1991 ЖУРНАЛ ТЕХНИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ Том 61, в. 8
1991 JOURNAL OF TECHNICAL PHYSICS Vol. 61, N 8

07

© 1991 г.

АСТИГМАТИЗМ ПРИ ДВУМЕРНОЙ ФОКУСИРОВКЕ СФЕРИЧЕСКОЙ РЕНТГЕНОВСКОЙ ВОЛНЫ ДВУХКРИСТАЛЬНОЙ СХЕМОЙ

Т. Чен, Р. Н. Кузьмин

Приведены интегральные выражения для амплитуды брэгговски дифрагированной на двухкристальной схеме сферической рентгеновской волны. Получены геометрические условия двумерной фокусировки двукратно дифрагировавшей волны. Анализируется астигматизм фокусирующегося пучка, дано условие отсутствия астигматизма. Получено выражение для интенсивности вдоль одной из осей астигматического эллипса в случае малого астигматизма.

При динамической брэгговской дифракции сферической волны на изогнутом монокристалле роль сферической аберрации дифрагировавшей волны ничтожно мала (если не рассматривать особый случай схемы Иоганна), что позволяет не учитывать влияния этого вида аберрации на одномерную (цилиндрическую) фокусировку.

При двумерной фокусировке возникает проблема астигматизма. В общем случае произвольных геометрических параметров схемы (расстояние от источника сферической волны до кристалла, радиусы изгиба кристалла и т. д.) астигматизм влияет на фокусировку более существенно, чем сферическая аберрация. Динамическая теория двумерной фокусировки при брэгговской дифракции сферической волны на двухосно изогнутом кристалле, развитая недавно в [1, 2], не исследует, однако, роли астигматизма.

В настоящей работе исследуется астигматизм двумерно фокусирующегося пучка (волны) при брэгговской дифракции на двухкристальной системе.

Рассмотрим задачу двухволновой брэгговской дифракции (симметричный случай) сферической волны на толстых кристаллах, цилиндрически изогнутых во взаимно перпендикулярных плоскостях. Используя разложение падающей волны в фурье-интеграл по плоским волнам и применяя рентгено-оптический принцип Гюйгенса—Френеля, для амплитуды дважды дифрагированной волны в точке $\mathbf{r}$ (ξ, y) изображения точечного источника получаем

$$E_{hh}(\mathbf{r}) = E_{hh}(\xi)\, E_{hh}(y), \tag{1а}$$

где

$$E_{hh}(\xi) \sim \int dq_x R^{(1)}(q_x + q_0)\, R^{(2)}(q_x + q_0) \exp[iF(q_x)],$$

$$F(q_x) = -\frac{q_x^2}{2\varkappa}\left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{1}{\alpha_h}\right) - \frac{q_x \gamma \xi}{\alpha_h L_h}, \quad \alpha_{0,\,h} \neq 0,$$

$$\alpha_{0,\,h} = \gamma\left(\frac{\gamma}{L_{0,\,h}} - \frac{1}{R_1}\right), \quad L_h = L_{12} + L_{hh}^{(1)}, \tag{1б}$$

Здесь $R^{(1,\,2)}(q_x + q_0)$ — амплитудные плосковолновые коэффициенты отражения первым и вторым кристаллами. Предполагается, что в плоскости дифракции изогнут первый кристалл. В случае произвольного радиуса изгиба коэффициент отражения изогнутым кристаллом записывается через функции параболического цилиндра [2, 3] и интеграл (1б) для фокусирующейся волны ($\alpha_0=-\alpha_h$) не вычисляется аналитически точно. Поэтому используем приближение «слабого» изгиба, когда $R^{(1)}(q_x+q_0)$ аппроксимируется выражением для идеального неизогнутого кристалла [2, 3] и интеграл (1б) при $\alpha_0=-\alpha_h$ сводится к табличному [4]. Для y-компоненты амплитуды имеем

$$E_{hh}(y)=\exp\left(\frac{i\varkappa y^2}{2L_{hh}^{(2)}}\right)\int\limits_{-y_{\rm eff}}^{y_{\rm eff}}d\tilde{y}\exp\left(\frac{i\varkappa}{2}\beta\tilde{y}^2\right)\exp\left(-\frac{i\varkappa y\tilde{y}}{L_{hh}^{(2)}}\right), \qquad (1в)$$

$$\beta=\frac{1}{L_0+L_{12}}+\frac{1}{L_{hh}^{(2)}}-\frac{2\gamma}{R_2}, \qquad (1г)$$

L_0 — расстояние от точечного источника до первого кристалла, L_{12} — расстояние между кристаллами, $L_{hh}^{(1,2)}$ — расстояния от второго кристалла до точек пересечения лучей соответственно в плоскости дифракции (сагиттальной плоскости) и меридиональной плоскости, $\gamma=\sin\theta_B$, $\mu=\cos\theta_B$, θ_B — брэгговский угол, $R_{1,2}$ — радиусы изгиба кристаллов, $\varkappa=2\pi/\lambda$, λ — длина волны, Λ — экстинкционная длина, $q_0=\varkappa\chi_0/2\mu$,

$$y_{\rm eff}\cong(L_0+L_{12})\left|\frac{2\Delta\theta\mu}{\gamma-(L_0+L_{12})(1+\gamma^2)/R_2}\right|^{1/2}, \qquad (1д)$$

$\Delta\theta=|\chi_{hr}|/\sin 2\theta_B$, χ_0 и $\chi_h=\chi_{hr}+i\chi_{hi}$ — фурье-компоненты рентгеновской поляризуемости кристаллов.

Учитывая явный вид $\alpha_{0,h}$ и β, находим геометрические условия двумерной фокусировки

$$\frac{1}{L_0}+\frac{1}{L_{12}+L_{hh}^{(1)}}=\frac{1}{F_1}, \qquad (2)$$

$$\frac{1}{L_0+L_{12}}+\frac{1}{L_{hh}^{(2)}}=\frac{1}{F_2}.$$

Здесь $F_1=R_1\sin\theta_B/2$ и $F_2=R_2/2\sin\theta_B$ — фокусные расстояния в сагиттальной и меридиональной плоскостях соответственно. Заметим, что формально положив в (2) $L_{12}=0$, получаем систему уравнений для кристалла, двухосно изогнутого с радиусами изгиба $R_x=R_1$, $R_y=R_2$ [2].

Расстояния $L_{hh}^{(1,2)}$ в (2), вообще говоря, различны, т. е. фокусирующийся пучок обладает астигматизмом. Из (2) видно, что астигматизм, величина которого равна $\Delta L_{hh}=L_{hh}^{(2)}-L_{hh}^{(1)}$, может быть сведен к минимуму для некоторого интервала расстояний L_{12}, удовлетворяющих сильному неравенству $L_{12}\ll F_1<L_0$ при $F_2\approx F_1$.

Для L_{12}, сравнимых с F_1, L_0 пучок будет существенно астигматическим. Действительно, из (2) следует, что пучок является стигматическим, если

$$F_2=\left[F_1\left(1+\frac{L_{12}}{L_0}\right)-L_{12}\right]\left(1+\frac{L_{12}}{L_0}\right). \qquad (3)$$

В частном случае $F_1=F_2$ из (3) следует, что астигматизм отсутствует при $L_{12}^{(1)}=0$, что с учетом замечания к (2) соответствует двухосно изогнутому кристаллу [2], и $L_{12}^{(2)}=(L_0-2F_1)(F_1/L_0-1)^{-1}$. Видно, что $L_{12}^{(2)}>0$ только для тех расстояний L_0, величины которых ограничены интервалом $F_1<L_0<2F_1$. При варьировании расстояния между кристаллами вблизи $L_{12}=L_{12}^{(2)}$ интенсивность пучка меняется в зависимости от L_{12} как

$$I_{hh}(L_{12})\sim\frac{1}{L_{12}^2}\left\{1+\frac{\delta\xi l_x}{\Delta\xi x_{\rm eff}}\right\}\left\{1+\frac{\delta y l_y}{\Delta y y_{\rm eff}}\right\}, \qquad (4)$$

где $l_{x(y)}$ — размеры области, освещаемой падающим на второй кристалл пучком, по осям X и Y; $x_{\rm eff}=\Delta\theta L_{hh}^{(1)}$; $y_{\rm eff}$ определяется (1д);

$$\delta\xi \cong \frac{\Delta L_{hh}\gamma x_{\text{eff}}}{2L_{hh}^{(1)}}, \quad \delta y \cong \frac{\Delta L_{hh} y_{\text{eff}}}{2L_{hh}^{(2)}} \tag{5}$$

— размеры полуосей астигматического эллипса, расположенного посередине между фокальными линиями; $\Delta\xi = 2.57\alpha_h L_h \Lambda\,\mu/\pi\gamma^2$ и $\Delta y = \lambda L_{hh}^{(2)}/2y_{\text{eff}}$ — дифракционные уширения фокуса.

Анализ (3) показывает, что если $R_1 = R_2$, то стигматическое изображение источника получается при двух расстояниях L_{12} между кристаллами (для фиксированных F_1, L_0)

$$L_{12}^{(1,2)} = \frac{-(2F_1/L_0 - 1) \pm D^{1/2}}{2(F_1/L_0 - 1)} L_0 < L_h, \tag{6}$$

$$D = \left(\frac{2F_1}{L_0} - 1\right)^2 + 4\operatorname{ctg}^2\theta_B \frac{F_1}{L_0}\left(\frac{F_1}{L_0} - 1\right), \tag{7}$$

где величина расстояния L_0 заключена в пределах

$$1 < \frac{L_0}{F_1} \leqslant \frac{2}{1 + \cos\theta_B}. \tag{8}$$

Для отражения (220) излучения Cu K_α ($\lambda = 1.54$ Å) от кристаллов кремния ($\theta_B = 23.65°$) с $R_1 = R_2$ интервал расстояний L_0, при которых астигматизм отсутствует, очень мал $1 < L_0/F_1 < 1.04$. При изменении расстояния L_{12} в окрестности $L_{12}^{(1,2)}$, определяемых в (6), происходит падение интенсивности пучка, которое можно оценить по формуле (4).

Получим выражение для интенсивности волны на оси ξ эллипса в случае малого астигматизма, когда $L_{12} \ll F_1 < L_0$, $F_2 \approx F_1$, а также $\Delta L_{hh} \ll L_h$. Разложим экспоненту в (1б), квадратичную по q_x, в ряд Тэйлора, удерживая первые два члена. Вычисляя с учетом (2) интеграл (1б), для интенсивности на оси ξ имеем

$$I_{hh}(\xi) = |E_{hh}(\xi)|^2 \cong \left| \frac{J_2(t)}{t} - \frac{\chi_0\pi\gamma\delta\alpha_h}{16\mu^2\Lambda}(J_0 - J_4) + i\frac{\delta\alpha_h}{2\varkappa}\left[-\frac{J_2(t)}{t}\left\{q_0^2 + \frac{\pi^2\gamma^2}{2\Lambda^2\mu^2}\right\} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\pi^2\gamma^2}{2\Lambda^2\mu^2}\frac{J_4(t)}{t}\right]\right|^2, \quad t = \frac{\pi\gamma^2\xi}{\alpha_h L_h \Lambda\mu}, \tag{9}$$

где

$$\delta\alpha_h = \frac{\gamma^2 \Delta L_{hh}}{2\alpha_h^2 L_h^2\left(1 + \frac{\Delta L_{hh}}{2L_h}\right)}, \tag{10}$$

$J_{0,2,4}$ — функции Бесселя нулевого, второго и четвертого порядков.

При выводе (9) учтено, что в (1б) с хорошей точностью можно положить $|q_x| < q_x^{\text{эфф}}$, где $q_x^{\text{эфф}} = 2\varkappa\Delta\theta/\gamma$, а полуширина $\Delta\theta$ кривой отражения была определена выше. Тогда ограничение двумя членами разложения в ряд Тэйлора оправдано, если

$$\left|\frac{2\varkappa(\Delta\theta)^2}{\gamma^2}\delta\alpha_h\right| \ll 1, \quad |\delta\alpha_h \alpha_h| \ll 1. \tag{11}$$

Неравенства (11) неявным образом определяют величины астигматизма, при которых справедливо выражение (9) для интенсивности.

Оценим вклад различных слагаемых в интенсивность (9). Для использованного выше типа излучения и отражения и при $R_1 = 2$ м, $L_0 = 1$ м ($L_h = 0.67$ м), $L_{12} = 5$ см, $F_1 = 0.4$ м, $F_2 = 0.39$ м величины $\Delta L_{hh} = 590$ мкм, $\delta\alpha_h = 6.71$ см. Вклады в области главного максимума функции $J_2(t)/t$ второго и пятого членов по абсолютной величине порядка 10^{-4}—10^{-3}, третьего и четвертого в сумме — 0.11 $J_2(t)/t$.

Таким образом, для относительно малых расстояний $L_{12} \ll F_1 < L_0$ при $F_2 \approx F_1$ возможна двумерная фокусировка со слабым астигматизмом, величина которого регулируется посредством изменения L_{12} и с небольшой, как видно из (9), потерей в интенсивности.

Список литературы

[1] *Габриелян К. Т., Пискунов Д. И., Чуховский Ф. Н., Демирчян Г. О.* // Письма в ЖЭТФ. 1987. Т. 46. Вып. 10. С. 411—413.

[2] *Габриелян К. Т., Чуховский Ф. Н., Пискунов Д. И.* // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. Вып. 9. С. 834—846.

[3] *Габриелян К. Т., Чуховский Ф. Н., Пинскер З. Г.* // ЖТФ. 1980. Т. 50. Вып. 1. С. 3—11.

[4] *Градштейн И. С., Рыжик И. М.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

Московский
государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило в Редакцию
7 мая 1990 г.
В окончательной редакции
19 ноября 1990 г.