сечения касаются траектории заряда и соответствуют двум значениям  $\mu=0.1$  (рис. 2, а, б) и 1.0 (рис. 2, в, г).

2. Фронты  $\gamma$ -областей криволинейны: радиус кривизны опорной линии, проходящей в центре  $\gamma$ -области ( $\alpha=0$ ), порядка  $\mu R$ . Очевидно, что если движение частиц пучка не упорядочено специальным образом, то в пространстве в основном образуются попарные пересечения  $\gamma$ -областей, соответствующие двум различным частицам.

Направленное когерентное синхротронное излучение образуется, если траектории сдвинуты вдоль направления излучения [3, 4]. Это направление совпадает с направлением скоростей частиц в запаздывающие моменты времени (в эти моменты времени совпадают также направления ускорений частиц).

Возможен другой способ организации когерентного сложения полей, когда поля  $\gamma$ -областей складываются в течение короткого промежутка времени и в локальной области пространства. Например, такое сложение исключительно электрических компонент поля происходит, если частицы синфазно движутся по сечениям тора, содержащим его ось.

Введем цилиндрическую систему координат  $rR, \varphi, zR$  с началом в центре тора; ось  $z$  направлена вдоль оси тора. Пусть  $t'_0$  — момент времени, когда частицы имеют координаты  $aR, \varphi, R$ , где  $R$  и  $aR$  — малый и большой радиусы тора. Тогда в момент времени  $t^* \approx t'_0 + aR/c$  на оси тора пересекутся все центральные опорные линии, причем совпадут также направления их касательных. Это значит, что на оси тора образуется азимутально-симметричная область пересечения всех  $\gamma$ -областей с поперечным размером  $\sim R\gamma^{-3}$  и продольным размером вдоль оси тора  $\sim 4R\sqrt{a/3}\gamma^{-3/2}$ , в которой совпадают также направления векторов электрических полей. В дальнейшем ( $t > t'_0 + aR/c$ ) эта область распадается

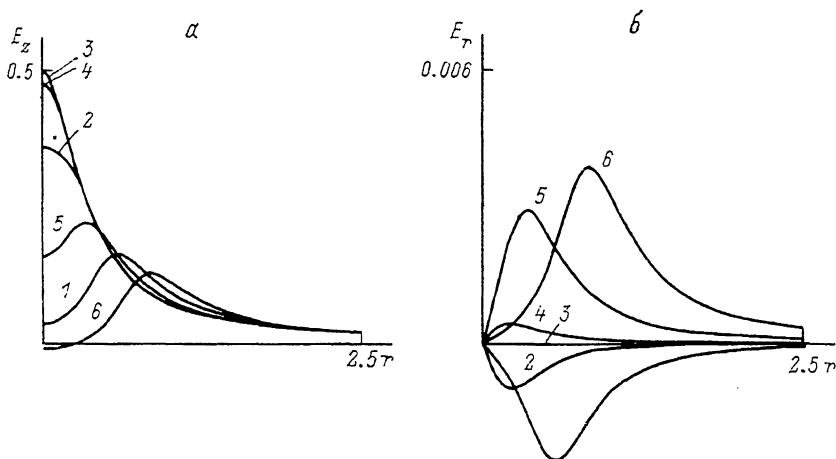


Рис. 3. Результаты численного интегрирования формулы (9) для разных  $z$ -сечений ( $\alpha=2$ ). По оси  $r$  отложено расстояние от оси тора в единицах  $R\gamma^{-3}$ , а по вертикальным осям  $E_z$  (а) и  $E_r$  (б), нормированным на  $4e\gamma^4/R^2$ ; 1 — 0.4, 2 — 0.2, 3 — 0, 4 — 0.2, 5 — 0.4, 6 — 0.6. На расстояниях  $\sim R\gamma^{-3}$  от оси тора радиальная компонента поля составляет  $\sim 0.5\%$  от  $z$ -компоненты,  $\gamma=10$ .

на два «пятна», движущихся вдоль оси тора в разных направлениях, причем с удалением их от плоскости  $z=1$  уменьшается продольный размер «пятен» (до величины  $\sim R\gamma^{-3}$ ) и нарушается условие параллельности векторов электрического поля. Скорости движения «пятен» записываются в виде

$$v_{\pm} = \frac{c}{\sqrt{a^2 + (z+1)^2 - 1}} \left\{ z + 1 - \frac{1}{\beta} \frac{a^2 - 1}{\sqrt{a^2 + (z+1)^2 - 1} - (z+1)} \right\}, \quad (8)$$

где плюс и минус характеризуют верхнюю и нижнюю области ( $z > 1, z < 1$ ).

Ситуация здесь аналогична рассмотренной, например, в связи с сверхсветовыми источниками излучения. Здесь также сверхсветовая скорость «пятен» обусловлена тем, что области в каждый последующий момент времени образуются разными запаздывающими сигналами.

Поле в области такой интерференционной «вспышки» определяется интегрированием формул (7) по всем сечениям тора. Очевидно, поле в этой области имеет азимутальную симметрию. Для точки наблюдения с координатами  $(rR, O, zR)$  легко определить параметры  $\alpha = \alpha(r, \varphi, z)$  и  $\chi = \chi(r, \varphi, z)$  (и соответственно величину  $\eta$ ) для каждого сечения тора с азимутом  $\varphi$ . С учетом этих соотношений суммарное электрическое поле имеет вид

$$\mathbf{E}_{\Sigma} = \frac{N}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \mathbf{E}(t, \alpha, \chi), \quad (9)$$

где  $N$  — число частиц.

Аналитически интегрирование в (9) провести не удастся, хотя легко найти абсолютный максимум электрического поля в момент времени  $t^*$  для точки с координатами  $(0, 0, 1)$

$$E_z = \frac{4e\gamma^4}{aR^2} N\hat{z}, \quad (10)$$

где  $\hat{z}$  — единичный вектор вдоль оси  $z$ .

Для  $N=10^9$ ,  $\gamma=100$ ,  $R=20$  см,  $a=2$   $E_z=0.721 \cdot 10^8$  В/см. Формула (9) интегрировалась численно. На рис. 3 приведены результаты этого анализа для  $\gamma=10$ ,  $a=2$ . По оси отложено расстояние от оси тора в единицах  $R\gamma^{-3}$ , а по осям  $E_z$  и  $E_r$  — величины компонент поля, нормированные на  $4e\gamma^4/R^2$ , для разных  $z$ -сечений области «вспышки». На рис. 4 показано распределение суммарного поля в тех же единицах вдоль оси  $z$  для различных энергий частиц (масштаб вдоль оси  $z$  выбран в единицах  $R/\gamma$ ). Рис. 4 дает представление о продольном размере области «вспышки».

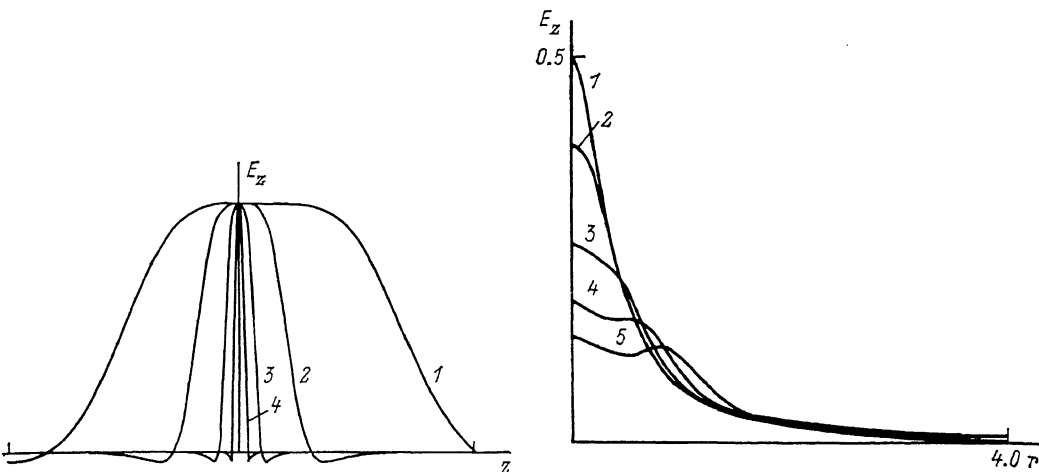


Рис. 4. Зависимости продольной компоненты электрического поля на оси тора для различных значений энергии.

Масштаб вдоль оси  $z$  в единицах  $R\gamma^{-1}$ ;  $\gamma$ : 1 — 10, 2 — 10<sup>2</sup>, 3 — 10<sup>3</sup>, 4 — 10<sup>4</sup>. Продольные размеры области «вспышки»  $\sim 4\sqrt{\alpha/3} R\gamma^{-3/2}$ .

Рис. 5. Представлены результаты численного моделирования неидеальной системы из 100 частиц со случайными фазами, лежащими в интервале  $(-ampl \cdot \gamma^{-3}, +ampl \cdot \gamma^{-3})$   $\gamma=10$ .

Помимо падения амплитуды электрического поля в области «вспышки» происходит уширение ее поперечных размеров с увеличением  $ampl$ : 1 — 0, 2 — 0.25, 3 — 0.5, 4 — 0.75, 5 — 1.

3. Идеальная схема когерентного усиления поля, предложенная выше, весьма привлекательна с точки зрения получения коротких, локализованных в пространстве интерференционных «вспышек», однако требует довольно существенных требований к точности траекторий частиц.

Наиболее существенным ограничением является допуск на фазы частиц вблизи точек  $aR$ ,  $\varphi$ ,  $R$  (т. е. на верхней части сечения тора), который должен быть  $\sim \gamma^{-3}$ . Соответствующая длина траектории при этом порядка ширины области «вспышки». Это естественно: для организации области поля с определенной шириной (или излучения с определенной длиной волны) требуются пучки с глубиной модуляции по крайней мере по одному направлению того же порядка (эта модуляция может быть пространственной либо модуляцией по скоростям) (см., например, [7]).

В соответствии с этим энергетический допуск частиц в момент инжекции  $\Delta\gamma \sim \gamma^{-2}$ . В случае многократной генерации «вспышки»  $\Delta\gamma \sim \gamma^{-2} M^{-1}$ , где  $M$  — число повторений вспышки.

Вблизи точек  $aR$ ,  $\varphi$ ,  $R$  требуется также, чтобы направления скоростей частиц отклонялись не более чем на угол  $\sim \gamma^{-1}$  от плоскостей соответствующих азимутальных сечений тора.

Есть основания полагать, что в области энергий пучков до нескольких десятков МэВ такие пучки могут быть получены [8]. С помощью таких пучков можно получить интерференционные «вспышки» с поперечными размерами  $\sim 1$  мкм. При этом магнитное поле должно быть порядка нескольких кГс.

Отметим, однако, что предложенная схема работает также в случае, когда указанные жесткие допуски на фазы выдержать не удастся. Если разброс по фазам находится на уровне  $\Delta\Phi$ , то ширина вспышки возрастает до  $\sim \Delta\Phi R$  и соответственно значение поля падает

$$E_{\Sigma}^{\Delta\Phi} \sim \frac{4e\gamma N}{\mu R^2 \Delta\Phi} \frac{\eta(\Delta\Phi\gamma^3/2)}{1 + \gamma^2(\Delta\Phi\gamma^3/2)}, \quad (11)$$

где функция  $\eta(\Delta\Phi\gamma^3/2)$  определяется соотношением (6).

Очевидно, что для  $\Delta\Phi \sim \gamma^{-3}$  получается прежнее значение поля. В случае, когда  $\Delta\Phi \gg \gamma^{-3}$ ,  $E_{\Sigma}^{\Delta\Phi} \sim 4eN/(3^{1/2}\mu R^2(\Delta\Phi)^{1/2})$ . Например, для  $\Delta\Phi \sim 10\gamma^{-3}$   $E_{\Sigma}^{\Delta\Phi} \sim E_{\Sigma}/30$ , т. е. десятикратное уширение допусков частиц приводит к уменьшению электрического поля в 30 раз по сравнению с идеальной схемой.

На рис. 5 представлены результаты численного моделирования системы из 100 частиц со случайными фазами, лежащими в интервале  $(-ampl \cdot \gamma^{-3}, +ampl \cdot \gamma^{-3})$ , где  $ampl \sim 1$ , а  $\gamma = 10$ .

Основным применением предложенной схемы представляется способ формирования коротких пучков с малым эмиттансом. На оси тора помещается металлическое острие с таким расчетом, чтобы в какой-то момент времени на его поверхности образовалась интерференционная «вспышка» с направленным от поверхности и перпендикулярно ей электрическим полем, вытягивающим электроны вдоль оси тора. Так как «вспышка» существует на поверхности тора очень короткое время  $\sim R/(c\gamma^3)$ , то получающиеся пучки вторичных электронов также короткие. Для параметров  $\gamma \sim 100$  и  $R \sim 30$  см это время порядка  $10^{-15}$  с.

Представляется возможным также использование указанной схемы генерации поля для исследования поверхности твердого тела [9].

### Список литературы

- [1] Висоцкий В. П., Кузьмин Р. Н. Гамма-лазеры. М., 1989. 174 с.
- [2] Нагорский Г. А. // Тр. VIII Всесоюз. совещания по ускорению заряженных частиц. Дубна, 1983. Т. 2. С. 372—375.
- [3] Арутюнян С. Г., Нагорский Г. А. // ЖТФ. 1985. Т. 55. Вып. 8. С. 1494—1499.
- [4] Арутюнян С. Г., Нагорский Г. А. // Препринт ЕРФИ. № 554 (41)-82. Ереван, 1982.
- [5] Арутюнян С. Г. Автореф. канд. дис. Ереван, 1981.
- [6] Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1981. 503 с.
- [7] Арутюнян С. Г., Маилан М. Р., Туманян Р. В. // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 4. С. 59—66.
- [8] Уилсон А. Д. // ТИИЭР. 1983. Т. 71. № 5. С. 36—49.
- [9] Сильные и сверхсильные магнитные поля и их применение. М.: Мир, 1988. 456 с.

Ереванский физический институт

Поступило в Редакцию  
4 мая 1990 г.