07

ПРОПУСКАНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ КЛИНОМ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ГАУССОВА ПУЧКА ПРИ НАКЛОННОМ ПАДЕНИИ И РЕЗОНАНСЫ ПРОСВЕТЛЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С ПРОЗРАЧНОЙ ПЛАСТИНКОЙ

В. Н. Смирнов, Г. А. Строковский

Экспериментально исследовано влияние величины и ориентации клина прозрачной пластинки на интенсивность генерации в резонансах просветления оптического резонатора. Экспериментальные результаты удовлетворительно объяснены теоретически учетом двухлучевой интерференции гауссовых пучков, расщепленных пластинкой с клином.

Введение

Стеклянным пластинкам свойственна некоторая клиновидность, которая более существенна для прохождения гауссова пучка, чем для плоской волны, вследствие его пространственной локализации. Пропускание гауссова пучка диэлектрическим клином рассматривалось, например, в [1-3]. Однако в [1] клин был взят в модели тонкого фазового слоя (без учета потерь на отражение), что представляется чрезмерно упрощенным и непригодным даже как первое приближение для описания работы пластинки с клином в оптическом резонаторе. В [2] не учитывалась конечная кривизна фазового фронта пучка, а более общее решение задачи в [3] неудобно для наглядного физического анализа.

В данной работе экспериментально исследовано влияние ориентации и величины малого (с углом менее 1′) клина прозрачной пластинки на генерацию в резонансах просветления кольцевого газового лазера, в частности на порог генерации и анизотропию потерь. Теоретически проанализированы пропускание и отражение эллиптических эрмит-гауссовых пучков в диэлектрическом клине при наклонном падении с учетом многократных отражений на границах раздела. Экспериментальные результаты согласуются с предложенной интерпретацией потерь на отражение, вносимых наклонной стеклянной пластинкой с клином в лазерном резонаторе, в частности, обнаружена и объяснена существенная зависимость влияния клина от расстояния пластинки до шейки каустики.

Экспериментальное исследование влияния стеклянной пластинки с клином на генерацию в кольцевом газовом лазере

Экспериментальные исследования проводились в кольцевом He—Ne лазере на длине волны $\lambda=0.63$ мкм на модах прямоугольной апертуры $TEM_{00,\ 10}$ (ось Z декартовой системы координат совпадает с направлением распространения пучка, оси X, Y лежат в плоскости резонатора и ортогонально ей). В резонатор лазера, аналогичный [4], образованный сферическим *1* и двумя плоскими *2* зеркалами (рис. 1, *а*), на расстоянии $z_п=270$ мм (или 400 мм) от плоскости шейки каустики ($z=0$, размеры пучка в шейке $w_{0x}=204$ мкм, $w_{0y}=240$ мкм) устанавливалась стеклянная пластинка *3* толщиной $l=1.3-6$ мм (с клином и без клина). Для генерации линейно поляризованного вдоль оси Y излучения использовались кюветы *4* с усиливающей средой с окошками Брюстера, частотное расщепление встречных волн невзаимным элементом *5* составляло ≈ 20 кГц. На фотоприемнике *6* по одному из направлений луча в резонаторе

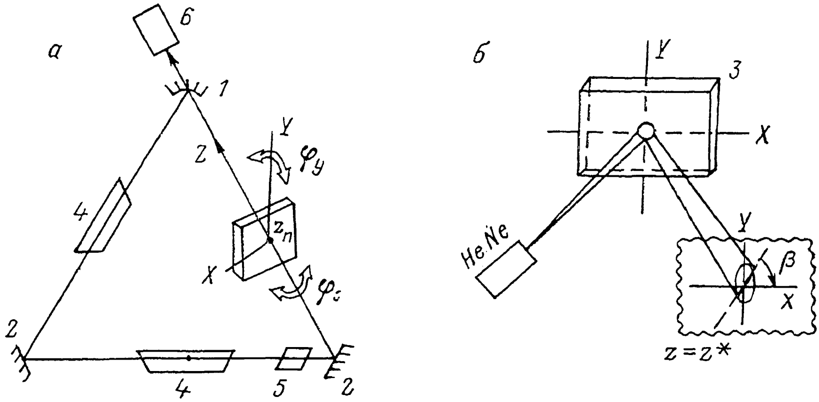

Рис. 1.

регистрировались изменения интенсивности генерации J при поворотах пластинки *3* по углу места φ_y в плоскости YZ или по азимуту φ_x в плоскости XZ.

Внедрение пластинки в резонатор лазера с небольшим усилением (≈ 5 % за проход) приводило в общем случае к срыву генерации из-за вносимых пластинкой потерь, однако при нормальном падении ($\varphi \equiv 0$) и при некоторых других положениях пластинки ($\varphi_{x,\,y} \neq 0$) были обнаружены резонансы просветления лазера (из-за уменьшения вносимых потерь), количество которых и спад огибающей интенсивности генерации в максимумах зависели от величины и ориентации клина пластинки. Это видно на рис. 2, где на примере пластинки $l=1.9$ мм с клином $\chi \approx 1'$ приведены типичные зависимости нормированной интенсивности генерации в максимумах резонансов просветления J_p от номера резонанса m при повороте пластинки в азимутальной плоскости на угол φ_x для двух ориентаций клина: ориентированного параллельно плоскости падения ($\Psi_\parallel=0$, кружки) либо перпендикулярного ей ($\Psi_\perp=\pi/2$, точки). На рис. 2 также крестиками показана зависимость углов поворота $\varphi_p(m)$, соответствующих резонансам просветления пластинки. Она оказалась практически одинаковой для обеих ориентаций клина, а угловое расстояние между соседними резонансами пропорционально $m^{-1/2}$. При повороте клина в плоскости XY в диапазоне от $\Psi_\parallel=0$ до $\Psi_\perp=\pi/2$ наблюдавшаяся сильная асимметрия действия клина по углу φ_x постепенно уменьшается, так что при положении клина $\Psi_\perp=\pi/2$, «скрещенном» с плоскостью падения пучка, спад $(J_p(m))/J_{\max}$ симметричен относительно $m=0$ ($\varphi_x=0$). Для проверки предположения о влиянии клина на величину и знак

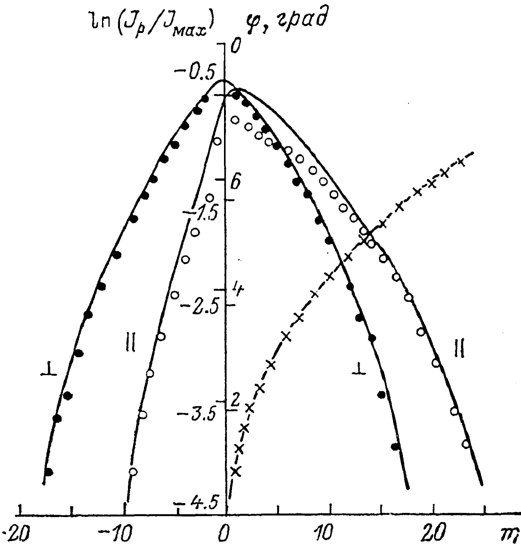

Рис. 2.

угловой асимметрии резонансов пластинка переворачивалась на 180° вокруг оси Z либо оси Y, при этом знак угловой асимметрии резонансов просветления изменялся на противоположный.

Изучение корреляции влияния клина и угла поворота пластинки на пропускание гауссова пучка проводилось в специальных экспериментах в свободном пространстве (рис. 1, *б*) по наблюдению темной разделительной полосы в картине интерференции световых пучков, отраженных пластинкой с клином, при освещении ее гауссовым пучком от линейного He—Ne лазера. На рис. 3 приведены зависимости угла β наклона к оси X этой полосы от угла φ_x поворота пластинки для случая клина в плоскости YZ для двух положений пластинки (*1* — $z_п=500$, *2* — 1000 мм). Изменения β определяются, очевидно, соотношением

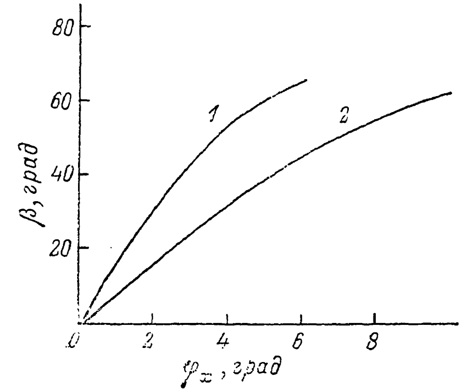

Рис. 3.

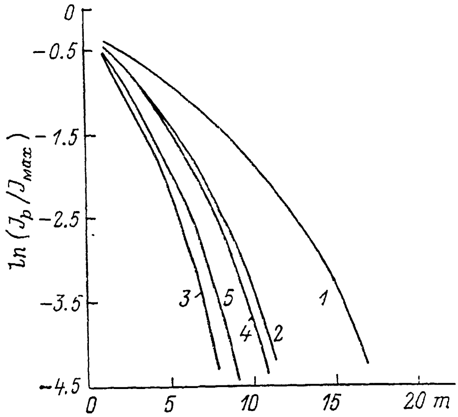

Рис. 4.

двух факторов: расщеплением отраженных пучков в веер в плоскости YZ вследствие действия клина и расслоением их в гребенку в плоскости XZ ввиду наклонного падения. Вследствие этого $\beta=0$ при $\varphi_x=0$ и β увеличивается с ростом φ_x. С другой стороны, β возрастает с ростом $z_п$ и практически не зависит от положения плоскости наблюдения $z=z^*$ на оси Z. Подобные зависимости были обнаружены и в экспериментах в кольцевом лазере: с клином, лежащим в плоскости падения, величина угловой асимметрии увеличивалась с ростом $z_п$ от 270 до 400 мм.

Результаты сравнительного анализа изменения характера спада $(J_p(m))/J_{\max}$ при наклонах пластинки для различных толщин пластинок, плоскостей ее поворота и типа поперечной моды представлены на рис. 4 (для удобства были выбраны пластинки без клина). Кривые *1—3* для огибающей $\ln(J_p(m)/J_{\max})$ соответствуют поворотам пластинки в плоскости XZ при генерации моды TEM_{00} для $l=1.9$, 4 и 5.94 мм; кривая *4* получена для $l=4$ мм при генерации моды TEM_{10}; кривая *5* соответствует поворотам пластинки $l=5.94$ мм на углы φ_y в плоскости YZ при генерации моды TEM_{00}.

Прохождение и отражение эллиптического гауссова пучка в диэлектрической пластинке с клином

Запишем нормированный в поперечном сечении XY эллиптический эрмит-гауссов пучок, распространяющийся в направлении оси Z в виде

$$E_{MN}(x,\ y,\ z)=\mathrm{e}\mathcal{E}\mathfrak{M}_{MN}(x,\ y,\ z);$$

$$\mathfrak{M}_{MN}=\frac{e^{jkz}}{\sqrt{\pi w_x w_y}}\exp\left\{-\frac{1}{2}(x^2\cdot p_x+y^2\cdot p_y)\right\}H_M\left(\frac{x}{w_x}\right)\cdot H_N\left(\frac{y}{w_y}\right);$$

$$p_t=\frac{1}{w_t^2}-j\frac{k}{R_t};\quad w_t=w_{0t}\left[1+\left(\frac{z}{kw_{0t}^2}\right)^2\right]^{1/2};\quad R_t=z+\frac{(kw_{0t}^2)^2}{z};\quad (t=x,\ y),\qquad (1)$$

где $H_{M,N}$ — нормированные полиномы Эрмита; $k=(2\pi)/\lambda$ — волновое число; λ — длина волны; $\mathcal{E}$ — амплитуда; w_{0t} и R_t — полуширины пучка в шейке каустики и радиусы кривизны фазового фронта пучка в плоскостях XZ и YZ.

Пусть пучок (1) падает на пластинку с малым углом клина $\chi \ll 1$, ориентированным в плоскости ζZ, расположенной под углом Ψ к плоскости XZ (рис. 5, *а*). Нормаль к биссекторной плоскости клина ν может составлять небольшой угол $\varphi \ll 1$ с осью Z в плоскости QZ, которая расположена под углом α к плоскости XZ.

Вследствие клиновидности пластинки в плоскости ζZ прошедший пластинку эрмит-гауссов пучок расщепляется в веер пучков $\mathbf{E}^i$ ($i=0, 1, \ldots$), распространяющихся под углами χ_i к оси Z, а при наклонном падении они сдвигаются на $\Delta_i(\varphi)$ вдоль $\mathbf{q}$ (аналогично и для отраженного света) (рис. 5, *б*)

$$\mathbf{E}^i_{MN}(x_i, y_i, z_i) = \mathbf{e}_i \mathcal{E}_i \mathfrak{M}_{MN}(\mathbf{r}_i)\, e^{j\theta_i}; \quad \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{E}^i_{MN}|^2 dx_i dy_i = |\mathcal{E}_i|^2 = I^{ii}_{MN}, \tag{2}$$

θ_i — дополнительные набеги фазы, приобретенные пучками при прохождении пластинки в одну сторону; I^{ii} — интенсивности пучков.

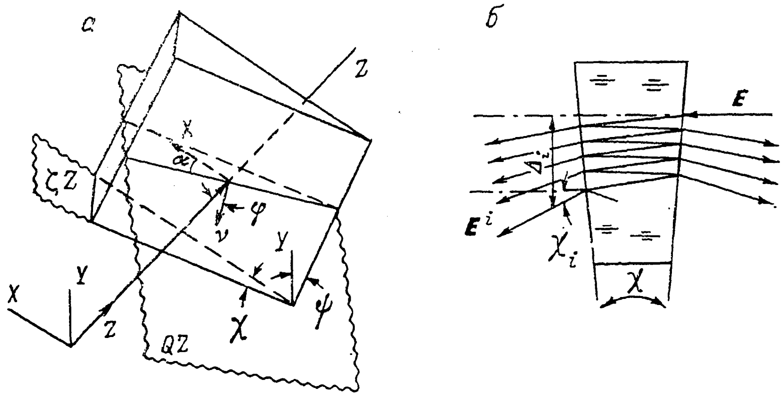

Рис. 5.

Переходя от собственных координатных систем пучков $\mathbf{r}_i(x_i, y_i, z_i)$, зависящих от φ и χ_i, к координатам падающего пучка $\mathbf{r}$ (x, y, z), получим в интенсивности проходящего света I перекрестный член I^{ik} от пространственной интерференции пучков $\mathbf{E}^i$, $\mathbf{E}^k$ ($i \neq k = 0, 1, \ldots$) в виде

$$I^{ik}_{MN}(\varphi) = 2\,\mathrm{Re}\left[\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}^i \mathbf{E}^{k*} dx dy\right] =$$

$$= 2\mathcal{E}_i \mathcal{E}_k \cos\theta_{ik} \exp\{-W^{(x)}_{ik} - W^{(y)}_{ik}\}\, \lambda^{(x)}_{ik}(M)\, \lambda^{(y)}_{ik}(N);$$

$$W^{(t)}_{ik} = \frac{1}{4w^2_{0t}} \left\{\left[(\Delta_{t_i} - \Delta_{t_k}) - z_\text{п}\left(\chi_{t_i} - \chi_{t_k}\right)\right]^2 + (kw^2_{0t})^2 \left(\chi_{t_i} - \chi_{t_k}\right)^2\right\} \quad (t = x,\ y);$$

$$\theta_{ik} = \theta_i - \theta_k; \quad \lambda^{(t)}_{ik}(s) = \sum_{\mu=0}^{s} \frac{(-1)^\mu}{\mu!}\, C^\mu_s\, (2W^{(t)}_{ik})^\mu;$$

$$\chi_{(x,y)i} = \chi_i \cdot \begin{cases} \cos\Psi, \\ \sin\Psi, \end{cases}$$

$$\Delta_{(x,y)i} = \Delta_i(\varphi) \begin{cases} \cos\alpha, \\ \sin\alpha, \end{cases} \tag{3}$$

$z_\text{п}$ — расстояние от шейки пучка до пластинки.

Вследствие $\Delta_i \chi_i \ll \lambda$ в θ_{ik} в (3) не учтены малые изменения оптических путей пучков в пластинке, обусловленные клином, по сравнению с плоскопараллельной пластинкой. Как следует из (3), действие угла поворота пластинки φ и клина χ независимы лишь тогда, когда они расположены вдоль различных осей астигматизма падающего пучка. В этом случае влияние поворота φ определяется расслоением пучков $\Delta_{t_i}-\Delta_{t_k}$ в масштабе размера каустики в шейке w_{0t}, а отнюдь не в плоскости $z=z_п$, где находится пластинка. Влияние клина, напротив, измеряется в масштабе размера каустики в плоскости $z=z_п$.

Запишем для прошедших пучков в приближении $\chi \ll \varphi \ll 1$

$$\mathcal{E}_i=(1-\rho^2)\rho^{2i}\mathcal{E};\quad \theta_i=\theta(1+2i);\quad \Delta_i=\Delta(-1+2i);\quad \chi_i=-\chi+n(1+2i), \qquad (4)$$

где $\rho^2=((1-n)/(1+n))^2$ — энергетический коэффициент отражения пучка от границы раздела, n — показатель преломления.

Таким образом, из (3), (4)

$$I_{MN}^{ik}(\varphi)=2\mathcal{E}^2(1-\rho^2)^2\rho^{2(i+k)}\cos(2\theta(k-i))\exp\{-(k-i)^2(\tau_x^2+\tau_y^2)\}\,L_{MN}^{ik};$$

$$\tau_x^2=\left(\frac{\Delta\cos\alpha-z_п n\chi\cos\Psi}{w_{0x}}\right)^2+(kw_{0x}n\chi)^2\cos^2\Psi;$$

$$\tau_y=\left(\frac{\Delta\sin\alpha-z_п n\chi\sin\Psi}{w_{0y}}\right)^2+(kw_{0y}n\chi)^2\sin^2\Psi;$$

$$L_{MN}^{k}=\lambda_{ik}^{(x)}(M)\cdot\lambda_{ik}^{(y)}(N);\quad \lambda_{ik}^{(t)}(s)=\sum_{\mu=0}^{s}\frac{(-1)^\mu}{\mu!}C_s^\mu((k-i)^2\cdot 2\tau_t^2)^\mu. \qquad (5)$$

В частности, полная интенсивность прошедшего света для моды TEM_{00}

$$I_{00}(\varphi)=\sum_{i,k=0}^{\infty}I_{00}^{ik}=\left(\frac{1-\rho^2}{1+\rho^2}\right)\left[1+2\sum_{q=0}^{\infty}\rho^{2q}e^{-(\tau_x^2+\tau_y^2)q^2}\right].$$

Сравнение экспериментальных и теоретических результатов

Запишем нормированную интенсивность генерации моды на центре допплеровской линии с усилением за проход $\varkappa$ в рамках балансных уравнений [4], представляя потери, создаваемые пластинкой в резонаторе лазера за проход, в виде добавки $\varepsilon_п$ к собственным потерям резонатора ε_0

$$\frac{J}{J_{\max}}=\frac{(\varkappa/(\varepsilon_0+\varepsilon_п))^2-1}{(\varkappa/\varepsilon_0)^2-1}. \qquad (6)$$

Учитывая, что для прозрачных диэлектриков в оптическом диапазоне при $\varphi \ll 1$ $\rho^2 \approx 4\cdot 10^{-2} \ll 1$, проанализируем (5), ограничиваясь приближением двухлучевой интерференции ($i, k=0, 1$). Углы резонансного просветления пластинки соответствуют условию $\theta=\theta_p=m\pi$ ($m=0, 1, \ldots$), т. е. условию целого числа полуволн, укладывающихся на пути прохода луча между двумя гранями

$$\frac{\theta_p}{\pi}=\frac{l\left(1-n\left(n^2-\sin^2\varphi\right)^{-1/2}\right)}{\lambda/2n}+O(\chi)\approx\frac{l\varphi_p^2}{n\lambda};\quad \varphi_p=\pm\sqrt{\frac{m\lambda n}{l}}, \qquad (7)$$

а соответствующий углам φ_p сдвиг лучей Δ_p в гребенке (рис. 5, *б*)

$$\Delta_p=l\sin\varphi_p\cdot(n^2-\sin^2\varphi_p)^{-1/2}=\frac{l\varphi_p}{n}=\pm\sqrt{\frac{m\lambda l}{n}}. \qquad (8)$$

Подставляя (7), (8) в (5), получим в резонансах просветления $I_p(m)=|E_{MN}|^2T(m)$ для частного случая $\alpha=0$ (поворота в плоскости XZ):

$$T_{\parallel}(m)=1-2\rho^2\left(1-L_{MN}^{\parallel}\exp\left\{-\left(\pm\sqrt{\frac{m\lambda l}{n}}-z_п n\chi\right)^2\Big/w_{0x}^2-(kw_{0x}n\chi)^2\right\}\right);$$

$$T_{\perp}(m)=1-2\rho^2\left(1-L_{MN}^{\perp}\exp\left\{-\frac{m\lambda l}{nw_{0y}^2}-\left(\frac{z_п n\chi}{w_{0x}}\right)^2-(kw_{0y}n\chi)^2\right\}\right), \qquad (9)$$

где $T_{\parallel,\perp}(m)$ имеет смысл энергетического коэффициента пропускания гауссова пучка прозрачной стеклянной пластинкой в резонансах просветления, а значки $\parallel$ и $\perp$ обозначают случаи ориентации клина параллельно плоскости падения ($\Psi_{\parallel}=\alpha$) и перпендикулярно ей ($\Psi_{\perp}=\alpha+\pi/2$). Таким образом,

$$\frac{J_p(m)}{J_{\max}}=\frac{[\varkappa/(\varepsilon_0+\varepsilon_p(m))]^2-1}{(\varkappa/\varepsilon_0)^2-1}\,;\quad \varepsilon_p(m)=1-T(m). \qquad (10)$$

Из (9), (10) видно, что при наличии клина ($\chi\neq 0$) существует пространственная асимметрия по φ потерь, вносимых пластинкой, связанная с компенсирующим (знак $+$) или добавочным (знак $-$) действием клина по отношению к расщеплению пучка, вносимого наклонной пластинкой, причем знак асимметрии зависит от направления острия клина в плоскости падения. Когда же клин «скрещен» с плоскостью поворота ($\Psi_{\perp}=\pi/2+\alpha$), действия пластинки и клина независимы и пространственная асимметрия потерь исчезает. На рис. 2 сплошными линиями приведены расчетные зависимости огибающей $\ln\,(J_p\,(m)/J_{\max})$ для моды TEM_{00} по (9), (10) для $l=1.9$ мм при $n=1.5$, $\chi=0.82\cdot 10^{-4}$. Используемые для расчета величины усиления $\varkappa=0.0472$ и собственных потерь резонатора $\varepsilon_0=0.0220$ определялись в специальных экспериментах по методике, описанной в [4]. Как видно из рис. 2, наблюдается хорошее качественное согласие экспериментальных и теоретических результатов. Зависимость углов резонансного просветления пластинки от номера m и толщины l (пунктир на рис. 2) хорошо количественно описывается в рамках (7). Зависимость $\beta\,(\varphi_x)$ на рис. 3 для пластинки $d=1.9$ мм, $\chi=0.82\cdot 10^{-4}$ в свободном пространстве характеризует корреляцию действия клина и действия поворота пластинки в случае $\Psi_{\perp}$ в отраженном гауссовом пучке и может быть аппроксимирована зависимостью $\operatorname{tg}\beta=(l\varphi)/(z_{\text{п}}\chi n^2)$. Это показывает, что здесь действие клина определяется расстоянием $z_{\text{п}}$ и не зависит от плоскости наблюдения z^* подобно тому, как это обнаружено в экспериментах в КГЛ, несмотря на то, что в данном случае речь идет о поперечном распределении по X, Y интенсивности в пучке, а не об интегральном коэффициенте отражения (пропускания (9)).

Как видно из (9), (10), без учета интерференции пучков в пластинке относительное превышение усиления над потерями $(\varkappa/(\varepsilon_0+\varepsilon_{\text{п}}))\ll 1$ ($\varepsilon_{\text{п}}=2\rho^2$), так что генерация в КГЛ невозможна. Наблюдаемое в экспериментах влияние ориентации плоскости поворота пластинки на крутизну спада $\ln\,(J_p\,(m)/J_{\max})$ (рис. 4) подтверждается полученной в (5) зависимостью действия пластинки от полуширины шейки каустики эллиптического гауссова пучка в плоскости падения. Такое проявление астигматизма кольцевого резонатора вполне согласуется с расчетом по (9), (10), где при переходе $\varphi_x\to\varphi_y$ следует провести замену $w_{0x}\rightleftarrows w_{0y}$. Наконец, соотношение крутизны спада $\ln\,(J_p\,(m)/J_{\max})$ для различных поперечных мод объясняется тем, что степень перекрытия интерферирующих пучков для моды TEM_{10} оказывается меньше, чем для основной моды ($L_{10}<L_{00}$ в (9), (10)), так что вносимые пластинкой потери для моды TEM_{10} больше.

Таким образом, предложенная теоретическая интерпретация потерь на отражение (пропускание) диэлектрической пластинкой эллиптического гауссова пучка удовлетворительно объясняет экспериментально наблюдаемое влияние стеклянной пластинки с клином в резонаторе лазера на интенсивность генерации. Это показывает, в частности, неправомерность подхода в [1], где не учитывались интерференционные явления в клине, и неадекватность приближения плоского фазового фронта в [2] для оценки влияния клина на пропускание гауссова пучка при помещении пластинки вне шейки.

Список литературы

[1] *Janičijević I.* // Год. зб. Физ. Скопје. 1986. Т. 36. П. 31.
[2] *Бубличенко И. А., Лебедев А. В., Попов А. И.* // ЖПС. 1987. Т. 46. № 6. С. 991—995.
[3] *Нефедов Е. И., Сивов А. Н.* // РиЭ. 1974. Т. 19. № 4. С. 824—828.
[4] *Смирнов В. Н., Строковский Г. А.* // Опт. и спектр. 1986. Т. 60. Вып. 5. С. 1300—1307.

Ленинградский
государственный университет

Поступило в Редакцию
2 июля 1990 г.