

09

© 1991 г.

ДИНАМИКА ЛСЭ ГЕНЕРАТОРОВ С РЕЗОНАТОРАМИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ДОБРОТНОСТИ

Н. С. Гинзбург, А. С. Сергеев

Исследованы многочастотные процессы в ЛСЭ генераторах с резонаторами произвольной, в том числе и низкой, добротности. Получена зависимость условий самовозбуждения от коэффициента передачи в цепи обратной связи. Показано, что по мере превышения тока пучка над стартовым значением проходит следующая последовательность режимов генерации: стационарная одночастотная генерация, периодическая автомодуляция, стохастическая автомодуляция. Показано, что вследствие эффекта эстафетного взаимодействия частиц с различными спектральными компонентами излучаемого поля (которым соответствуют различные фазовые скорости синхронных с электронами волн) средний КПД в стохастических режимах генерации выше, чем в одночастотных. Отмечается также сглаживание спектра стохастической генерации по мере уменьшения коэффициента передачи.

Введение

К настоящему времени достаточно полно исследованы многочастотные процессы в ЛСЭ генераторах с высокодобротными резонаторами. Для описания таких систем эффективен либо модовый подход [1-3], либо пространственно-временной подход, основанный на предположении о фиксированности продольной структуры ВЧ поля за время пролета частиц через пространство взаимодействия [4-6]. Вместе с тем для ряда приложений представляет интерес исследование генераторов с резонаторами произвольной, в том числе низкой, добротности. Например, в случае, когда ограничения на токи эмиссии отсутствуют, снижение добротности резонатора позволяет увеличить рабочие токи генератора и соответственно мощность излучения. С другой стороны, в коротковолновых диапазонах низкая добротность резонаторов может являться следствием трудностей создания зеркал с высоким коэффициентом отражения.

Следует отметить, что в случае резонаторов произвольной добротности с учетом нефиксированности продольной структуры ВЧ поля расчет даже стационарного режима генерации представляет собой достаточно сложную краевую задачу. Одним из методов решения такой задачи является использованный в настоящей работе метод численного моделирования процесса установления колебаний (переходного процесса). Одновременно такой метод позволяет найти границу устойчивости стационарного одночастотного режима генерации и исследовать более сложные многочастотные автомодуляционные, в том числе и стохастические, режимы генерации.

Основные уравнения

Рассмотрим для определенности генераторы с двухзеркальными резонаторами. Предположим, что с электронным пучком синхронна электромагнитная волна, распространяющаяся в положительном направлении оси z ,

$$E_+ = \text{Re} [A_n^+(z, t) e^{i(\omega_0 t - k_0 z)}], \quad (1)$$

где $A_n^+(z, t)$ — медленно меняющаяся в пространстве и времени амплитуда волны, ω_0 — несущая частота, $k_0 = k(\omega_0)$ — волновое число, n — номер прохода волны по резонатору.

Процесс усиления волны электронным пучком в системах с инерционной группировкой электронов в предположении, что относительные изменения энергии частиц малы ($|w| \ll 1$), может быть описан следующей универсальной системой уравнений [5, 6]:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{rp}} \frac{\partial}{\partial t}\right) A_n^+ = \frac{\omega_0}{c} \frac{eI_0}{mc^3} \frac{x\gamma_1}{N} J, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{n0}} \frac{\partial}{\partial t} w = \frac{\omega_0}{c} x \operatorname{Re} (A_n^+ e^{i\theta}), \quad (3)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{v_{n0}} \frac{\partial}{\partial t}\right) \theta = \frac{\omega_0}{c} (\Delta - \mu w). \quad (4)$$

Здесь $w = 1 - E/E_0$, E и E_0 — текущие и начальные энергии частиц ($E = m c^2 \gamma$), θ и θ_0 — текущие и начальные фазы электронов в поле волны, $J = 1, \pi \int_0^{2\pi} e^{-i\theta} d\theta_0$ —

амплитуда первой гармоники ВЧ тока пучка, $v_{rp} = d\omega_0/dK_0$ — групповая скорость волны, v_{n0} — невозмущенная поступательная скорость частиц, Δ — начальная расстройка синхронизма на несущей частоте, I_0 — невозмущенный ток пучка, N — норма волны, x — коэффициент связи электронов с волной, μ — параметр инерционной группировки (значения параметров x и μ для ЖСЭ, основанных на различных типах индуцированного излучения, приведены в [7]). В случае моноскоростного, не имеющего начальной модуляции электронного пучка граничные условия к уравнениям (3), (4) имеют вид

$$w|_{z=0} = 0, \quad \theta|_{z=0} = \theta_0 \in (0, 2\pi). \quad (5)$$

Граничные условия для волны даются соотношениями

$$\begin{aligned} R_2 A_n^+(l, t) &= A_n^-(l, t), \\ R_1 A_n^-(0, t) &= A_{n+1}^+(0, t), \end{aligned} \quad (6)$$

где l — длина резонатора, $R_{1, 2}$ — коэффициенты отражения зеркал; $A_n^-(z, t)$ — амплитуда осуществляющей обратную связь холостой волны, которая распространяется в отрицательном направлении оси z .

Эволюция амплитуды этой волны описывается уравнением

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{v_{rp}} \frac{\partial}{\partial t}\right) A_n^- = 0. \quad (7)$$

Далее удобно перейти к новым независимым переменным

$$Z = \frac{\omega_0}{c} zC, \quad \zeta = \omega_0(t - z/v_{n0})C \left(\frac{c}{v_{n0}} - \frac{c}{v_{rp}}\right)^{-1}$$

и проинтегрировать уравнение (7). В результате система уравнений (2)–(4), (7) преобразуется к виду, содержащему минимальное число независимых параметров,

$$\frac{\partial a_n}{\partial \zeta} + \frac{\partial a_n}{\partial Z} = J, \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial Z} = \operatorname{Re}(a_n e^{i\theta}), \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} = \delta - u, \quad (9)$$

$$u|_{Z=0} = 0, \quad \theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \quad (10)$$

$$a_{n+1}(0, \zeta) = K a_n(L, \zeta - T). \quad (11)$$

Здесь $a_n = x\mu C^{-2} A_n$, $u = \mu w C^{-1}$, $\delta = \Delta_j C$, $L = (\omega_0/c) l C$, $C = (eI_0/mc^3 x^2 \mu/N \gamma_0)^{1/2}$ — параметр усиления (обобщенный параметр Ширса), $K = R_1 R_2$ — коэффициент передачи,

$$T = \frac{\omega_0}{c} l C \left(\frac{1}{v_{n0}} + \frac{1}{v_{rp}}\right) \left(\frac{1}{v_{n0}} - \frac{1}{v_{rp}}\right)^{-1} \quad (12)$$

— нормированное время задержки сигнала в цепи обратной связи.

Электронный КПД генератора определяется соотношениями

$$\eta = \frac{C}{\mu(1-\gamma_0^{-1})} \hat{\eta}, \quad \hat{\eta} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d\theta_0. \quad (13)$$

Для перехода к уравнениям, описывающим стационарный режим генерации, представим решение уравнений (8), (9) в виде

$$a = \hat{a}(Z) e^{i\Omega\zeta}, \\ \theta = -\Omega\zeta + \hat{\theta}(Z). \quad (14)$$

В результате получим

$$\frac{d\hat{a}}{dZ} = J, \quad (15)$$

$$\frac{d\hat{\theta}}{dZ} = \text{Re}'(\hat{a}e^{i\hat{\theta}}), \quad \frac{d\hat{\theta}}{dZ} = \delta + \Omega - u, \quad (16)$$

$$\hat{a}(0) = K\hat{a}(L) e^{-i\Omega T}. \quad (17)$$

Здесь величина Ω определяет отстройку частоты генерации от частоты несущей и является собственным числом нелинейной краевой задачи (15)–(17).

Результаты численного моделирования

Рассмотрим прежде всего стартовые условия генератора с резонатором произвольной добротности. Известны асимптотические представления для стартовых условий в случаях высокодобротного ($K \rightarrow 1$) и низкодобротного

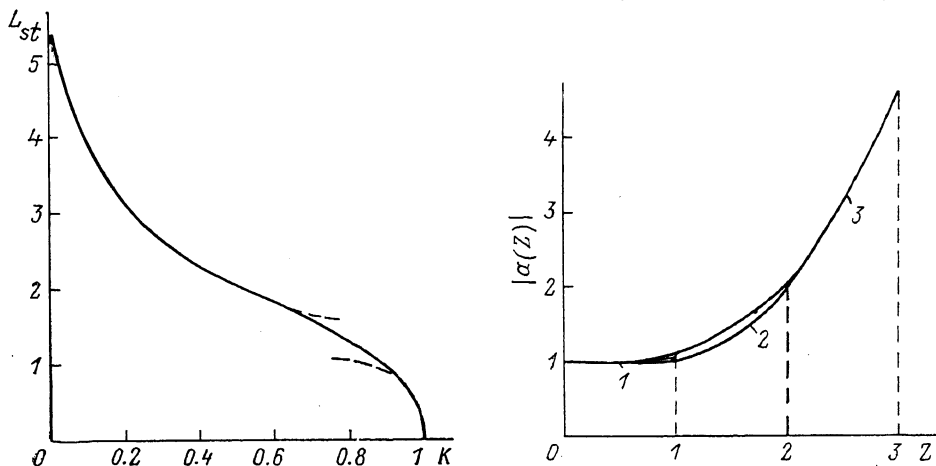


Рис. 1. Зависимость стартового тока (длины) генератора от коэффициента передачи в цепи обратной связи K .

Штриховые кривые получены по приближенным асимптотическим формулам (18), (19).

Рис. 2. Изменение продольной структуры моды при изменении коэффициента передачи. K : 1 — 0.9, 2 — 0.5, 3 — 0.2.

резонаторов ($K \ll 1$). В первом случае усиление волны за один проход мало, т. е. длина резонатора мала в масштабе обратного инкремента ($L \ll 1$) и структуру поля можно считать фиксированной (в рассматриваемом случае однородного резонатора $a(Z) = \text{const}$). В таких предположениях, интегрируя уравнения движения методом последовательных приближений и используя вытекающий из уравнений возбуждения закон баланса мощностей, получим следующее стартовое условие:

$$L_{st}^3 (1 - K) f(\psi) = 2 \quad (18)$$

или в исходных переменных

$$I_{st} = 2 \frac{mc^3}{e} \frac{(1-K) \gamma_0 N}{z^2 \mu L^3 f(\psi)}, \quad (18')$$

где

$$f(\psi) = \frac{d}{d\psi} \left(\frac{\sin \psi/2}{\psi/2} \right)^2,$$

$\hat{i} = (\omega_0/c)l$, $\psi = \Omega L$ — угол пролета.

Минимальный стартовый ток достигается при угле пролета $\psi \simeq 0.8 \pi$, когда $f_{\max} \simeq 0.26$.

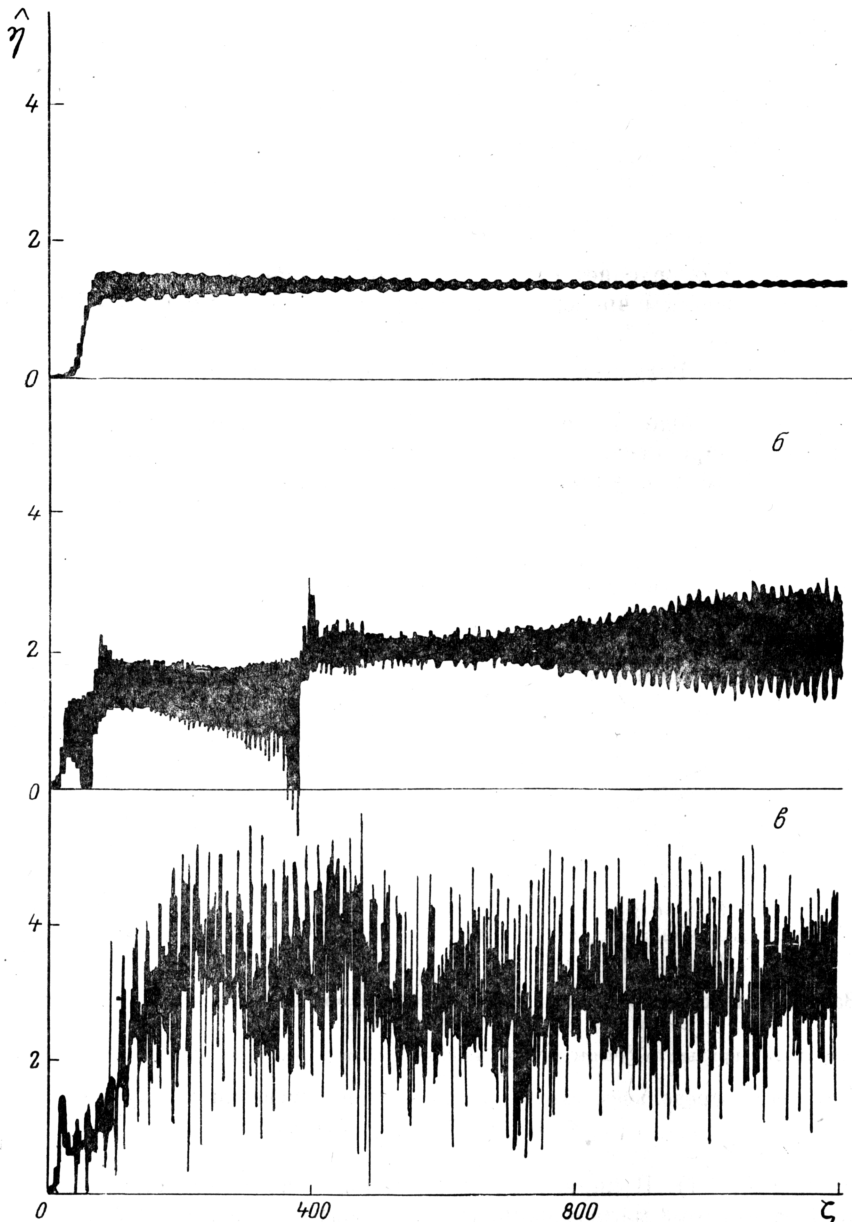


Рис. 3. Зависимость электронного КПД от времени ($K=0.5$, $T=3L$).

L : а — 2.5, б — 2.3, в — 4.5.

В другом предельном случае низкодобротного резонатора усиление волны на длине резонатора велико ($L \gg 1$) и вдали от входного сечения ($Z=0$) преобладают одна из трех нормальных волн системы, которая имеет инкремент на-

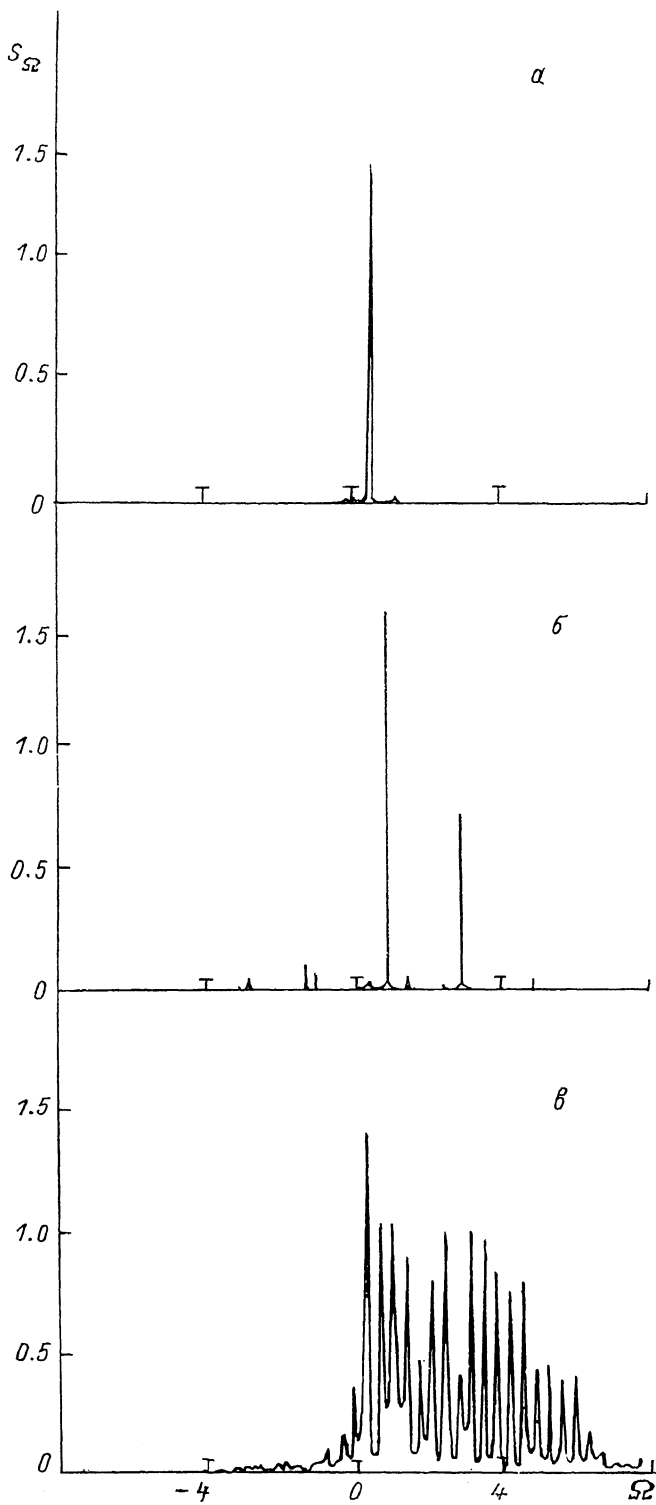


Рис. 4. Эволюция спектра излучения по мере превышения тока пучка над стартовым значением $K=0.5$, $T=3L$.

L : *a* — 2.5, *б* — 3.2, *в* — 4.5.

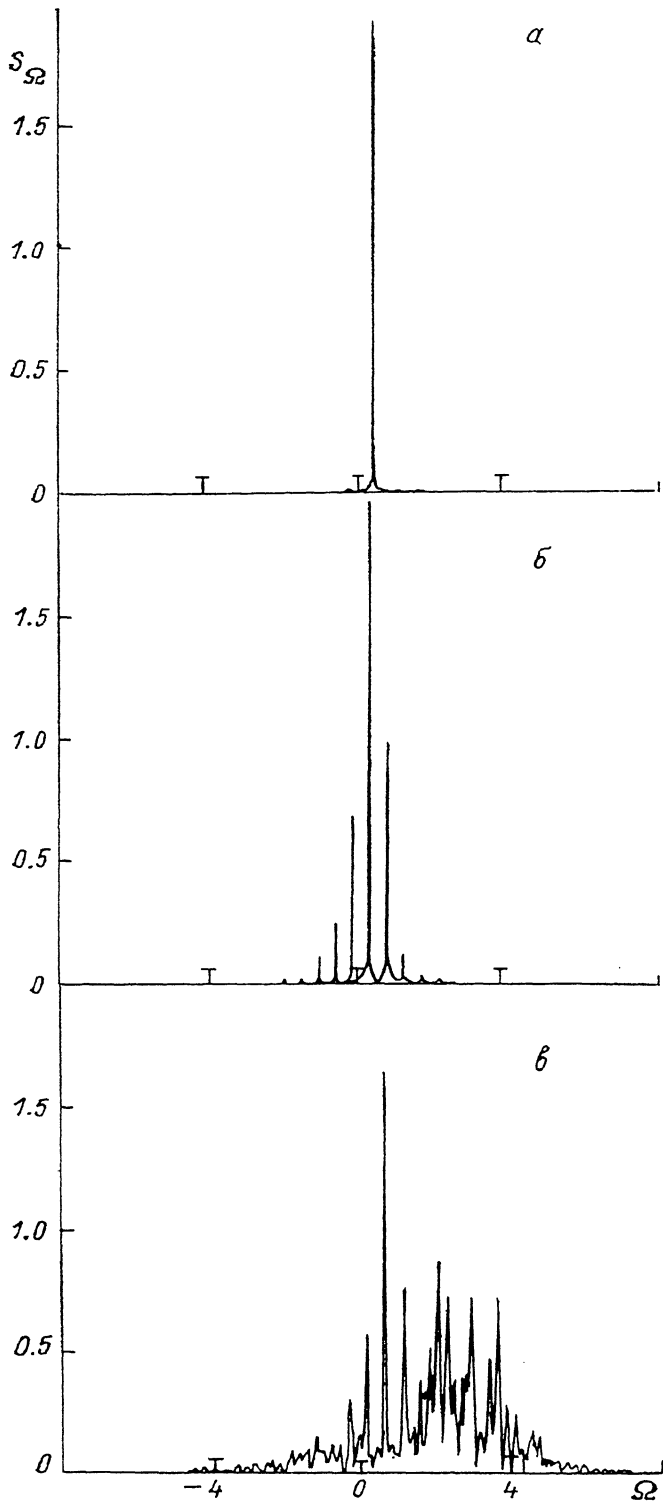


Рис. 5. То же, что на рис. 4.
 $K=0.2$, $T=3L$; L : $\alpha - 3.2$, $\beta - 3.8$, $\gamma - 7$.

растания в выбранных переменных $\sqrt{3}/2$. У входного сечения отраженная мощность разделяется примерно поровну на возбуждение трех нормальных волн, в результате стартовые условия приближенно представимы в виде

$$\frac{K}{3} \exp\left(\frac{\sqrt{3}}{2} L_{st}\right) = 1 \quad (19)$$

или

$$I_{st} = \frac{mc^3}{e} \frac{\gamma_0 N}{x^2 \mu^3 \ln^3(3/K)}. \quad (19')$$

При произвольном значении коэффициента передачи K стартовые условия находились путем численного моделирования нестационарных уравнений. Для упрощения анализа уравнения движения (9) были линеаризованы и заменены на уравнение, описывающее непосредственно эволюции амплитуды ВЧ тока,

$$\frac{\partial^2 J}{\partial Z^2} = a, \quad J|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial J}{\partial Z}|_{z=0} = 0. \quad (20)$$

Результаты решения системы уравнений (8), (11), (20) представлены на рис. 1, 2. На рис. 1 показана зависимость L_{st} от коэффициента передачи K , видно хорошее совпадение в предельных случаях больших и малых K с результатами, даваемыми асимптотиками (17) и (18) (штриховые линии). Рис. 2 иллюстрирует изменение продольной структуры ВЧ поля собственной моды при изменении параметра передачи и, в частности, справедливость перехода к приближению фиксированной структуры поля при $K \rightarrow 1$.

На рис. 3—5 представлены результаты численного моделирования нелинейных режимов генерации при $K=0.2$ и 0.5 . Показаны зависимости электронного КПД от времени и спектр излучения в установившемся режиме генерации

$S_\Omega = 1/\tau \int_{-\tau}^{\tau} a(\tau') e^{-i\Omega\tau'} d\tau'$. Как видно из рисунков, по мере увеличения тока пучка (параметра L) находятся три основных режима генерации: одночастотная стационарная генерация, периодическая автомодуляция, стохастическая автомодуляция. При коэффициентах передачи K существенно отличной от единицы период автомодуляция определяется временем обращения волны по резонатору

$$T_{A.M.} = 2l/v_{гр}.$$

Соответственно на рис. 4, 5 расстояние между основными спектральными максимумами равно межмодовому расстоянию или кратно ему.

Важно подчеркнуть, что чем меньше коэффициент передачи K , тем меньше повторяемость огибающей ВЧ поля от прохода к проходу по резонатору и тем более равномерным оказывается спектр сигнала в стохастическом режиме генерации (ср. рис. 4, в и 5, в).

Обратим в заключение внимание на рост среднего (по времени) КПД при переходе к стохастическим режимам генерации. Этот рост обусловлен эффектом стохастического торможения частиц [3]. По мере потери энергии частицы эстафетно взаимодействуют с различными спектральными компонентами электромагнитного поля, которым соответствуют различные фазовые скорости синхронных с частицами волн. Поэтому чем больше превышение над порогом генерации и шире спектр излучения, тем выше оказывается электронный КПД.

Список литературы

- [1] Datolli G., Marino A., Reniery A. // Opt. Commun. 1980. Vol. 35. N 3. P. 407—412.
- [2] Нусинович Г. С. // Письма в ЖТФ. 1980. Т. 6. Вып. 14. С. 848—852.
- [3] Ginzburg N. S., Shapiro M. A. // Opt. Commun. 1982. Vol. 40. N 3. P. 215—219.
- [4] Bogomolov Ya. L., Bratman V. L., Ginzburg N. S. et al. // Opt. Commun. 1981. Vol. 36. N 3. P. 209—212.

- [5] *Ginzburg N. S., Petelin M. I.* // Int. J. Electronics. 1985. Vol. 59. N 3. P. 291—314.
- [6] *Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П.* // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1981. Вып. 2. С. 101.
- [7] *Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Ковалев Н. Ф.* и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. Вып. 1. С. 249.

Институт прикладной физики АН СССР
Горький

Поступило в Редакцию
3 июля 1989 г.
В окончательной редакции
17 мая 1990 г.