

03

© 1991 г.

СТРУКТУРА УДАРНЫХ ВОЛН В ГАЗОВОЙ СМЕСИ

А. М. Башлыков, В. Ю. Великодный

На основе решения системы кинетических уравнений Больцмана для газовых смесей методом Мотт—Смита исследуются физические процессы, происходящие в профиле плоской ударной волны в двухкомпонентной смеси одноатомных газов с существенно различающимися массами молекул. Особое внимание уделено рассмотрению структуры ударных волн для случая малой примеси тяжелого компонента и близких по величине массовых плотностей легких и тяжелых компонентов. Проведены расчеты профилей парциальных концентраций, температур, вязких напряжений и тепловых потоков. Получено, что в профиле теплового потока тяжелого компонента для целого ряда значений, характеризующих смесь и течение, имеются области, где знак теплового потока совпадает со знаком градиента температуры. Результаты расчетов для низших моментов от функции распределения сравниваются с экспериментом и различными численными и теоретическими подходами к решению данной задачи.

В работе исследуются физические процессы, происходящие в профиле плоской ударной волны в двухкомпонентной смеси одноатомных газов с существенно различающимися массами молекул. Особое внимание уделено рассмотрению структуры ударных волн для случая малых концентраций тяжелых компонентов $n_t/n_l \ll 1$, при соотношениях между массовыми плотностями легких и тяжелых частиц $\rho_t/\rho_l \ll 1$, где индексы l и t характеризуют легкие и тяжелые молекулы соответственно.

Задача сводится нами к решению системы кинетических уравнений Больцмана методом Мотт—Смита, обобщенным на случай газовых смесей [1]. При этом используется подход [2], позволяющий устранить ряд дополнительных допущений, имеющих в [1], за исключением присущих собственно моментным методам. Применение приближенного подхода [2] к решению уравнений Больцмана в данном случае обусловлено рядом причин. Метод прямого численного моделирования Монте—Карло, на основе которого достигнут в настоящее время наиболее значительный прогресс в изучении структуры ударных волн в газовой смеси [3, 4], дает все еще значительный разброс в данных при ($n_t/n_l \ll 1$, $\rho_t/\rho_l \ll 1$), и поэтому требует большого времени счета на ЭВМ даже при использовании варианта с весовыми множителями [5].

Решение задачи на основе уравнений переноса многотемпературной, многоскоростной газодинамики, как указывалось в [6], ограничено диапазоном сравнительно небольших чисел Маха. Непосредственно прямое численное решение системы уравнений Больцмана для газовых смесей и их интегральных представлений является сложной задачей и представлено пока малым числом работ [7, 8], в которых приведены вычисления для ограниченного ряда значений параметров смеси и потока.

При больших числах Маха ($M > 5$) надежные экспериментальные данные отсутствуют даже для профилей плотности компонентов смеси. Для высших моментов от функции распределения такие данные отсутствуют и при малых числах Маха. Для выяснения же физических закономерностей поведения газовой смеси в профиле ударной волны необходимо проанализировать большое число вариантов, изменяя параметры потока и смеси. Это требует накопления достаточно обширного статистического материала. Его желательно получить на основе различных подходов для большей достоверности результатов. Под-

ход, предложенный в [2], не требует длительного времени счета на ЭВМ по сравнению с [3, 4, 7], что позволило получить большой объем информации о структуре ударной волны.

Данные настоящей работы для парциальных плотностей и температур могут рассматриваться как дополнение к результатам, полученным на основе других методов, в том числе и указанных выше [3-8].

Отметим, что изучению ряда высших моментов от функций распределения в ударной волне в газовой смеси посвящено ограниченное число работ [3, 4, 7], основанных на разных подходах. В [3] проведено детальное исследование поперечных и продольных парциальных температур компонентов газовой смеси в достаточно широком диапазоне изменения отношений масс, концентраций и параметров течения. Изучение тепловых потоков и вязких напряжений, насколько известно авторам, проводилось лишь в [7, 9]. В данной работе поведенческие профили тепловых потоков, вязких напряжений, а также поперечных и продольных парциальных температур будет рассмотрено более тщательно в широком диапазоне изменения параметров смеси и потока.

Система кинетических уравнений Больцмана для газовых смесей, описывающая пространственную эволюцию парциальных функций распределения $f_i(X, \mathbf{v}^i)$ (стационарный одномерный случай), имеет вид [10]

$$v_x^i \frac{\partial f_i}{\partial X} = \sum_j \iiint \dots (f_i' f_j' - f_i f_j) |g_{ji}| \sigma(|g_{ji}|, \chi) d^2\Omega d^3v_j, \quad (1)$$

где \mathbf{v}^i — молекулярная скорость, $\sigma(|\mathbf{q}_{ji}|, \chi)$ — дифференциальное сечение рассеяния, Ω — телесный угол, X — пространственная переменная.

Решение (1), описывающее структуру ударных волн в газовой смеси, удастся найти в общем случае только численно. Известны приближенные аналитические решения (1) для случая исчезающе малой примеси одного из компонентов [11].

Как уже указывалось выше, в данной работе система уравнений (1) решается методом Мотт—Смита, обобщенным на газовые смеси [1]. Искомые функции распределения ищутся в виде

$$f_i = n_s^i \left(\frac{m_i}{2\pi k T_s^i} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m_i (\mathbf{v}^i - \mathbf{u}_s^i)^2}{2k T_s^i} \right\} + n_t^i \left(\frac{m_i}{2\pi k T_t^i} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m_i (\mathbf{v}^i - \mathbf{u}_t^i)^2}{2k T_t^i} \right\}. \quad (2)$$

При этом налагаются следующие граничные условия (если мы начинаем интегрирование (1) с $-\infty$):

$$\begin{aligned} n_s^i(-\infty) &= n_1^i, & n_s^i(+\infty) &= 0, & T_s^i(-\infty) &= T_1, \\ n_t^i(-\infty) &= 0, & n_t^i(+\infty) &= n_2^i, & u_t^i(-\infty) &= u_1 \end{aligned} \quad (3)$$

и дополнительные условия $T_t^i(X) = T_2$, $u_t^i(X) = u_2$. При интегрировании (1) с $+\infty$ имеем

$$\begin{aligned} n_s^i(-\infty) &= n_1^i, & n_s^i(+\infty) &= 0, & T_s^i(+\infty) &= T_2, \\ n_t^i(-\infty) &= 0, & n_t^i(+\infty) &= n_2^i, & u_t^i(+\infty) &= u_2 \end{aligned} \quad (4)$$

и $u_s^i(X) = u_1$, $T_s^i(X) = T_1$, где n_1^i , n_2^i — парциальные концентрации; u_1 , u_2 — скорости; T_1 , T_2 — температуры в равновесии на $-\infty$ и $+\infty$ соответственно.

Их связь определяется из соотношений Рэнкина—Гюгонно

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(5M_1^2 - 1)(M_1^2 + 3)}{16M_1^2}, \quad \frac{u_1}{u_2} = \frac{4M_1^2}{M_1^2 + 3}, \quad M_1^2 = \frac{3}{5} \frac{u_1^2}{kT_1} \frac{\rho_1^i + \rho_1^j}{n_1^i + n_1^j}, \quad (5)$$

где M_1 — число Маха для газовой смеси в набегающем потоке.

Верхние индексы в (2)–(5) обозначают сорт молекул. Несколько различные граничные и дополнительные условия (3), (4) обусловлены тем, что на $+\infty$ и $-\infty$ в уравнениях переноса для величин, входящих в (1), имеются особенности. Так как заранее неизвестен тип особенностей, то приходится анализировать решение в окрестности как $+\infty$ и $-\infty$. Затем уже начинать численное интегрирование. Более подробно этот вопрос рассмотрен в [1]. Следует отметить

и существенную разницу результатов данной работы от [1] и ряда других работ, использующих метод Мотт—Смита. В [1] полагалось $u_s^i = u_p^j$, $T_s^i = T_p^j$ в (2), (3) и $u_\tau^i = u_\tau^j$, $T_\tau^i = T_\tau^j$ в (2), (4), что приводило к несоответствию числа уравнений, согласно замыкающим моментам, количеству неизвестных. Авторы [1] обходили этот вопрос, оставляя суммарные уравнения неразрывности, импульса, энергии и замыкающие для моментов v_X^2 и $v_X^2 + v_X^j$, а два для моментов v_X^i и v^2 считались выполняющимися автоматически. Поэтому в конечном счете задача упрощалась и сводилась к решению двух дифференциальных уравнений с особыми точками на границах. При этом, конечно, кроме допущений относительно замыкающих моментов, присущих всем моментным методам, появляется произвол в выборе уравнений.

В данной работе, следуя [2], решение задачи ищется в общем виде (2)—(4). Подставляя (2) в (1) и умножая (1) на соответствующие моменты с последующим интегрированием по всему пространству скоростей, получаем систему уравнений для определения величин, входящих в функцию распределения (2),

$$\frac{d}{dX} \{n_s^i u_s^i + n_\tau^i u_\tau^i\} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{d}{dX} \{\rho_s^i u_s^{i2} + \rho_\tau^i u_\tau^{i2} + n_s^i k T_s^i + n_\tau^i k T_\tau^i\} = \sum_{p,r} m_{i,j} n_p^i n_r^j \Omega_{pr}^{(1,i,j)} \xi_{pr}^{i,j} (u_r^j - u_p^i), \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dX} \{\rho_s^i u_s^{i3} + \rho_\tau^i u_\tau^{i3} + 5k(n_s^i u_s^i T_s^i + n_\tau^i u_\tau^i T_\tau^i)\} = \\ & = 2m_{i,j} \sum_{p,r} n_p^i n_r^j \left[\frac{3k(T_r^j - T_p^i)}{m_i + m_j} \xi_{1pr}^{i,j} + (u_r^j - u_p^i) (u_p^i \beta_{pr}^{i,j} + u_r^j \beta_{pr}^{j,i}) \xi_{2pr}^{i,j} \right] \Omega_{pr}^{(1,i,j)}, \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dX} \{2n_s^i u_s^i k T_s^i + 2n_\tau^i u_\tau^i k T_\tau^i\} = m_{ii} (u_s^i - u_\tau^i)^2 \xi_{1is\tau}^{ii} n_s^i n_\tau^i \Omega_{s\tau}^{(1,ii)} + \\ & + \sum_{p,r} 2m_{i,j} n_p^i n_r^j \Omega_{pr}^{(1,i,j)} \left[\frac{u_p^i}{2} \xi_{11pr}^{i,j} (u_p^i - u_r^j)^2 - \frac{4k(T_p^i - T_r^j)}{m_i + m_j} \xi_{2pr}^{i,j} \right], \quad (9) \end{aligned}$$

где индексы p и r пробегает значения s и τ , m_i — масса компонента сорта i , $m_{i,j} = (m_i m_j) / (m_i + m_j)$,

$$\beta_{rp}^{ji} = \frac{V_{jr}^2}{V_{jr}^2 + V_{ip}^2}, \quad V_{jr}^2 = \frac{2kT_r^j}{m_j}, \quad u_{ij} = \frac{m_j}{m_i + m_j}$$

k — константа Больцмана.

Выражения для функций $\xi_{2pr}^{i,j}$, $\xi_{1pr}^{i,j}$, $\xi_{11pr}^{i,j}$ для произвольных межмолекулярных потенциалов взаимодействия представляются в виде рядов [12]. Для потенциалов взаимодействия молекул $\varphi \sim 1/r^v$ возможны представления их в виде специальных функций, на чем остановимся подробнее ниже. Согласно (3), при интегрировании системы уравнений переноса (6)—(9) для величин, входящих в (2), от $x = -\infty$ $u_s^i = u_2$, $T_s^i = T_2$. В результате имеем для бинарной смеси замкнутую систему восьми уравнений для восьми неизвестных n_s^i , n_τ^i , u_s^i , T_s^i , n_p^j , n_τ^j , u_p^j , T_p^j . Аналогичную систему уравнений имеем при интегрировании с $+\infty$. При этом используем (4). В конечном итоге задача сводится к решению четырех нелинейных дифференциальных уравнений с особыми точками на границах. Для того чтобы иметь возможность применить численные методы для решения этой задачи, необходимо линеаризовать систему уравнений (6)—(9) в окрестности особых точек, а затем найти собственные значения и собственные векторы линейной системы. Если собственные значения не нулевые, что проверялось численно в широком диапазоне изменения параметров смеси и потока, то линейная задача аппроксимирует нелинейную в окрестности особой точки [13]. В результате мы имеем аналитическое решение в окрестности особой точки и, следовательно, можем стартовать из нее, а затем уже применить для интегрирования нелинейной системы метод Рунге—Кутты. Определенные трудности представляет вычисление функций $\xi_{2pr}^{i,j}$, $\xi_{1pr}^{i,j}$, $\xi_{11pr}^{i,j}$ даже для сте-

пенного потенциала взаимодействия молекул $\varphi \sim 1/r^\nu$. В этом случае имеем следующую связь для них:

$$\xi_2 = \frac{1}{2} \xi, \quad u^2 \xi_3 = \frac{3}{2} (\xi_1 - \xi), \quad \xi_{11} = \frac{A_2(\nu)}{A_1(\nu)} \xi_3, \quad (10)$$

где $u^2 = (u_p^i - u_r^j)^2 / (V_{ip}^2 + V_{jr}^2)$, значения величин $A_2(\nu)$ и $A_1(\nu)$ приведены в [10, с. 251].

Таким образом, нам необходимо знать только ξ_1 и ξ . Эти функции могут быть представлены в виде

$$\xi_1 = \frac{\exp(-u^2)}{\Gamma\left(3 - \frac{2}{\nu}\right)} \int_0^\infty \frac{(\sqrt{t})^{3 - \frac{4}{\nu}} \exp(-t)}{2u} \operatorname{sh}(2u\sqrt{t}) dt, \quad (11)$$

$$\xi = \frac{3}{2} \frac{\exp(-u^2)}{\Gamma\left(3 - \frac{2}{\nu}\right)} \int_0^\infty \frac{t^{1 - \frac{2}{\nu}} \exp(-t)}{2u^2} \left\{ \operatorname{ch}(2u\sqrt{t}) - \frac{\operatorname{sh}(2u\sqrt{t})}{2u\sqrt{t}} \right\} dt, \quad (12)$$

где $\Gamma(X)$ — гамма-функция.

Оба интеграла вычисляются, а результаты представляются через функции параболического цилиндра, которые в свою очередь выражаются через вырожденные гипергеометрические функции [14]. Таблицы этих функций представлены в [15]. Для межмолекулярного потенциала $\nu=8$, ξ_1 и ξ представляются через бесселевы функции от мнимого аргумента первого рода $I_\nu(X)$

$$\xi_1 = \frac{\pi}{4} u^{1/2} \frac{\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{4}\right)} \left\{ \left(\frac{5}{8u} + \frac{u}{2}\right) I_{1/4}\left(\frac{u^2}{2}\right) + (u^3 + 2u) \left[I_{1/4}\left(\frac{u^2}{2}\right) + I_{-3/4}\left(\frac{u^2}{2}\right) \right] \right\}, \quad (13)$$

$$\xi = \frac{3\pi}{8} u^{1/2} \frac{\exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{11}{4}\right)} \left\{ \left(u + \frac{1}{4u}\right) \left[I_{1/4}\left(\frac{u^2}{2}\right) + I_{-3/4}\left(\frac{u^2}{2}\right) \right] + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{2u^3}\right) I_{1/4}\left(\frac{u^2}{2}\right) \right\}. \quad (14)$$

Наиболее простым образом функции ξ_1 и ξ выражаются для максвелловского потенциала взаимодействия молекул $\nu=4$

$$\xi = 1, \quad \xi_1 = 1 + \frac{2}{3} u^2. \quad (15)$$

Для потенциала взаимодействия «твердые сферы» ξ и ξ_1 выражаются через интегралы вероятностей [16]. Для моделей потенциалов взаимодействия молекул — Ленарда—Джонса и (6 — exp) — модифицированного потенциала Бакингема [10] в первых нескольких членах рядов ξ_1 , ξ , ξ_2 , ξ_{11} [12] берутся табличные значения $\Omega_{pr}^{(l,p)ij}$ [10]. Для получения остальных членов ряда используем предположение

$$\Omega_{pr}^{(l,n)ij} = \frac{\Gamma\left(n + 3 - \frac{2}{\nu}\right)}{\Gamma\left(3 - \frac{2}{\nu}\right)} \Omega_{pr}^{(l,1)ij},$$

где $\nu=12$ и $\nu=\infty$ соответственно.

Переменные, входящие в функцию распределения (2), сами по себе особого физического смысла не имеют. Представляют интерес моменты от функций распределения

$$n^i = n_s^i + n_x^i, \quad (16)$$

$$u^i = \frac{u_s^i n_s^i + u_x^i n_x^i}{n^i}, \quad (17)$$

$$T_{\perp}^i = \frac{1}{3} \frac{T^i n_s^i + T_{\perp}^i n_s^i}{n^i}, \quad T_{\parallel}^i = 3T^i - 2T_{\perp}^i, \quad (18)$$

$$\sigma_{\parallel}^i = -\frac{2}{3} (\rho_s^i W_s^{i2} + \rho_{\tau}^i W_{\tau}^{i2}), \quad \sigma_{\perp}^i = -\frac{1}{2} \sigma_{\parallel}^i, \quad (19)$$

$$T^i = \frac{T^i n_s^i + T_{\perp}^i n_s^i}{n^i} + \frac{\rho_s^i W_s^{i2} + \rho_{\tau}^i W_{\tau}^{i2}}{3kn^i}, \quad (20)$$

$$q_x^i = \frac{5}{2} T_s^i n_s^i k W_s^i + \frac{5}{2} T_{\tau}^i n_{\tau}^i k W_{\tau}^i + \frac{\rho_s^i W_s^{i3}}{3} + \frac{\rho_{\tau}^i W_{\tau}^{i3}}{3}, \quad (21)$$

где n^i , u^i , T^i — парциальные концентрация, скорость и температура соответственно; T_{\perp}^i и T_{\parallel}^i — парциальные поперечная и продольная температуры; σ_{\perp}^i и σ_{\parallel}^i — парциальные тензоры поперечных и продольных напряжений; q_x^i — парциальный тепловой поток.

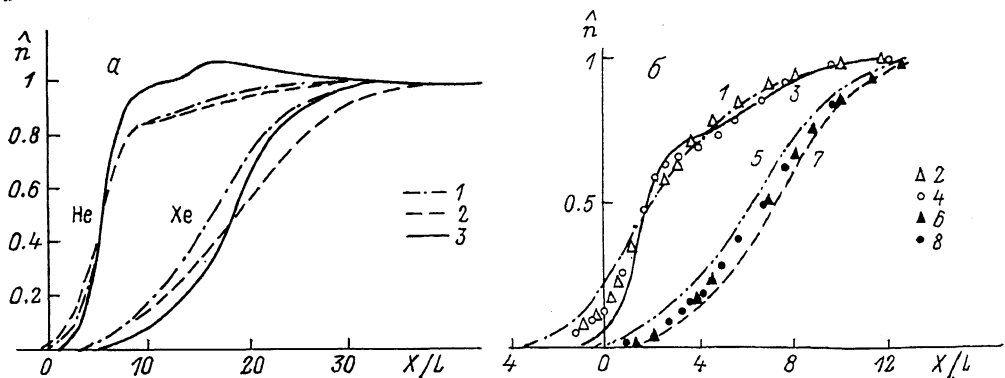


Рис. 1.

a — изменение парциальных концентраций компонентов смеси He (1.5 %), Xe (98.5 %) по профилю ударной волны при числе Маха $M_0 = 3.61$, эффективных диаметрах $d_{Xe} = 4.05 \text{ \AA}$, $d_{He} = 2.56 \text{ \AA}$ [10] и моделях потенциала межмолекулярного взаимодействия $\varphi \sim 1/r^v$ ($v = 8, 14$): 1 — $v = 14$, 2 — 8 (данная работа), 3 — эксперимент [18]; *b* — изменение парциальных концентраций компонентов смеси He (3 %), Xe (97 %) по профилю ударной волны при числе Маха $M = 3.89$, отношении диаметров частиц $d_{Xe}/d_{He} = 0.443$ [4] и модели потенциала взаимодействия твердые сферы $v = \infty$; He: 1 — данная работа, 2 — [4], 3 — [6], 4 — [18]; Xe: 5 — данная работа, 6 — [4], 7 — [6], 8 — [18].

Значения величин T^i , T_{\perp}^i , T_{\parallel}^i , σ_{\parallel}^i , q_x^i зависят от выбора системы координат [16], так как от этого зависит значения величин диффузионных скоростей

$$W_s^i = u_s^i - U. \quad (22)$$

Если выбирать системы координат для определения величин (18)–(21) относительно собственного движения каждого компонента в отдельности, как это было сделано в [3], то в (22) $U = u^i$. Однако при этом возникают «нефизические» области при сравнении профилей парциальных и средней температур, так как последняя вычисляется в системе отсчета относительно движения системы в целом [9]. Исследования, проведенные в [9], показали, что в системах отсчета относительно средней или среднемассовой скоростей для всей смеси в целом этот недостаток устраняется. Если это не оговорено специально, то будем использовать систему координат относительно среднемассовой скорости. Для удобства представления результатов расчетов моменты от функций распределения будем представлять в безразмерном виде

$$\hat{V}^i = \frac{u^i - u_2}{u_1 - u_2}, \quad \hat{T}^i = \frac{T^i - T_1}{T_2 - T_1}, \quad \hat{n}^i = \frac{n^i - n_1^i}{n_2^i - n_1^i},$$

$$\hat{\sigma}_{\parallel}^i = \frac{\sigma_{\parallel}^i}{n_1 k T_1}, \quad \hat{q}_x = \frac{q_x^i}{n_1 k T_1 u_1}, \quad \hat{n} = \frac{n - n_1}{n_2 - n_1},$$

где $n = n^i + n^j$.

На рис. 1, *a* представлены результаты расчета профилей парциальных концентраций газовой смеси He (98.5 %), Xe (1.5 %) при числе $M = 3.61$. Межмо-

лекулярное взаимодействие моделируется степенным потенциалом отталкивания с показателями $\nu=8$ и 14 . Данные для эффективных диаметров молекул d_{ij} взяты из [10]. Здесь и далее координата профиля ударной волны обезмеривается на длину свободного пробега на $-\infty$

$$L_{ij}^1 = \frac{1}{\pi \left(n_i d_{ii}^2 \sqrt{2} \Omega_{ii}^{*(2,2)} + n_j d_{ij}^2 \sqrt{\frac{m_i + m_j}{m_j}} \Omega_{ij}^{*(2,2)} \right)},$$

$$L_1 = \frac{L_{ij}^1 n_i + L_{ij}^1 n_j}{n_i + n_j}, \quad (23)$$

где $\Omega_{ij}^{*(2,2)}$ — безразмерная величина интеграла Чепмена—Каулинга [10].

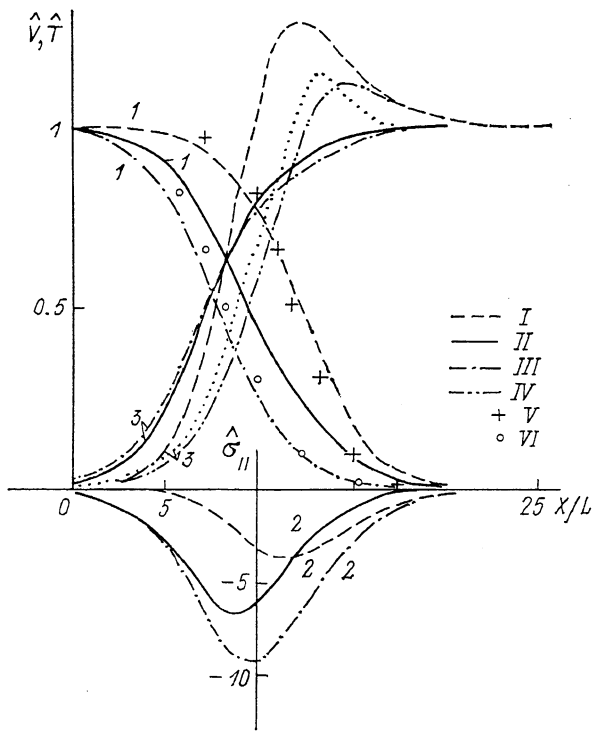


Рис. 2. Изменение парциальных и средней скорости, продольной компоненты тензоров напряжений, парциальных и средней температур в системах координат относительно средне-массовой U_0 и парциальных скоростей u^i смеси He (90%), Ar (10%) для модели потенциала взаимодействия $\varphi \sim 1/r^\nu$, ($\nu=8$), эффективных диаметров молекул $d_{\text{He}} = 2.19 \text{ \AA}$, $d_{\text{Ar}} = 3.66 \text{ \AA}$ [3] при числе Маха $M=8$.

1 — \hat{V} , 2 — $\hat{\sigma}_{\parallel}$, 3 — \hat{T} ; \hat{V} : I — Ar, II — смесь, III — He, V — Ar [3], VI — He [3]; $\hat{\sigma}_{\parallel}$ (U_0): III — He, II — смесь, I — Ar; \hat{T} (u^i): IV — Ar, VI — Ar [3].

Формула (23) для модели взаимодействия «твердые сферы» переходит в результат [17]. Проведено сравнение результатов расчета с экспериментом [18]. В эксперименте [18] наблюдается максимум в профиле концентрации легкого компонента по величине, превышающий равновесное значение концентрации на $+\infty$. С увеличением концентрации Xe в He этот максимум уменьшается. Однако расчеты данной работы, основанные на [1, 2], и расчеты [4, 6, 19, 20], основанные на других подходах, таких максимумов для смеси He—Xe не дают. Авторы [18] также отмечают, что окончательный ответ о существовании этого максимума дать трудно, так как точность результатов измерений в «хвосте» волны падает.

В [21] по усовершенствованной методике проведены измерения профилей парциальных концентраций для смеси He—Xe в том же диапазоне изменения параметров, что и в [18]. Максимумов, аналогичных [18], в работе [21] не обна-

ружено. В теоретических [6, 19] и экспериментальных [18, 21] исследованиях получено, что профиль легкого компонента для смеси He—Xe при $Q_i/\rho_i \sim 1$, $n_i/n_j \ll 1$, $M=3-5$ имеет «горб» (рис. 1, а, б). «Горб» является переходной областью либо релаксации, либо между двумя зонами резкого изменения плотности. Наиболее отчетливо заметен «горб» для модели потенциала взаимодействия — «максвелловских молекул». На рис. 1, б представлены результаты расчетов профилей парциальных плотностей на основе различных подходов [2, 4, 6, 19] для смеси Xe (3%), He (97%) при числе Маха $M=3.89$ и модельном потенциале межмолекулярного взаимодействия «твердые сферы».

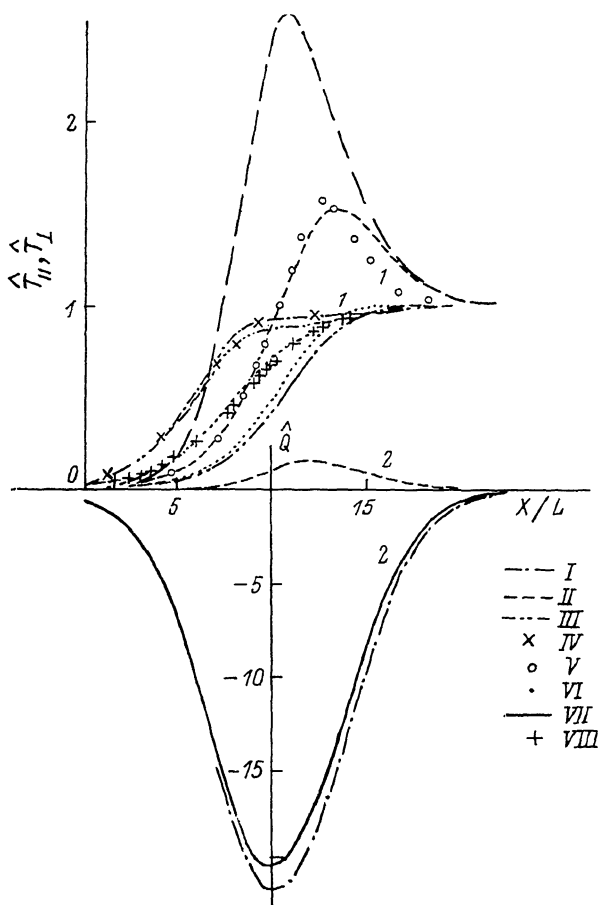


Рис. 3. Изменение парциальных продольных и поперечных температур в системах координат, связанных с парциальными u^i и среднемассовой U_0 скоростями, и соответствующих тепловых потоков в профиле ударной волны смеси He—90%, Ar—10% для модели потенциала взаимодействия $\varphi \sim 1/r^9$ ($\nu=8$), эффективных диаметров молекул $d_{\text{He}}=2.19 \text{ \AA}$, $d_{\text{Ar}}=3.66 \text{ \AA}$ [8], число Маха $M=8$.

$\hat{T}_{\parallel}(U_0)$: I — He, II — Ar; $\hat{T}_{\parallel}(u^i)$: III — He, IV — He [8], V — Ar [8]; $\hat{T}_{\perp}(u^i)$: III — He, VIII — He [8], VI — Ar, VII — смесь, II — He; 1 — \hat{T}_{\parallel} , \hat{T}_{\perp} ; 2 — \hat{q} .

На рис. 2, 3 представлены результаты расчета профилей моментов от парциальных функций распределения для смеси He (90%), Ar (10%). Число Маха $M=8$, взаимодействие молекул моделируется потенциалом $\varphi \sim 1/r^9$, что соответствует $\mu \sim T^{0.75}$, где μ — вязкость смеси. Данные для других параметров, характеризующих смесь, взяты из [10]. Расчеты для u^i , T^i , T_{\perp}^i сравниваются с результатами, полученными методом Монте-Карло [8].

На рис. 2 представлены изменения в ударной волне парциальных скоростей и температур, а также их средних значений. Для того чтобы иметь возможность провести сравнение с результатами [8], парциальные температуры вычисляются

в системах координат, связанных с собственными парциальными скоростями компонентов. Кроме того, на рис. 2 представлены данные для парциальных температур в системе координат, связанной со среднемассовой скоростью. В этой же системе координат приведена средняя температура смеси. Как уже указывалось выше, и это видно из рис. 2, расчет температур в системе координат, связанной со среднемассовой скоростью U_0 , позволяет устранить «нефизичную» область при сравнении парциальных и средней температур. На рис. 2

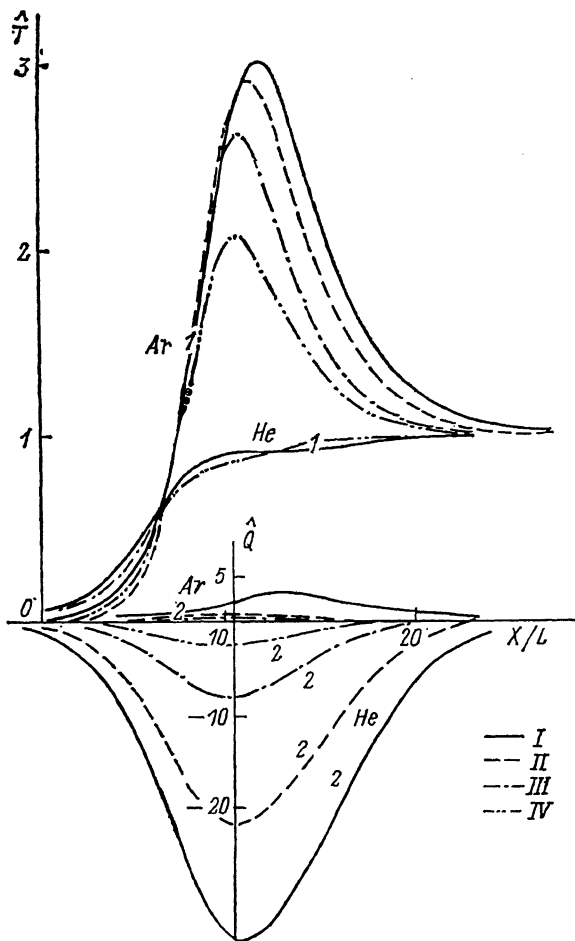


Рис. 4. Изменение парциальных температур и соответствующих им парциальных тепловых потоков по профилю ударной волны в смеси He 90 %, Ar — 10 % для модели потенциала межмолекулярного взаимодействия $\varphi \sim 1/r^8$ ($\nu = 8$), эффективных диаметрах $d_{Ar} = 3.48 \text{ \AA}$, $d_{He} = 2.56 \text{ \AA}$ [10].

1 — \hat{T} , 2 — \hat{q} ; $M=10$ (I), 8 (II), 5 (III), 3 (IV).

приведены профили продольных составляющих тензоров напряжений. σ_{ii}^j каждого компонента и всей смеси в целом σ_{ii} . Значения тензоров вязких напряжений вычисляются в системе координат, связанной со среднемассовой скоростью. Профиль температуры тяжелого компонента, как следует из рис. 2, имеет четко выраженный максимум. Величина этого максимума превышает значение температуры в равновесии на $+\infty$. Этот результат получен в ряде теоретических работ [3, 6, 9]. Тем не менее прямых, достаточно надежных экспериментальных доказательств этого эффекта пока не получено. Следует отметить, что такой максимум в профиле температуры тяжелого компонента наблюдается и в системе координат, выбранной относительно средней скорости $U_{cp} = (u^i n^i + u^j n^j) / (n^i + n^j)$.

На рис. 3 представлены профили продольных и поперечных парциальных температур в системах координат, связанных с парциальными скоростями компонентов и со среднемассовой скоростью. Проводится сравнение с результатами [3]. Продольная температура тяжелого компонента имеет четко выраженный максимум, превышающий ее величину в равновесии на $+\infty$ независимо от выбора системы координат. Продольная температура легкого компонента и всей смеси в целом такого максимума не имеет. Профили поперечных парциальных и средней температур изменяются монотонно. Этот результат совпадает с [3]. На этом же рисунке приведены данные для парциальных и среднего тем-

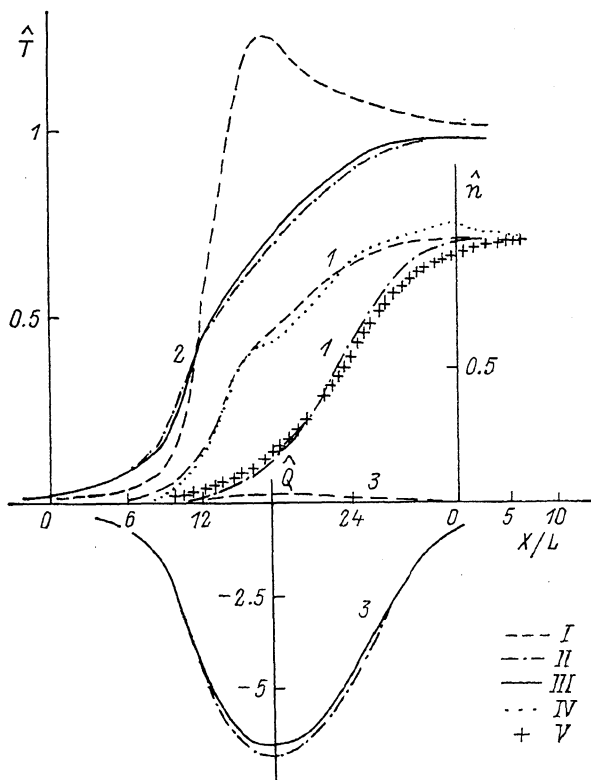


Рис. 5. Изменение парциальных концентраций \hat{n} , парциальных и средней температур \hat{T} и парциальных и средних тепловых потоков \hat{Q} по профилю ударной волны в смеси He 94 %, Xe 6 % при числе Маха $M=4,4$, эффективных диаметрах $d_{Xe}=4.05 \text{ \AA}$, $d_{He}=2.56 \text{ \AA}$ [10] и модели потенциала межмолекулярного взаимодействия $\varphi \sim 1/r^9$ ($\nu=14$).

I — Xe, II — He, III — смесь (данная работа), IV — He, V — Xe (экспериментальные данные для концентраций [18]); 1 — \hat{n} , 2 — \hat{T} , 3 — \hat{Q} .

ловых потоков в системе координат, связанной со среднемассовой скоростью. Из рис. 2, 3 следует, что тепловой поток тяжелого компонента до точки, соответствующей максимуму в профиле температуры тяжелого компонента, имеет знак, совпадающий со знаком градиента температуры. Впервые такое «аномальное» поведение теплового потока тяжелого компонента было отмечено в [9]. Расчеты, сделанные авторами в системах координат, связанных с парциальными и средней скоростями, также показали наличие областей в профилях ударных волн, где знак теплового потока совпадает со знаком при градиентах температуры. Изменение выбора системы координат приводит лишь к изменению местоположения этой «аномалии» (до максимума температуры тяжелого компонента или после него). На рис. 4 представлены профили парциальных температур, а также парциальные и средние тепловые потоки в системах координат, связанных со среднемассовыми скоростями. Смесь состоит из He (90 %) и Ar — (10 %). Числа Маха $M=3, 5, 8, 10$. Межмолекулярное взаимо-

действие моделируется потенциалом отталкивания $\varphi \sim 1/r^8$. Данные, характеризующие смесь, взяты из [10]. Из рис. 4 видно, что высота максимума в профиле температуры тяжелого компонента возрастает с увеличением числа Маха. Это согласуется с выводами [3]. Толщина фронта ударной волны также увеличивается. На рис. 5 представлены результаты расчета профилей концентраций, парциальных и средней температур, парциального и среднего тепловых потоков для смеси He (94 %), Xe (6 %). Межмолекулярное взаимодействие моделируется потенциалом $\varphi \sim 1/r^{14}$. Число Маха $M=4.4$. Остальные данные, характеризующие смесь, взяты из [18]. Так же как и для случая смеси Xe—Ne при $M=3.61$, упомянутого выше, максимума в профиле концентрации легкого компонента численные расчеты не дают. Из рис. 1, 5 видно, что во фронте ударной волны имеется сильное разделение легкого и тяжелого компонентов. Результаты расчета для парциальных концентраций сравниваются с экспериментальными данными [18].

В работе приведены исследования структуры ударных волн в бинарной смеси одноатомных газов для $(n_2/n_1 \ll 1, \rho_2/\rho_1 \ll 1)$. Такие газовые смеси характеризуются существенным разделением компонентов. Исследовано поведение высших моментов от парциальных функций распределения. Сравнение с результатами метода численного моделирования Монте—Карло и экспериментом показывает, что использование авторами методики дает достаточно удовлетворительные результаты. Данный подход может быть полезен на предварительном этапе исследований для выявления физических закономерностей поведения смеси в ударной волне. Он не требует длительного времени счета на ЭВМ и позволяет проанализировать значительное число вариантов.

Список литературы

- [1] Oberai M. M., Sinha U. N. // Rarefied Gas Dynamics. Göttingon: Povz-Wahn, 1874. Vol. B25/1—B25/10.
- [2] Башлыков А. М., Великодный В. Ю. // Прикладные задачи механики сплошной среды и геокосмической физики. М.: МФТИ, 1988. С. 12—15.
- [3] Bird G. A. // Rarefied Gas Dynamics. Tokyo, 1984. Vol. 1. P. 175—182.
- [4] Куликов С. В., Соловьева М. Е. // ЖВМиМФ. 1988. Т. 28. № 12. С. 1867—1874.
- [5] Черемисин А. В. Автореф. докт. дис. М., 1988. 30 с.
- [6] Рувь Г. А., Фомин В. М., Шавалиев М. Ш. // Численные и аналитические методы в динамике разреженных газов. М., 1985. С. 12—17.
- [7] Mausbach P., Beylich A. E. // Rarefied Gas Dynamics. New York; London: Plenum Press, 1985. Vol. 1. P. 285—292.
- [8] Христинич В. Б. // Проблемы динамических процессов в гетерогенных средах (Механика). Калинин, 1987. Т. 2. С. 31—40.
- [9] Башлыков А. М., Великодный В. Ю. // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15. Вып. 5. С. 24—28.
- [10] Ферцигер Дж., Канер Г. Математическая теория процессов переноса в газах. М.: Мир, 1976. 554 с.
- [11] Oberai M. M. // Phys. Fluids. 1966. Vol. 9. N 9. P. 1634—1637.
- [12] Великодный В. Ю. // Гидродинамические проблемы технологических процессов. М.: Наука, 1988. С. 171—176.
- [13] Ланкастер Дж. Теория матриц. М.: Наука, 1978. 280 с.
- [14] Прудников А. П., Бричков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. Т. 1. 800 с.
- [15] Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с.
- [16] Burgers J. M. Flow Equations for Composite Gases. New York: Academic Press, 1969. 332 p.
- [17] Берд Г. Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981. 319 с.
- [18] Gmuresyk A. S., Tarczynski M., Walenta Z. A. // Rarefied Gas Dynamics. Paris: Commissariat A L'Energie Atomique, 1979. Vol. 1. P. 331—341.
- [19] Schmidt B., Seiler F., Wörner M. // J. Fluid Mech. 1984. Vol. 143. P. 305—326.
- [20] Platkowski T. // Rarefied Gas Dynamics. Paris: Commissariat A L'Energie Atomique, 1979. Vol. 1. P. 323—331.
- [21] Herczynski R., Tarczynski M., Walenta Z. // Proc. of the 15th Int. Symp. on Shock Waves and Shock Tubes. Stanford Univ. Press, 1986. P. 713—719.

Поступило в Редакцию
1 ноября 1989 г.
В окончательной редакции
13 февраля 1991 г.