04; 10

УСКОРЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ КИЛЬВАТЕРНЫМИ ВОЛНАМИ, ВОЗБУЖДАЕМЫМИ ЭЛЕКТРОННЫМ СГУСТКОМ В СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЕ

П. В. Веденин, Н. Е. Розанов

Аналитически в одномерном приближении рассмотрены возможности коллективного ускорения электронов кильватерной волной, возбуждаемой в столкновительной плазме одиночным электронным сгустком.

Введение

Одной из перспективных возможностей ускорения заряженных частиц до больших энергий ($\geqslant 1$ ГэВ) с высоким темпом ($\geqslant 100$ МэВ/м) считается использование кильватерной волны, возбуждаемой в плазме одиночным электронным сгустком или их последовательностью [1, 2]. Эффективное ускорение до энергии, большей энергии электронов сгустка, возможно, если на ускоряемые частицы действует поле с амплитудой E_+, значительно превышающей величину поля E_-, в котором тормозятся частицы сгустка [3]. В настоящее время для кильватерного ускорения предлагается использовать одиночные сгустки со строго определенным временны́м профилем плотности, близким к треугольному [3], последовательность сгустков с точно подобранными длительностями импульсов и пауз между ними [4], нелинейные плазменные колебания, возбуждаемые сгустками с плотностью, близкой к плотности плазмы [5, 6], разнесенные в пространстве пучки ускоряемых частиц и частиц, возбуждающих ускоряющее поле [7].

В данной работе аналитически в одномерном приближении рассмотрены возможности коллективного ускорения электронов кильватерной волной, возбуждаемой в столкновительной плазме одиночным электронным сгустком.

1. Динамика ускоряемых в кильватерной волне частиц

Рассмотрим прежде всего динамику ускоряемых электронов в поле плазменной волны, возбужденной прошедшим сгустком частиц и имеющей постоянные амплитуду электрического поля E_+ и фазовую скорость $v_ф$, равную скорости частиц сгустка $v_в$. Имея в виду выяснение принципиальных возможностей данного метода ускорения, везде в дальнейшем ограничимся исследованием одномерной ситуации.

Инжектированные вслед за сгустком электроны с начальной скоростью $v \approx v_ф$ и попавшие в ускоряющее поле волны будут набирать энергию на длине L_+, пока не окажутся в тормозящем поле волны. Найдем прирост энергии этих электронов и длину L_+.

Уравнения для энергии γmc^2 и фазы φ ускоряемых электронов относительно волны с постоянной амплитудой и фазовой скоростью в одномерном случае имеют аналитическое решение

$$\gamma = F(\varphi)\beta_b\gamma_b^2 + \beta_b\gamma_b\sqrt{F^2(\varphi)(\gamma_b^2 - 1) - 1}, \tag{1}$$

где

$$F(\varphi)=C-\frac{eE_+}{mc\omega_p}\sin\varphi, \quad \beta_b=\frac{v_b}{c}, \quad \gamma_b=\frac{1}{\sqrt{1-\beta_b^2}},$$

C — произвольная постоянная, определяемая начальной энергией и фазой электрона, $-e$ и m — заряд и масса покоя электрона, c — скорость света, ω_p — плазменная частота.

Формула (1) описывает колебания электронов в поле волны. Значение

$$C=\frac{eE_+}{mc\omega_p}+\frac{1}{\gamma_b\beta_b}$$

соответствует сепаратрисе, разделяющей траектории пролетных и захваченных частиц. Электрон с начальной энергией, равной энергии электронов сгустка $\gamma_b mc^2$, получит максимальное приращение энергии

$$\Delta\gamma=2\tilde{E}\beta_b\gamma_b^2+2\gamma_b\beta_b\sqrt{\tilde{E}\gamma_b\beta_b(\tilde{E}\gamma_b\beta_b+1)}, \tag{2}$$

где $\tilde{E}=(eE_+)/(mc\omega_p)$, если $\varphi(0)=\pi/2$.

Видно, что чем больше фазовая скорость $v_ф=v_b$, тем до бóльших энергий ускоряются электроны (при одинаковой амплитуде E_+). Причина состоит в том, что бóльшим значениям γ_b соответствуют бóльшие длины участка L_+, на котором ускоряемый электрон обгонит ускоряющую волну по фазе на π

$$L_+\simeq\frac{mc^2\Delta\gamma}{eE_+}\simeq\frac{2c}{\omega_p}\gamma_b^2\beta_b(1+\beta_b). \tag{3}$$

Эта оценка получена из (2) при условии $\tilde{E}\gamma_b\beta_b\gg 1$ и согласуется при $\beta_b\simeq 1$ с полученной в работе [3].

Отношение энергии ускоренных частиц к энергии частиц сгустка часто называется коэффициентом трансформации [1-3] и определяется выражением

$$R\equiv 1+\frac{\Delta\gamma}{\gamma_b}\simeq 4\tilde{E}\gamma_b+1, \tag{4}$$

справедливым при $\tilde{E}\gamma_b\gg 1$, $\beta_b=1$. Цель кильватерного метода ускорения состоит в получении максимально возможных значений R и высоких значений амплитуд ускоряющих полей E_+.

2. Поле, возбуждаемое недеформируемым сгустком в столкновительной плазме

Найдем амплитуду кильватерного поля, возбуждаемого при прохождении в плазме сгустка релятивистских электронов.

Известно (см., например, [8] и цитируемую там литературу), что возбуждаемые сгустком поля можно разделить на переходные, распространяющиеся независимо от его движения и сопутствующие. Переходные поля убывают со временем и экспоненциально малы при $t>1/\nu$ (ν — частота транспортных столкновений электронов плазмы). Сопутствующие поля поддерживаются сгустком и зависят от времени и продольной координаты z только в комбинации $t-z/v_b$ ($v_b\simeq c$ — невозмущенная скорость пучковых электронов).

В одномерном пределе сопутствующее продольное электрическое поле, возбуждаемое электронным сгустком произвольной формы в холодной однородной столкновительной плазме (которую считаем линейной средой), описывается выражением, являющимся решением уравнения, полученного в [8, 9]. Сначала изучим наиболее простую ситуацию, а именно исключим из рассмотрения динамику электронов сгустка. Ради простоты выберем форму сгустка в виде трапеции с малой длительностью переднего фронта $t_1\ll(2\pi)/\omega_p$ (обобщение на случай произвольного t_1 будет сделано ниже). Из решения следует, что высокочастотные плазменные колебания затухают по закону

$$E_z\sim E_0e^{-\nu_*\tau}, \tag{5}$$

где

$$E_0=\frac{4\pi e v_b n_{bm}}{\omega_p}, \quad n_{bm}=\max\{n_b(\tau)\}, \quad n_b(\tau)(\ll n_p)$$

— невозмущенная концентрация электронов сгустка, $\tau=\omega_p(t-(z/v_b))$, $\nu_*=\nu/(2\omega_p)$.

Если

$$\tau_b \geqslant \tau_2+\frac{1}{\nu_*}\ln\frac{1}{\nu_*}, \tag{6}$$

где τ_b и τ_2 — длительности сгустка и его заднего фронта, то частицы заднего фронта движутся в слабом тормозящем поле

$$E_- \doteq 2\nu_* E_0 \ll E_0. \tag{7}$$

Выражение для амплитуды кильватерного поля E_+ вблизи заднего фронта сгустка $\tau_b < \tau \leqslant \tau_b+(1/\nu_*)$ имеет вид

$$E_+=E_0\frac{\sqrt{2(1-\cos\tau_2)}}{\tau_2}. \tag{8}$$

Нетрудно убедиться, что в пределе короткого заднего фронта $\tau_2 \ll 1$ амплитуда кильватерного поля перестает от него зависеть и становится равной E_0. С ростом τ_2 до значения $\tau_2=\pi$ величина E_+ уменьшается слабо (в $\pi/2$ раз), а затем ($\tau_2>\pi$) резко падает. Такая зависимость E_+ (τ_2) согласуется с результатами численного расчета [3].

Объединив условия $eE_0 \gtrsim 100$ МэВ/м, $\tau_2<\pi$, $n_{bm}\ll n_p$, получим ограничение

$$1 \gg \frac{n_{bm}}{n_p} \gtrsim 2\cdot 10^{-2}\cdot t_2, \tag{9}$$

где t_2 (в пикосекундах) демонстрирует сложности реализации рассматриваемого метода ускорения.

В случае $\tau_1>2\pi$ условие (6) несколько изменяется

$$\tau_b \gtrsim \tau_2+\frac{1}{\nu_*}\ln\frac{1}{\nu_*\tau_1} \simeq \frac{1}{\nu_*}\ln\frac{1}{\nu_*\tau_1}. \tag{10}$$

Итак, введение в рассмотрение транспортных столкновений электронов плазмы позволяет снять строгие ограничения на форму импульса [3] и использовать сгустки с практически любым профилем плотности (но с $\tau_2<\pi$), если выполняются неравенства (6) или (10).

3. Учет динамики сгустка, наработки плазмы и ее неоднородности

Для того чтобы ускоряемые частицы могли приобрести энергию $\Delta\gamma mc^2$ (2), электронный сгусток должен создать кильватерную волну на участке длиной L_+. Необходимым условием этого является неизменность профиля заднего фронта. В бесстолкновительной плазме задний фронт искажается вследствие развития пучково-плазменной неустойчивости [10].

Иная ситуация имеет место в столкновительной плазме, где развитие неустойчивости задерживается за счет транспортных столкновений. Выражение для амплитуды плазменных колебаний в случае $\tau_1 \ll 2\pi$ имеет вид [9]

$$E_A(\tau,\xi)\simeq\frac{E_0 e^{-\nu_*\tau+\sqrt{3}\,\varkappa(\tau,\xi)}}{\sqrt{8\pi\varkappa(\tau,\xi)}}, \tag{11}$$

где $\varkappa(\tau,\xi)=(3/4)\,[\xi^2\tau]^{1/3}$.

Формула (11) справедлива в области значений параметров

$$\tau^{-1/3} \ll \xi^{2/3} \ll \tau^{2/3}. \tag{12}$$

Здесь $\xi = \omega_b z / v_b$, $\omega_b^2 = 4\pi e^2 n_{bm} / m\gamma_b^3$. Отсюда следует, что на дистанции $\xi_+ \equiv (\omega_b L_+)/v_b = 2\sqrt{R-1} \gg 1$ необходим учет динамики электронов сгустка.

Поступая так же, как и в случае заданного сгустка, можно найти приближенное выражение для минимальной длительности

$$\tau_b \simeq 3\mu \sqrt{\frac{R-1}{\nu_*^3}}, \qquad (13)$$

при которой резонансная пучковая неустойчивость не успеет развиться на заднем фронте в области $0 \leqslant z \leqslant \mu L_+$ $(\mu \leqslant 1)$.

Если передний фронт пологий $\tau_1 \gg 2\pi$, то необходимая величина τ_b несколько уменьшается. Например, для сгустка с $n_b\,(0 \leqslant \tau \leqslant \tau_1) = n_{bm}\,(\tau/\tau_1)^k$ $(k \geqslant 1)$ в правой части (13) появляется множитель $1/\sqrt{k+1}$.

До сих пор мы предполагали, что $\nu = \mathrm{const}$. Однако в полностью ионизованной плазме, частота столкновений которой сильно зависит от температуры плазменных электронов $\nu \sim T_e^{-3/2}$, ситуация полностью изменяется. Действительно, в результате джоулева нагрева только за счет обратного плазменного тока частота столкновений меняется следующим образом [11]:

$$\nu_*(\tau) = \nu_{0*}\left[1 + \frac{10\nu_{0*}}{3}\frac{mc^2}{T_0}\left(\frac{n_{bm}}{n_p}\right)^2 \int\limits_0^{\tau} d\tau' \left(\frac{n_b(\tau')}{n_{bm}}\right)^2\right]^{-3/5},$$

где ν_{0*}, T_0 — частота столкновений и температура плазмы до вхождения в нее сгустка.

При

$$\frac{mc^2}{T_0}\left(\frac{n_{bm}}{n_p}\right)^2 \gg 1$$

(а это условие всегда выполняется, если мы стремимся получить темп ускорения выше 100 МэВ/м (9)) частота столкновений столь быстро падает, что добиться подавления неустойчивости на конце импульса при $\xi \sim \xi_+$ невозможно.

В случае использования слабоионизованной плазмы оценка (13) остается справедливой, если характерное время нарастания лавины ионизации Γ^{-1} больше длительности сгустка t_b или

$$6\mu \sqrt{\frac{R-1}{\nu_*}} < \frac{\nu}{\Gamma}. \qquad (14)$$

Однако даже при выполнении последнего неравенства мы не можем рассчитывать на значительную величину коэффициента трансформации R, а также на использование многих периодов кильватерной волны (амплитуда кильватерной волны пропорциональна $e^{-\nu_*(\tau-\tau_b)}$) ввиду ограниченности величины $\nu/\Gamma \leqslant 10$ для большинства газов.

Итак, развитие резонансной пучковой неустойчивости, сопровождающей распространение импульса РЭП в плазме, не позволяет эффективно использовать всю длину ускорения L_+, вызывая искажение заднего фронта импульса. Исключение составляют пучково-плазменные системы с параметрами, удовлетворяющими неравенству (14), в которых, однако, реализуется низкий коэффициент трансформации, а для ускорения можно использовать лишь несколько первых периодов кильватерной волны.

Определенными преимуществами должен обладать ускоритель, использующий неоднородную вдоль направления распространения сгустка плазму, ибо в этом случае, как показано в [12], возможна задержка развития неустойчивости на фиксированной дистанции. Такой эффект отмечается при стационарной инжекции пучка, но, несомненно, аналогичная ситуация будет иметь место и при инжекции одиночного сгустка. Здесь мы не будем останавливаться на поиске соответствующих критериев, а только отметим, что задержка в развитии неустойчивости на дистанции L_+ приводит к ослаблению требования (13) на длительность сгустка. Вследствие этого снимается ограничение на достижимый коэффициент трансформации R в слабоионизованной плазме, появляется возможность использовать для кильватерного ускорения полностью ионизованную плазму.

В случае нарастающей вдоль z плотности плазмы синхронизм между ускоряемыми частицами и кильватерной волной можно поддерживать на большей длине, а прирост энергии ускоренных частиц будет превышать значения, определяемые формулой (2). Продемонстрируем эти возможности.

Уравнения, описывающие закон изменения энергии электрона, находящегося в постоянной фазе относительно кильватерной волны, и закон изменения плазменной частоты, необходимый для этого, имеют вид

$$\frac{d\gamma}{dz} = -\frac{eE_+(z_0)}{mc^2}\frac{\omega_p(z_0)}{\omega_p(z)}\cos\psi_0,$$

$$\frac{1}{\omega_p^2(z)}\frac{d\omega_p}{dz} = \frac{1}{\psi_0}\left(\frac{1}{v_b} - \frac{1}{v(z)}\right), \quad v_b = \text{const}, \tag{15}$$

где $\psi_0 = \omega_p(z)(t(z) - (z/v_b)) = \text{const} > 0$; z_0 — координата, начиная с которой плотность является неоднородной.

В процессе ускорения скорость частиц v становится больше v_b и для поддержания синхронизма волны с частицей требуется увеличивать ω_p вдоль z.

Решение уравнений дает выражение для приращения энергии частицы, находящейся в постоянной фазе относительно волны, в неоднородной плазме

$$\Delta\gamma_{\text{н}} \simeq \left(1 - \frac{\omega_p^2(z_0)}{\omega_p^2(z_m)}\right)\tilde{E}(z_0)\,\psi_0\cos\psi_0\cdot\gamma_b^2. \tag{16}$$

Здесь $\omega_p^2(z_m)$ соответствует максимальной плотности плазмы на участке длиной $z_m > L_+$. В случае однородной плазмы $\Delta\gamma_{\text{н}} = 0$, что естественно, так как в формуле (16) предполагается отсутствие обгона частицами волны ($\psi_0 = \text{const}$). Относительный выигрыш в набранной энергии по сравнению со случаем однородной плазмы, как видно из сравнения (2) с (16), оказывается порядка ψ_0 и достигается при $\omega_p^2(z_m) \gg \omega_p^2(z_0)$. Конечная энергия ускоренных частиц тем выше, чем больше ψ_0 — их начальное расстояние (в единицах $v_b\omega_p^{-1}(z_0)$) от заднего фронта сгустка, ибо на большей дистанции z_m поддерживается синхронизм волны с частицами. Возможности увеличения расстояния $\psi_0 v_b \omega_p^{-1}(z_0)$ в неоднородной плазме имеются, так как в ней требуется меньшая частота столкновений для подавления пучково-плазменной неустойчивости. Следовательно, на большем участке за сгустком существует кильватерная волна с почти постоянной амплитудой и можно ускорять электроны с начальным значением $\psi_0 \gg 2\pi$. Профиль $n_p(z)$ оказывается разным для различных начальных значений $\psi_0(z_0)$. Поэтому ускоряться при выбранном законе изменения плотности вдоль z будут только электроны в некотором интервале вблизи значения ψ_0, для которого он рассчитывался.

Заключение

В работе аналитически рассмотрены возможности коллективного ускорения электронов кильватерными волнами, возбуждаемыми одиночным электронным сгустком в столкновительной плазме.

Найдена длина участка L_+, на котором ускоряемые частицы находятся в синхронизме с кильватерной волной с постоянными амплитудой и фазовой скоростью, а также энергия, приобретаемая частицами на этом участке. Получена зависимость амплитуды кильватерной волны от длительности заднего фронта сгустка.

Показано, что в полностью ионизованной плазме подавить развивающуюся пучково-плазменную неустойчивость на заднем фронте и предотвратить его разрушение на длине L_+ невозможно вследствие уменьшения частоты столкновений, вызванного нагревом плазмы. В слабоионизованной плазме подавить неустойчивость на заднем фронте можно, однако не удается получить большой прирост энергии ускоряемых электронов.

Отмечено такое преимущество ускорителя, использующего неоднородную вдоль направления распространения сгустка плазму, как увеличение длины развития неустойчивости. Показаны возможности поддержания синхронизма кильватерной волны с частицами на большей дистанции (по сравнению со случаем однородной плазмы) и ускорения электронов до больших энергий.

Авторы благодарят М. Г. Никулина и К. В. Ходатаева за плодотворные дискуссии.

Список литературы

[1] *Chen P., Dawson J. M., Huff R. W., Katsouleas T.* // Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. N 7. P. 693—696.
[2] *Файнберг Я. Б.* // Физика плазмы. 1987. Т. 13. № 5. С. 607—625.
[3] *Katsouleas T.* // Phys. Rev. A. 1986. Vol. 33. N 3. P. 2056—2064.
[4] *Веденин П. В., Никулин М. Г., Розанов Н. Е.* // Тез. докл. Всесоюз. конф. по физике космической плазмы. Ереван, 1989. С. 109.
[5] *Аматуни А. Ц., Сехпосян Э. В., Элбакян С. С.* // Физика плазмы. 1986. Т. 12. № 9. С. 1145—1147.
[6] *Rosenzweig J. B.* // IEEE Trans. on Plasma Sci. // 1987. Vol. PS-15. N 2. P. 186—191.
[7] *Балакирев В. А., Блиох Ю. П., Бородкин А. В.* и др. Препринт ХФТИ АН УССР. № 87-51, Харьков, 1987. 5 с.
[8] *Рухадзе А. А., Богданкевич Л. С., Росинский С. Е., Рухлин В. Г.* Физика сильноточных релятивистских электронных пучков. М.: Атомиздат, 1980. 166 с.
[9] *Рухадзе А. А., Рухлин В. Г., Северьянов В. В.* // Краткие сообщ. по физике. М., 1978. № 10. С. 23—26.
[10] *Веденин П. В.* // ЖТФ. 1990. Т. 60. Вып. 3. С. 501—506.
[11] *Иванов А.А., Рудаков Л. И.* // ЖЭТФ. 1970. Т. 58. Вып. 4. С. 1332—1340.
[12] *Байтин А. В., Никулин М. Г., Сионов А. Б.* // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 14. Вып. 18. С. 1702—1705.

Московский радиотехнический институт
АН СССР

Поступило в Редакцию
4 мая 1990 г.
В окончательной редакции
26 октября 1990 г.