

01

© 1991 г.

О СИНТЕЗЕ ГРАДИЕНТНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

П. М. Колесников, И. П. Руденок

Развивается теория синтеза материальных характеристик градиентной среды оптического волновода и соответствующих ему поверхностных и псевдоповерхностных волн восстанавливаемого волнового уравнения. С учетом условия полноты собственных волн дискретного и непрерывного спектров эталонного волновода получено основное уравнение обратной задачи. Искомое распределение диэлектрической проницаемости и схема волн синтезируемого волновода выражаются через поверхностные волны, волны излучения и обобщенный профиль диэлектрической проницаемости эталонного волновода. Получены симметричные распределения ϵ в пределах волноведущего канала при равных потерях на излучение волн обоих волноводов в двумодовом режиме (H_2, H_3). Представлены зависимости их внутренних волновых чисел, групповых замедлений, отношения мощностей переносимых внутри и вне градиентного слоя от приведенного размера. Показано поперечное распределение напряженности электрического поля второй магнитной волны.

В связи с использованием градиентных диэлектрических волноводов в элементах и узлах оптоэлектроники и интегральной оптики^[1-4] существенный интерес представляет их строгий электродинамический синтез, который включает в себя нахождение и оптимизацию конструктивных параметров волноведущего канала, поперечных и продольных нерегулярностей его границ, распределения диэлектрической проницаемости и т. д., по заранее известным данным о волновых процессах (волновым числам, фазовым и групповым замедлениям, переносимым мощностям, мощности излучения и т. п.). Перспективным направлением синтеза оптического волновода является восстановление волновых уравнений с необходимыми свойствами на основе поверхностных и псевдоповерхностных волн регулярного эталонного градиентного волновода. Для понимания и преодоления трудностей по реализации подхода будут полезны результаты синтеза материальных характеристик градиентных сред в приближении геометрической оптики, в квазиклассическом приближении ВКБ при моделировании эквивалентными схемами линий передач, в рамках непосредственного использования метода обратной задачи квантовой теории рассеяния^[5-9].

В данной работе проводится определение поперечного распределения диэлектрической проницаемости градиентного волновода, его дисперсионных свойств, структуры электромагнитного поля, энергетических характеристик направляемых волн по известным спектральным характеристикам волн смешанного волнового спектра, где в качестве эталонного фигурирует градиентный регулярный волновод с обобщенным профилем $\epsilon_s(x) = \epsilon(0) \sum_{\alpha=0,1,2} (-1)^\alpha g_{2\alpha} x^{2\alpha}$, где $\epsilon(0)$ — максимальное значение диэлектрической проницаемости; g_0, g_2, g_4 — параметры градиентности волноведущего канала; $x = \tilde{x}/x_0$ — нормированная поперечная координата; x_0 — полутолщина градиентного слоя. Диэлектрические проницаемости внешних слоев равны между собой. Обозначим их как ϵ_2 . Магнитные проницаемости трех диэлектрических слоев одинаковы и равны μ_0 . Зависимость электромагнитных полей от времени $e^{j\omega t}$. Диэлектрический волновод симметричен относительно плоскости $x=0$. Необходимо найти решения уравнения

$$\left\{ \frac{d^2}{dx^2} + k^2 f(g_2, g_4, x) - [\gamma_n(\bar{x})]^2 \right\} E_y^b |x_n(\sigma), x] = \tau(g_2, g_4, \bar{x}, x) E_y^b |x_n(\sigma), x], \quad (1)$$

где $E_y^b |x_n(\sigma), x]$ — функции поперечного сечения синтезируемого волновода; $\tau(g_2, g_4, \bar{x}, x) = -k^2 \varepsilon_b(x) \varepsilon(0) + k^2 f(g_2, g_4, x)$, $f(g_2, g_4, x) = \sum_{\alpha=1, 2} (-1)^\alpha g_{2\alpha} x^{2\alpha}$; $x_n, \sigma, \gamma_n, \beta$ — поперечные внутренние и продольные волновые числа поверхностных и псевдоповерхностных волн; \bar{x} — приведенный поперечный размер волновода; $k^2 = \pi^2 x^2 / (1 - \varepsilon)$, $\varepsilon = \varepsilon_2 / \varepsilon(0)$, и распределение диэлектрической проницаемости $\varepsilon_b(x)$ или восстановить волновое уравнение (1). Используем спектральную информацию в виде задания спектральных функций $h_b |x_n(\sigma)]$, $h_n |g_2, g_4, x_n(\sigma)]$ [10-12], которые соответствуют собственным волнам с профилями диэлектрической проницаемости $\varepsilon_b(x)$ и $\varepsilon_n(x)$

$$\{h_{b(\sigma)} |g_2, g_4, x_n(\sigma)]\}'_q = \begin{cases} \frac{q^2}{N_{b(\sigma)}^2 |g_2, g_4, \sigma(q)|}, & \forall q^2 \geq 0, \\ \sum_n \frac{\delta(q - x_n)}{N_{b(\sigma)}^2 |g_2, g_4, x_n(\chi_n)|}, & \forall q^2 < 0, \end{cases} \quad (2)$$

где $N_b | \sigma(q) | \{x_n(\chi_n)\}$, $N_n |g_2, g_4, \sigma(q) | \{g_2, g_4, x_n(\chi_n)\}$ — норма поверхностных волн и волн излучения синтезируемого и эталонного волноводов [11]; χ_n, q — поперечные внешние волновые числа.

Учитывая выражения (2), систему собственных волн дискретного и непрерывного спектров с эталонного градиентного волновода [10-12] и равенство Парсеваля—Стеклова, аналогично [13] получаем интегральное уравнение второго рода для восстановления уравнения (1)

$$\begin{aligned} D(g_2, g_4, x, x') + T(g_2, g_4, x, x') + \int_0^x D(g_2, g_4, x, t) T(g_2, g_4, t, x') dt + \\ + \sum_i c_i |g_2, g_4, x_i(\chi_i)] E_y^b(x_i, x) \int_0^x E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_i, t) T(g_2, g_4, t, x') dt + \\ + \sum_n c_n |g_2, g_4, x_n(\chi_n)] E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_n, x') \int_0^x D(g_2, g_4, x, t) E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_n, t) dt + \\ + \sum_i c_i |g_2, g_4, x_i(\chi_i)] E_y^b(x_i, x) E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_i, x') + \sum_n c_n |g_2, g_4, x_n(\chi_n)] \times \\ \times E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_n, x) E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_n, x') + \sum_i \sum_n c_i |g_2, g_4, x_i(\chi_i)] c_n |g_2, g_4, x_n(\chi_n)] \times \\ \times E_y^b(x_i, x) E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_n, x') \int_0^x E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_i, t) E_y^{\sigma}(g_2, g_4, x_n, t) dt = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

$$D(g_2, g_4, x, x') = \int_{-k\sqrt{\varepsilon}}^{k\sqrt{\varepsilon}} B_-(g_2, g_4, q) E_y^b[\sigma(q), x] E_y^{\sigma}[g_2, g_4, \sigma(q), x'] d\beta, \quad (4)$$

$$T(g_2, g_4, x, x') = \int_{-k\sqrt{\varepsilon}}^{k\sqrt{\varepsilon}} B_+(g_2, g_4, q) E_y^{\sigma}[g_2, g_4, \sigma(q), x] E_y^{\sigma}[g_2, g_4, \sigma(q), x'] d\beta,$$

$$B_{\mp}(g_2, g_4, q) = \mp \frac{q^2 N_b^2[\sigma(q)] - q^2 N_n^2[g_2, g_4, \sigma(q)]}{q \cdot \beta^{-1} N_b^2[\sigma(q)] N_n^2[g_2, g_4, \sigma(q)]},$$

$$c_{n(i)} |g_2, g_4, x_{n(i)}(\chi_{n(i)})] = +(-) \frac{N_n^2[g_2, g_4, x_{n(i)}(\chi_{n(i)})] - N_b^2[x_{n(i)}(\chi_{n(i)})]}{N_b^2[x_{n(i)}(\chi_{n(i)})] \cdot N_n^2[g_2, g_4, x_{n(i)}(\chi_{n(i)})]}, \quad (5)$$

$E_y^{\sigma}[g_2, g_4, \sigma(q) \{x_n(\chi_n)\}, x]$ — функции поперечного сечения эталонного градиентного волновода.

В выражениях (4), (5) отражен факт учета распространяющихся псевдоповерхностных волн. Искомое распределение диэлектрической проницаемости градиентного волновода запишется

$$\begin{aligned} \varepsilon_b(x) = & \varepsilon_s(g_2, g_4, x) - [\varepsilon(0)/k^2] \cdot D'_x(g_2, g_4, x, x) - \\ & - [\varepsilon(0)/k^2] \left\{ \sum_i c_i(g_2, g_4, x_i) E_y^a(g_2, g_4, x_i, x) \frac{d}{dx} E_y^b(x_i, x) + \right. \\ & \left. + \sum_i c_i(g_2, g_4, x_i) E_y^b(x_i, x) \frac{d}{dx} E_y^a(g_2, g_4, x_i, x) \right\}. \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим задачу восстановления волнового уравнения, в которой оптический волновод с неизвестным распределением диэлектрической проницаемости и эталонный градиентный волновод имеют одинаковые диаграммы направленности излученного поля или потери на излучение [14]. Тогда уравнение (3) представится

$$\begin{aligned} \sum_i E_y^b(x_i, x) - \sum_n E_y^a(g_2, g_4, x_n, x) + \sum_i \sum_n c_n(g_2, g_4, x_n) E_y^b(x_i, x) \times \\ \times \int_0^x E_y^a(g_2, g_4, x_i, t) E_y^a(g_2, g_4, x_n, t) dt = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

В матричной форме $F\theta_1 = \theta$, где $\theta_1 = E + L$; F, θ — матрицы-столбцы с элементами $E_y^a(x_i, x)$ и $E_y^a(g_2, g_4, x_n, x)$, L является квадратной матрицей с элементами

$$c_n \int_0^x E_y^a(g_2, g_4, x_i, t) E_y^a(g_2, g_4, x_n, t) dt,$$

а E — единичная матрица. Всякая невырожденная $[\det(\theta_1) \neq 0]$ квадратная матрица θ_1 имеет обратную матрицу θ_1^{-1} , откуда решение матричного уравнения (функция поперечного сечения поперечной составляющей восстанавливаемого электрического поля) представится следующим образом: $F = \theta_1^{-1} \cdot \theta$, здесь

$$\theta_1^{-1} = [1/\det(\theta_1)] \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{i1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{i2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{in} \end{pmatrix},$$

а A_{in} — алгебраические дополнения элементов

$$\delta_{in} + c_n(g_2, g_4, x_n) \int_0^x E_y^a(g_2, g_4, x_i, t) E_y^a(g_2, g_4, x_n, t) dt,$$

$\det(\theta_1)$ — определитель матрицы θ_1 .

Таким образом, удается получить решение матричного уравнения в замкнутом виде

$$E_y^b(x_i, x) = [\det(\theta_1)]^{-1} \sum_n E_y^a(g_2, g_4, x_n, x) A_{in} \quad (8)$$

и искомое распределение диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_b(x) = \varepsilon_s(g_2, g_4, x) - [\varepsilon(0)/k^2 \det(\theta_1)] \left\{ \frac{d^2}{dx^2} [\det(\theta_1)] - [\det(\theta_1)]^{-1} \left\langle \frac{d}{dx} [\det(\theta_1)] \right\rangle \right\}. \quad (9)$$

Пусть требуется восстановить волновое уравнение мономодового регулярного градиентного волновода с заданными величинами отношения внутренних и внешних переносимых мощностей $P_{\text{внутр}}/P_{\text{внеш}}$ второй и третьей магнитных волн. Находим распределение диэлектрической проницаемости в пределах волноведущего канала. Иными словами, считаем известной диэлектрическую проницаемость внешних слоев. Определяя симметричные профили ϵ , задаем отношение $\epsilon_2/\epsilon(0)$ и отыскиваем ее изменение, начиная от максимального значения $\epsilon(0)$ до границ градиентного волновода. В качестве примера синтезируется профиль диэлектрической проницаемости волноведущего канала, когда отношение переносимых внутренней мощности к внешней поверхностных H_2 , H_3 волн соответственно равно 45, 8. Величина приведенного размера $\bar{x}=1.8$. Отношение $\bar{\epsilon}=0.9804$. Выражение (8) упрощается и соотношение для необходимого распределения диэлектрической проницаемости представится следующим образом:

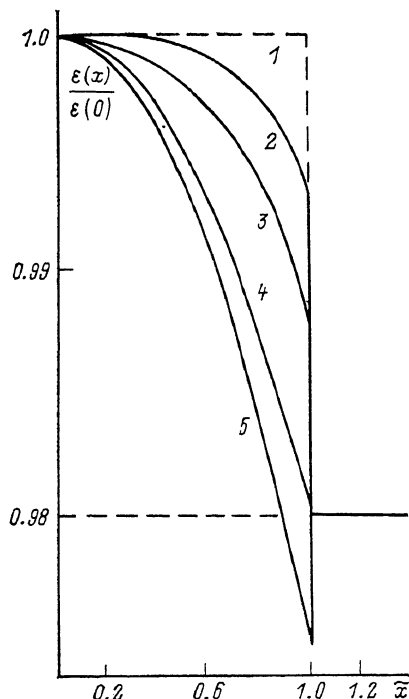


Рис. 1. Профили нормированной диэлектрической проницаемости эталонного и синтезированного волноводов.

$\bar{\epsilon}=0.9804$, $g_0=1$; 1 — ступенчатый $g_2=g_4=0$; 2 — синтезированный; 3 — промежуточный $g_2=0$, $g_4=-6 \cdot 10^{-3}$; 4 — биквадратичный $g_2=2 \cdot 10^{-2}$, $g_4=4 \cdot 10^{-4}$; 5 — параболический $g_2=2 \cdot 10^{-2}$, $g_4=0$.

$$f_b(x) = f_3(g_2, g_4, x) - (2/k^2)(d^2/dx^2)[\ln Q(g_2, g_4, \kappa_2, \kappa_3, x)],$$

$$Q(g_2, g_4, \kappa_2, \kappa_3, x) = 1 + c_2 \int_0^x \Pi_1^2(g_2, g_4, \kappa_2, x') dx' + c_3 \int_0^x \Pi_2^2(g_2, g_4, \kappa_3, x') dx' + c_2 c_3 \left\{ \int_0^x \Pi_1^2(g_2, g_4, \kappa_2, x') dx' \int_0^x \Pi_2^2(g_2, g_4, \kappa_3, x') dx' - \left[\int_0^x \Pi_1(g_2, g_4, \kappa_2, x') \Pi_2(g_2, g_4, \kappa_3, x') dx' \right]^2 \right\}. \quad (10)$$

Решения восстанавливаемого волнового уравнения имеют вид

$$E_y^b(\kappa_{2(3)}, x) = Q^{-1}(g_2, g_4, \kappa_2, \kappa_3, x) \left\{ \Pi_{1(2)}(g_2, g_4, \kappa_{2(3)}, x) + c_{3(2)} \Pi_{1(2)}(g_2, g_4, \kappa_{2(3)}, x) \int_0^x \Pi_{2(1)}^2(g_2, g_4, \kappa_{3(2)}, x') dx' - c_{2(3)} \Pi_{2(1)}(g_2, g_4, \kappa_{3(2)}, x) \int_0^x \Pi_2(g_2, g_4, \kappa_3, x') \Pi_1(g_2, g_4, \kappa_2, x') dx' \right\}. \quad (11)$$

Коэффициенты спектрального распределения амплитуд $c_{2(3)}$ поверхностных второй и третьей магнитных волн искомого и эталонного волноводов определяются из соотношения связи нормированных констант собственных волн дискретного спектра с переносимой ими мощностью

$$P_{\text{внутр}} \cdot P_{\text{внеш}}^{-1} = N_b^2(\kappa_{2(3)}) \cdot N_b^{-2}(\chi_{2(3)}) = \left[\int_0^1 E_y^b(\kappa_{2(3)}, x) dx \right] \left[\int_1^\infty E_y^b(\chi_{2(3)}, x) dx \right]^{-1}. \quad (12)$$

Эталоным был градиентный волновод с промежуточным распределением диэлектрической проницаемости (в смысле минимума разности групповых скоростей направляемых волн) $g_0=1$, $g_2=0$, $g_4=-6 \cdot 10^{-3}$, т. е. $\epsilon(0) \times \sum_{\alpha=0, 2} (-1)^\alpha g_{2\alpha} x^{2\alpha}$ (кривая 2 на рис. 1). Поверхностные волны, направляемые по такому волноводу, имеют следующие отношения переносимых внутренней мощности

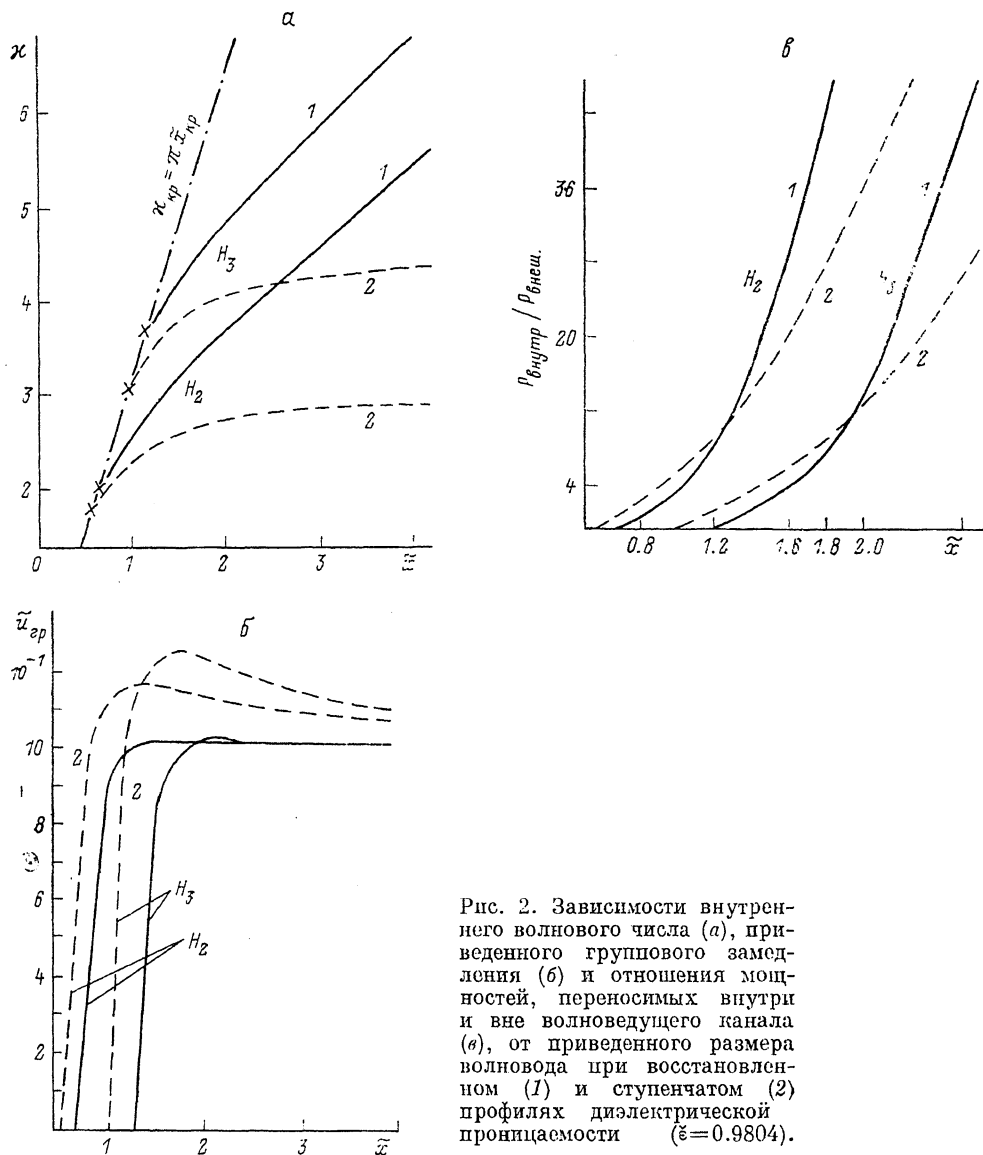


Рис. 2. Зависимости внутреннего волнового числа (а), приведенного группового замедления (б) и отношения мощностей, переносимых внутри и вне волноведущего канала (в), от приведенного размера волновода при восстановленном (1) и ступенчатом (2) профилях диэлектрической проницаемости ($\xi=0.9804$).

к внешней 37, 7. Их групповые скорости равны $V_{г, 2}(g_0, g_4, x_2)=2.448508 \times 10^8$ м/с, $V_{г, 3}(g_0, g_4, x_3)=2.4478947 \cdot 10^8$ м/с. Отметим, что для волновода со ступенчатым профилем диэлектрической проницаемости (кривая 1 на рис. 1) отношение мощностей, переносимых внутри и вне волноведущего канала второй и третьей магнитной волной равно 28 и 9. К этому следует добавить наличие большой разности групповых скоростей поверхностных волн. Искомое распределение $\epsilon_s(x)$ представлено кривой 3 на рис. 1. Основной характерной особенностью этого профиля является наличие скачка диэлектрической проницаемости на границе волновода. Для направляемых волн оптического волновода с этим распределением $\epsilon_s(x)$ были рассчитаны методом градиентной аппроксимации [14] зависимости внутренних волновых чисел, групповых замед-

лений, отношение мощностей, переносимых внутри и вне волноведущего канала, от приведенного размера \hat{x} (рис. 2). Показано распределение поперечной составляющей электрического поля второй магнитной волны в поперечном сечении градиентного волновода (рис. 3). Представляющими являются биквадратичный и параболический профили диэлектрической проницаемости (кривые 4, 5 на рис. 1) со значениями параметров градиентности, которые группируются в окрестности $g_0=1$, $g_2=10^{-2}$, $g_4=10^{-4}$. Например, при таких параметрах градиентности и $\xi=0.9804$ отношение $P_{\text{внутри}}/P_{\text{внеш}}$ волн H_2 и H_3 равно 39, 7.6, а групповые скорости равны $V_{\text{гр}, 2}(g_0, g_2, g_4, x_2)=2.4369848 \cdot 10^8$ м/с, $V_{\text{гр}, 3}(g_0, g_2, g_4, x_3)=2.4370813 \cdot 10^8$ м/с. Поверхностные волны H_2 и H_3 в волноводе с распределением диэлектрической проницаемости (10) обладают незначительной разностью групповых замедлений. Критические внутренние волновые числа

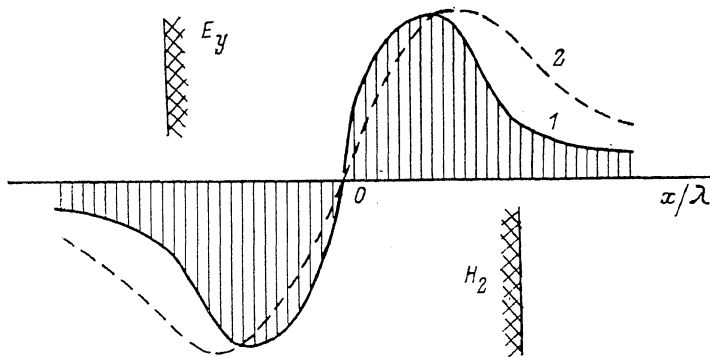


Рис. 3. Поперечное распределение напряженности электрического поля второй нижней магнитной волны с относительным размером волновода $\hat{x}=1$ при восстановленном (1) и ступенчатом (2) профилях диэлектрической проницаемости ($\xi=0.9804$).

этих волн возросли, что позволяет снимать жесткие требования к технологическим допускам для получения заданных режимов распространения волн. Их энергия в основном сконцентрирована внутри градиентного слоя при практически совпадающем отношении мощностей, переносимых внутри и вне волноведущего канала, с наперед заданными их значениями.

Проведенное исследование позволяет решать задачи синтеза и оптимизации электродинамических характеристик регулярных и нерегулярных градиентных диэлектрических волноводов как открытых конечных волноведущих систем с распределенными параметрами.

Список литературы

- [1] Колесников П. М. Теория неоднородных световодов и резонаторов. Минск: Наука и техника, 1982. 296 с.
- [2] Колесников П. М. Энергоперенос в неоднородных средах (математическая теория). Минск: Наука и техника, 1974. 304 с.
- [3] Гончаренко А. М., Карпенко В. А. Основы теории оптических волноводов. Минск: Наука и техника, 1982. 238 с.
- [4] Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. М., 1984. 512 с.
- [5] Андришко Л. И. и др. // РЭ. 1979. Т. 24. № 8. С. 1507—1511.
- [6] Андришко Л. И. Диэлектрические неоднородные волноводы оптического диапазона. Киев: Техника, 1983. 205 с.
- [7] Колесников П. М. // ДАН БССР. 1973. Т. 17. № 5. С. 412—415.
- [8] Колесников П. М. // ДАН БССР. 1979. Т. 23. № 3. С. 241—244.
- [9] Кривошальков С. Г., Петров Н. И., Сисаякин Н. Н. // Письма в ЖТФ. 1985. Т. 11. Вып. 14. С. 891—894.
- [10] Колесников П. М., Руденко И. П. // РЭ. 1979. Т. 24. № 11. С. 2179—2185.
- [11] Руденко И. П. // РЭ. 1983. Т. 28. № 8. С. 1495—1502.
- [12] Руденко И. П. // Аналитические и численные методы в теории переноса. Минск, 1978. С. 93—106.
- [13] Марченко В. А. Операторы Штурма—Лиувилля и их приложения. Киев, 1977. 167 с.
- [14] Руденко И. П. // РЭ. 1986. Т. 31. № 5. С. 1018—1021.