1991 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 61, N 8

07

ОШИБКА ДИСКРЕТНОСТИ ВЫХОДНОГО СИГНАЛА КОЛЬЦЕВОГО ЛАЗЕРА С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ПОДСТАВКОЙ

Ю. Д. Голяев, Ю. Ю. Колбас

Рассмотрена ошибка измерения скорости вращения кольцевым лазером, связанная с дискретным съемом информации. Предложена модель рассмотрения изменения разности фаз между встречными волнами в виде векторной диаграммы. Получено выражение для вычисления ошибки дискретности. Теоретические выводы подтверждены экспериментальными результатами.

В большинстве лазерных гироскопов съем информации идет не непрерывно, а дискретно — подсчитывается количество целых интерференционных полос, проходящих мимо площадки фотоприемника. На каждую полосу формируется один или два импульса, которые направляются в счетные устройства.

В условиях знакопеременной периодической подставки импульсы считаются в строго заданные интервалы времени, равные длительности полупериодов коммутации подставки. Эти полупериоды, естественно, не могут быть в общем случае кратны целому количеству периодов биений встречных волн. Поэтому посчитанный за каждый полупериод угол поворота КЛ в общем случае будет отличаться от фактического на остаточную часть периода биений. При знакопеременной периодической частотной подставке счет импульсов осуществляется по двум каналам, соответствующим положительному и отрицательному полупериодам частотной подставки. Время счета по каждому каналу строго задано и равно 1/2 периода коммутации подставки. Естественно, за это время набег разности фаз встречных волн в общем случае некратен 2π, что соответствовало бы точному смещению интерференционной картины на целое число полос. В результате измеренный за 1/2 периода коммутации подставки угол поворота КЛ отличается от истинного на остаточную часть периода биений в конце полупериода коммутации подставки. Очевидно, что величина этой ошибки, называемая ошибкой дискретности выходного сигнала КЛ, не превышает 2π (одного импульса). Ошибку дискретности следует отличать от технических погрешностей счета импульсов, вызываемым помехами, сбоями в аппаратуре и т. п., поскольку она принципиально присуща КЛ с описанным выше механизмом измерения разности фаз встречных волн.

Для дальнейшего анализа будем считать, что импульс формируется в момент прохождения минимума интерференционной картины, т. е. в момент времени, когда фаза сигнала биений встречных волн равна $2\pi k$, где $k=0, 1, 2, 3, \ldots$. Для исследования удобно описать сигнал биений встречных волн векторной диаграммой на плоскости, в которой вращается вектор единичной длины. Выберем ось OY, относительно которой мы будем отсчитывать угол поворота вектора. Угол между вектором и осью OY соответствует мгновенной фазе сигнала биений встречных волн. Совпадение вектора с осью OY соответствует фазе $2\pi k$, т. е. отсчету информационного импульса. Примем, что первый период положительный и направление вращения при этом по часовой стрелке. Обозначим фазу в начале первого положительного полупериода через ψ_1^+, фазу в начале первого отрицательного полупериода через ψ_1^- и фазу в начале второго положительного полупериода через ψ_2^+.

Набег фазы за 1/2 периода складывается из набега фазы за счет подставки и набега фазы за счет постоянной скорости вращения, которое примем положительным.

Величина фазовой подставки в конце полупериода равна

$$\Delta\psi_п = 2\pi N + \Delta\tilde{\psi}_п, \tag{1}$$

где $N = 0,\ 1,\ 2,\ 3, \ldots\ ,\ 0 \leqslant \Delta\tilde{\psi}_п \leqslant 2\pi$.

Дополнительный набег фазы из-за вращения равен

$$\Delta\psi = 2\pi n + \Delta\tilde{\psi}, \tag{2}$$

где $n = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ 0 \leqslant \Delta\tilde{\psi} \leqslant 2\pi$.

Обратимся к векторной диаграмме на рис. 1. Как следует из диаграммы, разность фаз в начале и в конце периода равна

$$\psi_2^+ - \psi_1^+ = 2\Delta\tilde{\psi}. \tag{3}$$

Импульс информации формируется при каждом прохождении вектором оси OY. Нас же интересует разность между количеством импульсов в положительном и отрицательном полупериодах коммутации подставки.

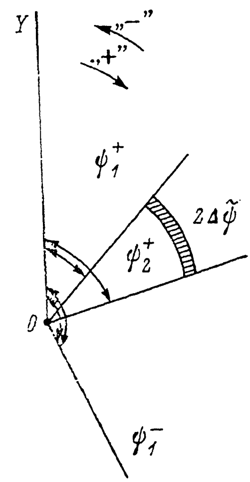

Рис. 1.

Как следует из рис. 1 и формул (1) и (2), на положительном полупериоде всегда формируется не менее $n+N$ импульсов, а на отрицательном — не менее $N-n$, что обеспечивает измерение разности $4\pi n$. Наличие дополнительного набега фазы $\Delta\tilde{\psi}$ приводит к тому, что между соседними полупериодами может быть зафиксирован либо 1 разностный импульс, либо ни одного.

На каждом периоде коммутации подставки истинное значение разности фаз составляет $2\Delta\tilde{\psi}$, измеренное же — либо 0, либо 2π. Соответственно и ошибка составляет либо $2\Delta\psi$, либо $2\pi - 2\Delta\psi$. Рассчитаем частоту появления нулевых и единичных отсчетов на каждом периоде коммутации подставки и через нее определим среднее и дисперсию показаний.

Рассмотрим 2 варианта.

а) Мы случайно выбираем периоды из сигнала. Тогда вероятность отсчета импульса составит $(2n\tilde{\psi}/2\pi)$, а отсчета нуля $(2\pi - 2n\tilde{\psi}/2\pi)$, при $0 < \Delta\psi \leqslant \pi$. При $\pi < \Delta\tilde{\psi} \leqslant 2\pi$ величину в формулах $2\Delta\psi$ следует заменить на $2\Delta\psi - \mathrm{Int}\,(2\Delta\tilde{\psi}) = 2\,(\Delta\tilde{\psi} - 1/2)$ и помнить, что здесь нулевой отсчет означает появление 1 импульса, а единичный — двух импульсов, что не меняет нашего рассмотрения, поскольку один импульс следует включить в целую часть $\Delta\psi$, используя вместо величины $2n$ величину $2n+1$.

Тогда среднее значение ошибки равно

$$\delta\bar{\tilde{\psi}} = 2\Delta\tilde{\psi}\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}) - 2\Delta\tilde{\psi}\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}) = 0, \tag{4}$$

а дисперсия

$$\sigma^2 = 2\Delta\tilde{\psi}\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi})^2 + (2\Delta\tilde{\psi})^2\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}) = 2\Delta\tilde{\psi}\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}). \tag{5}$$

б) Мы рассматриваем бесконечную неразрывную последовательность периодов коммутации.

Рассмотрим одно обегание вектором полного круга. На это потребуется $(2\pi)/(2\Delta\psi)$ периодов коммутации. За одно полное обегание будет один единичный отсчет и $(2\pi/2\Delta\tilde{\psi} - 1)$: $(2\pi/2\Delta\tilde{\psi}) = 2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}$ нулевых отсчетов. Тогда

$$\delta\bar{\tilde{\psi}} = (2\pi - 2\Delta\tilde{\psi})\cdot 2\Delta\tilde{\psi} - 2\Delta\tilde{\psi}\cdot(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}) = 0,$$

а

$$\sigma^2 = 2\Delta\tilde{\psi}\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi})^2 + (2\Delta\tilde{\psi})^2\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}) = 2\Delta\tilde{\psi}\,(2\pi - 2\Delta\tilde{\psi}). \tag{6}$$

Таким образом, ошибка дискретности не зависит от метода съема информации случайного выборочного или непрерывного. Проведенное рассмотрение справедливо для такта съема, содержащего любое целое число периодов коммутации подставки. При этом следует в выражениях (5) и (6) заменить величину $2\Delta\tilde{\psi}$ на $2r\Delta\tilde{\psi}$, где r — число периодов коммутации в такте съема. На величину $2r\Delta\tilde{\psi}$ наложено условие $0 \leqslant 2r\Delta\tilde{\psi} \leqslant 2\pi$, при $2r\Delta\tilde{\psi} > 2\pi$ в формулах (5) и (6) следует использовать величину $2r\Delta\tilde{\psi}$—Int $(2r\Delta\tilde{\psi})$.

Рассмотрим теперь, какой вклад дает ошибка дискретности в общую шумовую ошибку при включении десинхронизирующей компоненты. С учетом того, что десинхронизирующую компоненту можно рассматривать как меняющуюся добавку к величине $2\Delta\tilde{\psi}$, и поскольку на практике ее величина близка к 2π, дисперсию ошибки дискретности можно определить как среднюю на периоде 2π. Тогда

$$\bar{\sigma}^2_{\text{ср}} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} x(2\pi - x)\,dx = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)(2\pi)^2 \approx \frac{2\pi^2}{3}.$$

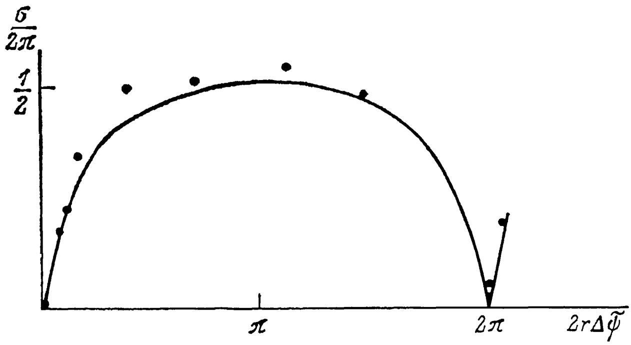

Рис. 2.

Тогда средний квадрат ошибки вычисляется по формуле $\bar{\sigma}_{\text{ср}}/(2\pi) = 0.408 \approx$ ≈ 0.41, что соответствует величине, полученной экспериментально и лежащей в пределах 0.36—0.47. При этом общая шумовая ошибка вычисляется по формуле $\sigma^2_{\text{общ}} = \sigma^2 + \bar{\sigma}^2_{\text{диск}}$, где σ^2 — дисперсия собственных шумов КЛ.

Выводы

а) Ошибка дискретности зависит только от скорости вращения и длительности такта съема информации. Она максимальна при $2r\Delta\tilde{\psi} = \pi$, что эквивалентно (с учетом, что $0 < r\Delta\psi < \pi$, а далее зависимость циклически повторяется с периодом π), потому что соответствующая скорость вращения равна

$$V_{\text{вр}} = \frac{1}{2}\frac{h_{\text{к}}}{r},$$

где $h_{\text{к}}$ — частота коммутации подставки.

б) Дисперсия ошибки дискретности при последовательном съеме информации не превышает величины π^2 (средний квадрат ошибки не превышает π). Если же мы выбираем периоды коммутации случайным образом и из них формируем такт съема информации, то дисперсия будет накапливаться по закону

$$\sigma^2 = r\sigma_1^2(2\pi)^2$$

и не превышает величины $r \cdot \pi^2$. В то же время, как следует из формул (5) и (6), ошибка дискретности не зависит от того, каким методом, последовательным или случайным, мы выбираем такты съема информации из непрерывной последовательности. Зависимость среднего квадрата ошибки от накопленного за такт съема угла представлена на рис. 2. Налицо достаточное совпадение теоретической кривой и экспериментальных результатов.

Список литературы

[1] *Аронович Ф.* // Применение лазеров / Под ред. А. Тычинского. М.: Мир, 1979.

Поступило в Редакцию
19 июля 1990 г.
В окончательной редакции
6 декабря 1990 г.