

09; 10

© 1991 г.

О ПРЕДЕЛЬНОМ КПД ЛАЗЕРА НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С ПРОДОЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

В. А. Базылев, А. В. Тулунов

Рассмотрен вопрос о предельно достижимом КПД лазера на свободных электронах с продольным магнитным полем (убитрона) при изменении параметра инерционной группировки. Показано, что одномерная теория описания взаимодействия электронов с комбинационной волной в области малых значений оказывается несправедливой. В этой области не происходит группировки частиц и КПД стремится к нулю. На границе применимости одномерной теории КПД имеет максимум.

Наиболее важной проблемой лазеров на свободных электронах (ЛСЭ) является достижение максимального КПД при условии сохранения большого доплеровского преобразования частоты. Наличие в ЛСЭ продольного магнитного поля (в этом случае ЛСЭ часто называют убитроном) предоставляет дополнительные возможности в этом направлении, позволяя изменять величину параметра инерционной группировки, который непосредственно определяет величину КПД. Впервые на этот факт обратили внимание авторы работы [1]. В работе [2] также было указано на возможность увеличения КПД убитрона с одновременным большим преобразованием частоты при уменьшении параметра неизохронности колебаний электронов в поле комбинационной волны до величины $\ll \gamma^{-2}$ (γ — лоренц-фактор электронного пучка) и отмечена аналогия с мазером на циклотронном авторезонансе. В работе [3] исследовался КПД убитрона в комптоновском и рамановском режимах и было показано, что тенденция к неограниченному росту КПД при снижении параметра неизохронности сохраняется как в рамановском, так и в комптоновском режимах с сильной накачкой. Одновременно с этим до больших значений тока пучка расширяется диапазон действия комптоновского режима усиления с более сильной зависимостью инкремента нарастания ЛСЭ неустойчивости от плотности тока пучка, чем в рамановском режиме.

При профилировании параметров ЛСЭ, как было показано в [3, 4], изменение величины параметра инерционной группировки также ведет к увеличению эффективности усиления: в режиме захвата возрастает площадь области захвата, т. е. снижаются требования к моноэнергетичности электронного пучка, а в режиме однократного отражения растет КПД.

Результаты работ [1-4] и соответствующие оценки КПД ЛСЭ основаны на уравнениях, полученных в предположении о малости отклонений электронов от стационарных орбит, характерных для ЛСЭ в отсутствие сигнальной волны. Однако очевидно, что, когда КПД $\eta \rightarrow 1$, условие $\delta\gamma \ll \gamma$, где $\delta\gamma$ — изменение энергии электрона вследствие взаимодействия с лазерной волной, перестает выполняться. В связи с этим вопрос о предельном КПД ЛСЭ с продольным магнитным полем требует специального исследования.

Рассмотрим движение электрона в системе координат вигглера

$$e_1 = e_x \cos k_w z + e_y \sin k_w z, \quad e_2 = -e_x \sin k_w z + e_y \cos k_w z, \quad e_3 = e_z,$$

где $k_w = 2\pi/\lambda_w$, λ_w — период выгглера, в магнитных полях $\mathbf{B}_w = B_w \mathbf{e}_1$, $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_3$ и поле электромагнитной волны $\mathbf{A}_s = A_s(z) [\mathbf{e}_x \cos(k_s z - \omega_s t - \varphi(z)) - \mathbf{e}_y \sin(k_s z - \omega_s t + \varphi(z))]$.

При $A_s = 0$ решением уравнений движения являются стационарные орбиты [5] $v_1 = v_w = v_z \Omega_w / (\Omega_0 - k_w \gamma v_z)$, $v_2 = 0$, $v_3 = \text{const}$, $v_w^2 + v_z^2 = (1 - \gamma^2) c^2$, $\Omega_{w,0} = eB_{w,0}/mc$.

Предполагая, что при включении A_s возмущения стационарных орбит и изменения энергии электронов невелики, трехмерные уравнения движения можно свести к одномерному уравнению для фазы комбинационной волны $\theta = kz - \omega t$ ($k = k_s + k_w$, $\omega = \omega_s$), описывающему взаимодействие в ЛСЭ [6, 4] ¹

$$\frac{d^2\theta}{dZ^2} = \left(\frac{k_s}{k_w}\right)^2 \frac{1}{\gamma \gamma_z^2} \frac{\beta_w}{\beta_z^2} \Phi a_s \sin \theta, \quad (1)$$

где $Z = k_w z$, $\beta_w = v_w/c$, $a_s = eA_s/mc^2$, $\gamma_z^2 = (1 - \beta_z^2)^{-1}$, $\alpha_{\perp} = \beta_w/\beta_z$, $\Phi = 1 - \Omega_0 \alpha_{\perp}^2 \gamma_z^2 / [\Omega_0 (1 + \alpha_{\perp}^2) - k_w v_z \gamma]$.

При этом изменение энергии электрона дается формулой

$$\frac{d\gamma}{dZ} = \frac{k_s}{k_w} \frac{\beta_w}{\beta_z} a_s \sin \theta. \quad (2)$$

Анализ КПД ЛСЭ в работах [1-4] основан на одномерных уравнениях (1), (2), причем существенную роль играет параметр Φ , поскольку параметр неизохронности $\nu = \gamma_z^{-2} \beta_z^{-2} \Phi$ [3]. Так как $\eta \sim \nu^{-1}$ и $\Phi \rightarrow 0$ при $\Omega_0 \rightarrow k_w v_z \gamma^3 / \gamma_z^2$, то одномерная теория в этой области B_0 дает неверный результат. Для выяснения вопроса о величине КПД при $\Phi \rightarrow 0$ необходимо отказаться от представлений о стационарных орбитах и малом их возмущении и основывать анализ на трехмерных уравнениях движения электронов.

Вводя наряду с волной сигнала волну пространственного заряда $\Phi_b = \Phi_b(z) \cos(\theta + \psi(z))$, запишем уравнения движения электронов

$$\begin{aligned} \frac{d\beta_1}{dZ} + \frac{\beta_1}{\gamma} \frac{d\gamma}{dZ} &= \beta_2 - \frac{\Omega_0}{k_w c} \frac{\beta_2}{\gamma \beta_3} + \left(\frac{\omega}{k_w c \beta_3} - \frac{k_s}{k_w} - \frac{d\varphi}{dZ} \right) \frac{a_s}{\gamma} \sin(\theta + \varphi) + \\ &+ \frac{1}{\gamma} \frac{da_s}{dZ} \cos(\theta + \varphi), \\ \frac{d\beta_2}{dZ} + \frac{\beta_2}{\gamma} \frac{d\gamma}{dZ} &= -\beta_1 - \frac{\Omega_w}{k_w c \gamma} + \frac{\Omega_0}{k_w c} \frac{\beta_1}{\gamma \beta_3} + \left(\frac{\omega}{k_w c \beta_3} - \frac{k_s}{k_w} - \frac{d\varphi}{dZ} \right) \times \\ &\times \frac{a_s}{\gamma} \cos(\theta + \varphi) - \frac{1}{\gamma} \frac{da_s}{dZ} \sin(\theta + \varphi), \\ \frac{d\beta_3}{dZ} &= \frac{\Omega_w}{k_w c} \frac{\beta_2}{\gamma \beta_3} + \frac{a_s}{\beta_3 \gamma} \left(\frac{k_s}{k_w} + \frac{d\varphi}{dZ} - \frac{\omega}{ck_w} \beta_3 \right) (\beta_1 \sin(\theta + \varphi) + \beta_2 \cos(\theta + \varphi)) - \\ &- \frac{1}{\beta_3 \gamma} \frac{da_s}{dZ} (\beta_1 \cos(\theta + \varphi) - \beta_2 \sin(\theta + \varphi)) - \\ &- \frac{1}{\beta_3 \gamma \gamma_z^2} \left[\left(1 + \frac{k_s}{k_w} + \frac{d\psi}{dZ} \right) \varphi_b \sin(\theta + \psi) - \frac{d\varphi_b}{dZ} \cos(\theta + \psi) \right], \\ \frac{d\gamma}{dZ} &= \frac{\omega}{ck_w} \frac{a_s}{\beta_3} (\beta_1 \sin(\theta + \varphi) + \beta_2 \cos(\theta + \varphi)) - \left(1 + \frac{k_s}{k_w} \right) \varphi_b \sin(\theta + \psi) - \\ &- \varphi_b \frac{d\psi}{dZ} \sin(\theta + \psi) + \frac{d\varphi_b}{dZ} \cos(\theta + \psi), \\ \frac{d\theta}{dZ} &= 1 + \frac{k_s}{k_w} - \frac{\omega}{ck_w \beta_3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\varphi_b = e\Phi_b/mc^2$.

¹ В работе [10] приведен другой способ получения уравнений для изменения энергии и фазы электрона, также использующий предположение о малости изменения стационарных орбит под действием лазерного поля.

Очевидно, что трехмерные уравнения (3) не позволяют аналитически оценить КПД, поэтому результат может быть получен только численно.

Для численного решения задачи к системе (3) необходимо добавить волновые уравнения, описывающие эволюцию амплитуд и фаз волн, при этом необходимо оговорить процедуру усреднения тока пучка. Согласно теореме Джинса, полный ток пучка равен сумме одночастичных токов, которые могут быть однозначно описаны заданием начальных координат и скоростей частиц. В микроскопических масштабах электроны распределены однородно в пределах лазерной длины волны. В результате взаимодействия на длине волны излучения происходит группировка частиц, однако в макроскопических масштабах плотность электронов не меняется. Поэтому для нахождения плотности пучка необходимо усреднить микроскопическую плотность на периоде комбинационной волны и умножить на среднюю макроскопическую плотность.

Записывая микроскопическую плотность электронов в виде

$$n = n_b \frac{L}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \delta(z - z_i(t_{0i}, t)), \quad (4)$$

где z_i — положение электрона в момент времени t , влетевшего в область взаимодействия в момент времени t_{0i} со скоростью v_{0i} ; N_e — количество электронов на длине области взаимодействия $L = 2\pi v_{z0}/\omega = v_{z0}T$; n_b — средняя плотность электронов, и усредняя на периоде T , получаем

$$\langle n \rangle = n_b v_{z0} \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} \frac{1}{v_{zi}(t_{i0}, z)}. \quad (5)$$

Аналогично для плотности тока (например, компоненты вдоль e_1) имеем

$$\langle j_1 \rangle = -en_b v_{z0} \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} v_{1i}(t_{i0}, z) \frac{1}{v_{zi}(t_{i0}, z)}. \quad (6)$$

Для достаточно больших N_e усреднение по траекториям может быть заменено усреднением по начальной фазе θ_0

$$\langle f \rangle = \frac{1}{N_e} \sum_{i=1}^{N_e} f_i \rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f d\theta_0. \quad (7)$$

Оговорив таким образом процедуру усреднения, можно теперь выписать волновые уравнения, замыкающие систему уравнений (3),

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \varphi_b}{dZ^2} - \left(1 + \frac{k_s}{k_w} + \frac{d\psi}{dZ}\right)^2 \varphi_b &= 2 \frac{\omega_b^2}{k_w^2 c^2} \beta_{z0} \left\langle \frac{\cos(\theta + \psi)}{\beta_s} \right\rangle, \\ \varphi_b \frac{d^2 \psi}{dZ^2} + 2 \left(1 + \frac{k_s}{k_w} + \frac{d\psi}{dZ}\right) \frac{d\varphi_b}{dZ} &= -\frac{\omega_b^2}{k_w^2 c^2} \beta_{z0} \left\langle \frac{\cos(\theta + \psi)}{\beta_s} \right\rangle, \\ \frac{d^2 a_s}{dZ^2} + \left[\frac{\omega^2}{k_w^2 c^2} - \left(\frac{k_s}{k_w} + \frac{d\varphi}{dZ}\right)^2 \right] a_s &= \frac{\omega_b^2}{k_w^2 c^2} \beta_{z0} \left\langle \frac{\beta_1 \cos(\theta + \varphi) - \beta_2 \sin(\theta + \varphi)}{\beta_s} \right\rangle, \\ a_s \frac{d^2 \varphi}{dZ^2} + 2 \left(\frac{k_s}{k_w} + \frac{d\varphi}{dZ}\right) \frac{da_s}{dZ} &= -\frac{\omega_b^2}{k_w^2 c^2} \beta_{z0} \left\langle \frac{\beta_1 \sin(\theta + \varphi) + \beta_2 \cos(\theta + \varphi)}{\beta_s} \right\rangle, \end{aligned} \quad (8)$$

где $\omega_b^2 = 4\pi n_b e^2/m$.

Аналогичная система уравнений рассматривалась в [7], однако вопрос о предельном КПД в условиях малости параметра инерционной группировки детально не изучался.

Основываясь на уравнениях (3), (8), можно решить задачу о генерации в ЛСЭ, когда значение B_0 таково, что $\Phi \ll 1$. Сопоставляя затем результаты с численным решением одномерной задачи (1) (совместно с (8)), можно выяснить

пределы применимости одномерной теории. Обсудим предварительно выбор исходных параметров.

Согласно [8], волной пространственного заряда пучка можно пренебречь при выполнении условия $x \ll (1/16)\alpha_1^2\gamma_z^2\beta_z k_w$, где $x^2 = \omega_b^2\Phi/\gamma_z^2\nu_z^2$ (комптоновский режим с сильной накачкой). Поскольку нас интересует диапазон B_0 , в котором параметр $\Phi \ll 1$, то для всех разумных значений плотности тока электронов (\sim нескольких кА/см²) это условие выполняется и, следовательно, можно опустить первые два уравнения системы (8), а также слагаемые, содержащие φ_b ,

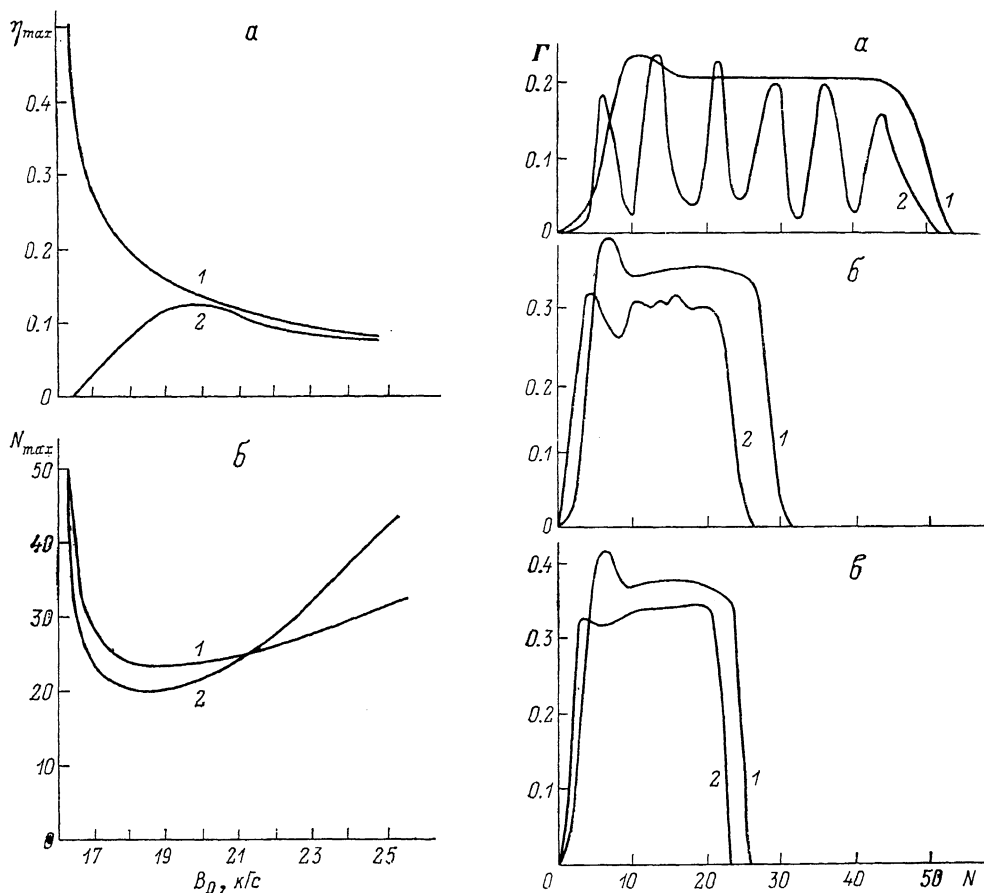


Рис. 1. Зависимости от величины продольного магнитного поля предельного КПД (а), длины области усиления (б).

1 — одномерный, 2 — трехмерный расчет.

Рис. 2. Изменение инкремента нарастания лазерной волны по длине ЛСЭ.

B_0 , кГс: а — 16.4, б — 17, в — 20; Φ : а — $2.86 \cdot 10^{-2}$, б — 0.17, в — 0.59; λ_s , мм: а — 1.75, б — 1.70, в — 1.45; 1, 2 — то же, что и на рис. 1.

в уравнениях (3). Далее, ориентируясь на область генерации $\sim 1-2$ мм и типичные значения энергии сильноточных ускорителей $\sim 2-3$ МэВ, выберем следующие параметры ЛСЭ: $\lambda_w = 5$ см, $B_w = 1$ кГс ($\alpha_w = \Omega_w/k_w c \gamma = 9.5 \cdot 10^{-2}$), $\gamma = 4.914$ ($E = 2.511$ МэВ), $j = 2$ кА/см² ($\xi_0 = \omega_b/c k_w \gamma^{1/2} \gamma_z = 9.89 \cdot 10^{-2}$). Продольное магнитное поле менялось в пределах от $B_0 = 16.4$ ($\Phi = 2.85 \cdot 10^{-2}$) до 25 кГс ($\Phi = 0.83$). При этом $B_0 = 16.4$ кГс соответствовала длина волны излучения $\lambda_s = 1.75$ мм ($k_s/k_w = 28.6$), а $B_0 = 25$ кГс — $\lambda_s = 1.3$ мм ($k_s/k_w = 38.54$), т. е. во всем диапазоне B_0 наблюдалось большое преобразование частоты колебаний электрона. На вход генератора подавалась внешняя затравочная волна мощностью 50 Вт/см². Рабочая длина волны подбиралась из условия максимальной линейности инкремента нарастания волны [8]

$$k_z = \frac{1}{1 - \beta_z} \left[(k_w - z) \beta_z - \frac{1}{2} k_w \beta_z \left(\frac{1}{2} \alpha_1^2 \xi_0 \frac{\Phi}{\beta_z} \right)^{1/3} \right]. \quad (9)$$

При решении трехмерных уравнений предусматривалось наличие адиабатической области ввода в ЛСЭ [7]

$$B_w(Z) = \begin{cases} \frac{1}{2} B_w \left(1 - \cos \frac{Z}{20} \right) & Z \leq 20\pi, \\ B_w & Z > 20\pi. \end{cases}$$

Результаты численных расчетов приведены на рис. 1–3. Все расчеты выполнены для 61 частицы.

На рис. 1, а приведены зависимости КПД ЛСЭ, достигаемого при насыщении, от величины продольного магнитного поля в области, где параметр $\Phi < 1$. Кривые являются результатом решения уравнений (8) совместно с (3) (трехмерный расчет) и (1) (одномерный расчет). Как видно из рис. 1, а, при $B_0 > 20$ кГс получаемые значения КПД оказываются весьма близкими, т. е. взаимодействия вполне описываются одномерными уравнениями для фазы θ . В то время как при $B_0 < 20$ кГс, что отвечает $\Phi < 0.5$, налицо существенные различия: КПД по одномерной теории начинает круто расти в полном соответствии с аналитическими оценками. Таким образом, теория приходит к внутреннему противоречию: уравнение (1) получено в предположении $\delta\gamma/\gamma \ll 1$, а результатом его решения является $\eta = \delta\gamma/\gamma \rightarrow \infty$. Результат же решения трехмерных уравнений качественно иной: при $\Phi \rightarrow 0$ $\eta \rightarrow 0$, а кривая зависимости КПД от продольного магнитного поля имеет максимум при $\Phi \approx 0.5 - 0.6$, т. е. тенденция к росту КПД при уменьшении Φ до определенных пределов имеет место.

На рис. 1, б показана зависимость числа периодов вигглера, соответствующего режиму насыщения усиления, от B_0 . Заметим, что для результатов трехмерных расчетов не учитывается длина адиабатической области ввода пучка. Качественный характер обеих кривых совпадает, особенно в области малых Φ . Рост N_{\max} при $\Phi \rightarrow 0$ обусловлен тем фактом, что коэффициент усиления в режиме слабого сигнала (линейный режим) Φ [9, 10], увеличение N_{\max} при $\Phi \rightarrow \infty$ связано со снижением величины β_w . Наименьшая длина области взаимодействия до наступления насыщения достигается в области максимального КПД.

На рис. 2 представлены зависимости инкремента нарастания лазерной волны $\Gamma = d \ln a_s / dz$ от числа периодов вигглера. При $B_0 = 16.4$ кГс, когда $\Phi \ll 1$ (рис. 2, а), одномерный расчет дает невысокую величину инкремента, но отвечающую устойчивому линейному режиму усиления на большой длине. Трехмерный расчет дает совершенно иной результат: инкремент испытывает резкие колебания, причем средний инкремент очень мал. При $B_0 = 17$ кГс, когда отличие «одномерного» и «трехмерного» КПД еще существенно, осцилляции

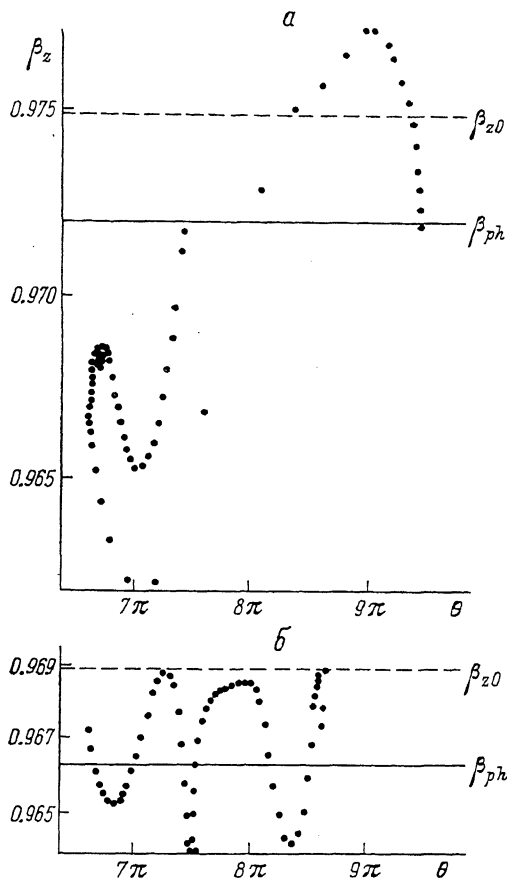


Рис. 3. Распределения частиц по продольной скорости после достижения насыщения.

инкремента сглаживаются и разница в величине инкремента сокращается. При $B_0=20$ кГц одомерный и трехмерный расчеты дают сходную картину усиления (рис. 2, е).

На рис. 3 сравниваются распределения частиц на плоскости продольная скорость—фаза при наступлении насыщения для $B_0=20$ (а) и 16.4 кГц (б) (трехмерный расчет). В начальный момент все электроны имели одинаковую продольную скорость β_{z0} (штриховая прямая) и отстройку от фазовой скорости комбинационной волны $\beta_{ph}=\omega/kc$ (сплошная прямая), соответствующую максимуму линейного инкремента. При $B_0=20$ кГц происходит группировка частиц, связанная с захватом электронов в яму пондеромоторного потенциала. При $B_0=16.4$ кГц группировки частиц нет, взаимодействие электронов с комбинационной волной практически отсутствует, приводя лишь к разбросу частиц вокруг β_{ph} в небольших пределах.

Итак, как следует из проведенных численных расчетов, одномерные уравнения для фазы, описывающие взаимодействие электронов с волной в ЛСЭ с продольным магнитным полем, правильно описывают тенденцию к возрастанию КПД с уменьшением параметра Φ . В районе малых Φ $\eta \rightarrow 0$. Наиболее перспективной с точки зрения максимального отбора энергии от пучка электронов является область, где $\Phi \approx 0.5-0.6$. В этой области одномерные уравнения еще дают практически правильный результат.

В комптоновском режиме с сильной накачкой предел применимости одномерной теории определяется неравенством

$$\Phi \gg \alpha_1 \xi, \quad (10)$$

где $\xi^2 = \omega_0^2 / \gamma (ck_w)^2$, в рамановском режиме

$$\Phi \gg \xi^2 / \gamma_x^2. \quad (11)$$

В рассматриваемом случае условие (10) начинает выполняться примерно с $B_0=20$ кГц.

Список литературы

- [1] Кондратенко А. М., Салдин Е. Л. // ЖТФ. 1981. Т. 51. Вып. 8. С. 1633—1641.
- [2] Гинзбург Н. С., Новожилова Ю. В. // ЖТФ. 1986. Т. 56. Вып. 9. С. 1709—1717.
- [3] Базылев В. А., Тулунов А. В. // Квантовая электрон. 1990. Т. 17. № 2. С. 156—159.
- [4] Базылев В. А., Тулунов А. В. // ЖТФ. 1989. Т. 59. Вып. 1. С. 67—72.
- [5] Friedland L. // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23. N 12. P. 2376—2382.
- [6] Freund H. P., Gold S. H. // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. N 11. P. 926—929.
- [7] Freund H. P. // Phys. Rev. A. 1983. Vol. 27. N 4. P. 1977—1988.
- [8] Freund H. P., Sprangle P. // Phys. Rev. A. 1982. Vol. 26. N 4. P. 2004—2015.
- [9] Freund H. P., Sprangle P., Dillenburg P. et al. // Phys. Rev. A. 1981. Vol. 24. N 4. P. 1965—1979.
- [10] Гинзбург Н. С., Песков Н. Ю. // ЖТФ. 1988. Т. 58. Вып. 5. С. 859—869.

Институт атомной энергии
им. И. В. Курчатова
Москва

Поступило в Редакцию
6 ноября 1989 г.
В окончательной редакции
10 октября 1990 г.